УДК 519.714

В.П. Иващенко, А.И. Тимошкин

О НЕОБХОДИМЫХ И ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ 2-ПРОВЕРЯЕМОСТИ ОДНОВЫХОДНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОТНОСИТЕЛЬНО КРАТНЫХ КОНСТАНТНЫХ НЕИСПРАВНОСТЕЙ НА ВХОДАХ И ВЫХОДЕ

Аннотация. «О необходимых и достаточных условиях 2-проверяемости одновыходных функциональных элементов относительно кратных константных неисправностей на входах и выходе». Ставится проблема существования проверяющего теста длины 2 для функциональных элементов в отношении константных неисправностей их входов и выходов. Проблема рассматривается в отношении одновыходных функциональных элементов. Получены необходимые и достаточные условия существоания проверяющего теста длины 2 для одновыходных функциональных элементов относительно кратных константных неисправностей на их входах и выходе.

Ключевые слова: функциональный элемент, кратная константная неисправность, проверяющий тест.

Постановка задачи

На контроль и диагностирование ряда цифровых систем ответственного назначения, например, бортовых систем, выделяются довольно малые временные интервалы (порядка нескольких микросекунд). В связи с этим представляет интерес проблема синтеза коротких проверяющих тестов (или проверяющих тестов заранее фиксированной длины) для компонентов цифровых систем, т.е. для цифровых схем. С этой проблемой тесно связана задача поиска условий существования этих тестов для различных типов цифровых функциональных элементов.

В работах [1-10] рассматриваются условия существования проверяющих тестов минимально возможной длины (длины 2), для функциональных элементов относительно константных неисправностей на их входах и выходах. Данные условия являются достаточны-

 ISSN 1562-9945

ми условиями существования проверяющих тестов заданной длины, но не являются необходимыми. Следовательно, эти условия сформулированы для частных случаев.

Очевидно, что всесторонний подход к проблеме разработки математических моделей и методов построения контролепригодных цифровых схем требует поиска более общих условий, а именно необходимых и достаточных условий существования проверяющих тестов определенных (заданных) длин для функциональных элементов, включая длины, близкие к минимально возможной, и минимально возможную длину. Таким образом, актуальной является следующая задача. Задан класс I константных неисправностей на входах и выходах функциональных элементов. Требуется определить необходимые и достаточные условия существования проверяющего теста длины 2 для любого функционального элемента относительно данного класса неисправностей. Функциональный элемент, обладающий проверяющий тестом длины 2 относительно этого класса неисправностей в дальнейшем будем называть 2-проверяемым.

Основное содержание

Рассмотрим поставленную задачу для случая одновыходных функциональных элементов и кратных константных неисправностей на их входах и выходе. Пусть имеется множество J одновыходных функциональных элементов, каждый их которых имеет n входов и реализует некоторую булеву функцию $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ от n различных аргументов. Необходимые и достаточные условия 2-проверяемости функционального элемента F из J относительно константных неисправностей кратности r (где) на его входе и выходе дает следующая теорема.

Теорема 1. Функциональный элемент F из J обладает проверяющим тестом длины 2 относительно константных неисправностей кратности $r \in \left\{1, 2, \ldots, \left[\dfrac{n-1}{2}\right]\right\}$ на входах и выходе тогда и только тогда, когда существуют входные векторы $b_1 = (\beta_1^1, \ldots, \beta_n^1)$ и $b_2 = (\beta_1^2, \ldots, \beta_n^2)$, где для каждого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ $\beta_i^1, \beta_i^2 \in \{0, 1\}$, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\left(\forall r \in \left\{1, 2, \ldots, \left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}\right)\left(\forall \{i_1, i_2, \ldots, i_r\} \subset \{1, 2, \ldots, n\}\right)$$

$$\left(\forall \beta_{i_1} \in \{0,1\}\right)\ldots\left(\forall \beta_{i_r} \in \{0,1\}\right)\Big\{ \Big| f\left(\beta_1^1, \ldots, \beta_{i_1-1}^1, \beta_{i_1},\right.$$

$$\left.\beta_{i_1+1}^1, \ldots, \beta_{i_r-1}^1, \beta_{i_r}, \beta_{i_r+1}^1, \ldots, \beta_n^1\right) - f\left(\beta_1^1, \beta_2^1, \ldots, \beta_n^1\right) \Big| \tag{1}$$

$$+ \Big| f\left(\beta_1^2, \ldots, \beta_{i_1-1}^2, \beta_{i_1}, \beta_{i_1+1}^2, \ldots, \beta_{i_r-1}^2, \beta_{i_r}, \beta_{i_r+1}^2, \ldots,\right.$$

$$\left.\beta_n^2\right) - f\left(\beta_1^2, \beta_2^2, \ldots, \beta_n^2\right) \Big| > 0 \Big\}$$

$$f(b_1) \neq f(b_2) \tag{2}$$

Доказательство. Для обнаружения любой константной неисправности $\beta_{i_1}, \beta_{i_2}, \beta_{i_3}, \ldots, \beta_{i_r}$ (где $\forall v \in \{1, 2, \ldots, r\}\, \beta_{i_v} \in \{0,1\}$) кратности $r \in \left\{1.2, \ldots, \left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}$ на входах $i_1, i_2, \ldots, i_r$ функционального элемента F из J проверяющим тестом длины 2 необходимо существование пары входных векторов $b_1 = (\beta_1^1, \ldots, \beta_n^1)$ и $b_2 = (\beta_1^2, \ldots, \beta_n^2)$, где , такой, что

$$\left(\forall r \in \left\{1, 2, \ldots, \left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}\right)\left(\forall \{i_1, i_2, \ldots, i_r\} \subset \{1, 2, \ldots, n\}\right)$$

$$\left(\forall \beta_{i_1} \in \{0,1\}\right)\ldots\left(\forall \beta_{i_r} \in \{0,1\}\right)\Big\{\Big(f_{i_1|\beta_{i1}\ldots i_r|\beta_{i_r}}\left(\beta_1^1, \ldots, \beta_n^1\right) \neq$$

$$f\left(\beta_1^1, \ldots, \beta_n^1\right)\Big)\ V\ \Big(f_{i_1|\beta_{i_1}\ldots i_r|\beta_{i_r}}\left(\beta_1^2, \beta_2^2, \ldots, \beta_n^2\right) \neq f\left(\beta_1^2, \beta_2^2, \ldots, \beta_n^2\right)\Big)\Big\}$$

Для определенности будем считать, что для любого v из $\{1, 2, \ldots, r\}$ входу i_v функционального элемента J соответствует аргумент x_{i_v} функции $f(x_1, \ldots, x_n)$. Тогда

$$f_{i_1|\beta_{i_1}\ldots i_r|\beta_{i_r}}\left(\beta_1^1, \beta_2^1, \ldots, \beta_n^1\right) = f\left(\beta_1^1, \ldots, \beta_{i_1-1}^1, \beta_{i_1}, \beta_{i_1+1}^1, \ldots, \beta_{i_r-1}^1, \beta_{i_r}, \beta_{i_r+1}^1, \ldots, \beta_n^1\right),$$

$$f_{i_1|\beta_{i_1}\ldots i_r|\beta_{i_r}}\left(\beta_1^2, \beta_2^2, \ldots, \beta_n^2\right) = f\left(\beta_1^2, \ldots, \beta_{i_1-1}^2, \beta_{i_1}, \beta_{i_1+1}^2, \ldots, \beta_{i_r-1}^2, \beta_{i_r}, \beta_{i_r+1}^2, \ldots, \beta_n^2\right)$$

Следовательно, для b_1 и b_2 должно выполняться условие

 ISSN 1562-9945

$$\left(\forall r\in\left\{1,2,\ldots,\left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}\right)\left(\forall\{i_1,i_2,\ldots,i_r\}\subset\{1,2,\ldots,n\}\right)$$
$$\left(\forall\beta_{i_1}\in\{0,1\}\right)\ldots\left(\forall\beta_{i_r}\in\{0,1\}\right)\Big\{\Big(\Big|f(\beta_1^1,\ldots,\beta_{i_1-1}^1,\beta_{i_1},\beta_{i_1+1}^1,\ldots,$$
$$\beta_{i_r-1}^1,\beta_{i_r},\beta_{i_r+1}^1,\ldots,\beta_n^1\Big)-f\left(\beta_1^1,\ldots,\beta_n^1\right)\Big|>0\Big)V\Big|f\Big(\beta_1^2,\ldots,\beta_{i_1-1}^2,$$
$$\beta_{i_1},\beta_{i_1+1}^2,\ldots,\beta_{i_r-1}^2,\beta_{i_r},\beta_{i_r+1}^2,\ldots,\beta_n^2\Big)-f\left(\beta_1^2,\ldots,\beta_n^2\right)\Big|>0\Big)\Big\}$$

или условие

$$\left(\forall r\in\left\{1,2,\ldots,\left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}\right)\left(\forall\{i_1,i_2,\ldots,i_r\}\subset\{1,2,\ldots,n\}\right)$$
$$\left(\forall\beta_{i_1}\in\{0,1\}\right)\ldots\left(\forall\beta_{i_r}\in\{0,1\}\right)\Big\{\Big(\Big|f(\beta_1^1,\ldots,\beta_{i_1-1}^1,\beta_{i_1},\beta_{i_1+1}^1,\ldots,$$
$$\beta_{i_r-1}^1,\beta_{i_r},\beta_{i_r+1}^1,\ldots,\beta_n^1\Big)-f\left(\beta_1^1,\ldots,\beta_n^1\right)\Big|+\Big|f\Big(\beta_1^2,\ldots,\beta_{i_1-1}^2,\ \beta_{i_1},\beta_{i_1+1}^2,\ldots,$$
$$\beta_{i_r-1}^2,\beta_{i_r},\beta_{i_r+1}^2,\ldots,\beta_n^2\Big)-f\left(\beta_1^2,\ldots,\beta_n^2\right)\Big|>0\Big\}$$

Кроме этого, для обнаружения любой константной неисправности $\beta_{i_1},\beta_{i_2},\ldots,\beta_{i_r-1},\beta_y$ (где $\beta_{i_1},\ldots,\beta_{i_r-1},\beta_y\in\{0,1\}$) кратности $r\in\left\{1,2,\ldots,\left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}$ на входах $i_1,i_2,\ldots,i_{r-1}$ и на выходе y функционального элемента F тестом из двух рассматриваемых векторов b_1 и b_2 необходимы чтобы

$$f(b_1)\neq f(b_2)$$

Действительно, если предположить противное, т.е. что $f(b_1)=f(b_2)$, то неисправность $\beta=f(b_1)=f(b_2)$ кратностью $r=1$ на выходе y элемента F не будет обнаруживается тестом, состоящим из векторов b_1 и b_2. Таким образом, необходимость условий (1)-(2) доказана. Достаточность условий (1)-(2) очевидна. Теорема доказана. При этом очевидно, что все аргументы булевой функции $f(x_1,\ldots,x_n)$, которую реализует 2-проверяемый относительно константных неисправностей кратности $r\in\left\{1,2,\ldots,\frac{n-1}{2}\right\}$ входов и выхода функциональный элемент J, являются существенными.

Следствие 1. Если функциональный элемент F из J проверяем двумя векторами $b_1=\left(\beta_1^1,\ldots,\beta_n^1\right)$ и $b_2=\left(\beta_1^2,\ldots,\beta_n^2\right)$ относительно кон-

ISSN 1562-9945

стантных неисправностей кратности $r \in \left\{1, 2, \ldots, \left[\frac{n-1}{2}\right]\right\}$ на входах и выходе, то $\beta_i^1 \neq \beta_i^2$ для $\forall i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Доказательство. Пусть имеется противное предположение, т.е. $\exists$ вход i функционального элемента J такой, что для подаваемого на него сигнала x_i на входных векторах b_1 и выполняется равенство:

$$\beta_i^1 = \beta_i^2$$

Тогда, если на входе i имеется константная неисправность β кратности $r = 1$, такая, что $\beta \in \{\beta_i^1, \beta_i^2\}$, то

$$\left| f\left(\beta_1^1, \ldots, \beta_{i-1}^1, \beta, \beta_{i+1}^1, \ldots, \beta_n^1\right) - f\left(\beta_1^1, \ldots, \beta_{i-1}^1, \beta_i^1, \beta_{i+1}^1, \ldots, \beta_n^1\right) \right| +$$
$$\left| f\left(\beta_1^2, \ldots, \beta_{i-1}^2, \beta, \beta_{i+1}^2, \ldots, \beta_n^2\right) - f\left(\beta_1^2, \ldots, \beta_{i-1}^2, \beta_i^2, \beta_{i+1}^2, \ldots, \beta_n^2\right) \right| = 0$$

Следовательно, функциональный элемент F не является проверяемым двумя векторами $b_1 = \left(\beta_1^1, \ldots, \beta_n^1\right)$ и $b_2 = \left(\beta_1^2, \ldots, \beta_n^2\right)$. Получено противоречие. Следовательно, противное предложение неверно и $\beta_i^1 \neq \beta_i^2$ для $\forall i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. При этом очевидно, что $\beta_i^1 = \overline{\beta_i^2}$ и $\beta_i^2 = \overline{\beta_i^1}$.

Заключение

На основе сформулированных условий проверяемости одновыходных функциональных элементов двумя векторами относительно кратных константных неисправностей могут быть разработаны различные методы синтеза легко тестируемых схем. Представляют интерес также условия проверяемости двумя векторами функциональных элементов из других классов, а также цифровых схем из них.

 ISSN 1562-9945

ЛИТЕРАТУРА

1. Горяшко А.П. Некоторые результаты теории синтеза легко тестируемых схем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1982. – №2. – С. 139-150.
2. Варданян В.А. Об одном методе синтеза легко тестируемых схем // Автоматика и телемеханика. – 1987. – №7. – С. 136-139.
3. Шевченко В.И. Синтез схем с минимальной трудоемкостью тестирования // VII Всесоюзная конференция «Проблемы теоретической кибернетики»: тез. докл. Ч. 1, Иркутск, 1985. – С. 202-203.
4. Hayes J.P. On realization of Boolean functions requiring a minimal or near minimal numbers of test // IEEE Transactions on computers. – 1971. – №6. – P. 1506-1513.
5. Lombardi F., Huang W.K. Fault detection and design complexity in C-testable VLSI arrays // IEEE Transactions on computers, v. 39. – 1990. – №12. – P. 1477-1481.
6. Saluja K.K., Reddy S.M. On minimally testable logic networks // IEEE Transactions on computers. – 1974. – №5. – P. 552-554.
7. Huang W.K., Lombardi F. On the constant diagnosability of baseline interconnection networks // IEEE Transactions on computers. – 1990. – №12. – P. 1485-1488.
8. Hayes J.P. On modifying logic networks to improve their diagnosability // IEEE Transactions on computers. – 1974. – №1. – P. 56-63.
9. La Paugh A.S., Lipton R.J. Total fault testing using the bipartite transformation // International Test Conference, 1983. – P. 428-434.
10. Vergis A., Steiglitz K. Testability conditions for bilateral arrays of combinational cells // IEEE Transactions on computers, vol. C-35. – 1986. – №1. – P. 13-22.