

Л.О. Кириченко, Ю.А. Кобицкая, А.В. Стороженко

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ХАРАКТЕРИСТИК ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЕ

Аннотация. В работе проведен сравнительный анализ вейвлет-характеристик детерминированных хаотических и случайных самоподобных реализаций. Показано, что спектр вейвлет-энергии и вейвлет-энтропия отражают характерные особенности фрактальной и корреляционной структуры реализаций. Предложено использовать вейвлет-характеристики в качестве знаний в экспертной системе для различения временных рядов, обладающих 0 фрактальными свойствами.

Ключевые слова: энтропия подобия, вейвлет-декомпозиция, вейвлет-энтропия, хаотическая реализация, самоподобная стохастическая реализация.

Введение и цель

Многочисленные исследования, проведенные в последние десятилетия, показали, что многие информационные, биологические, физические, технологические процессы обладают сложной фрактальной структурой. Математическими моделями сложных систем, проявляющих нерегулярную динамику, являются как случайные, так и детерминированные хаотические процессы. В последние годы для анализа, моделирования и прогнозирования сложных процессов все большее применение находят методы интеллектуального анализа данных. В работе [1] предложена экспертная система (ЭС), предназначенная для исследования фрактальной структуры временных рядов. Для анализа характерных особенностей рядов в базу знаний добавлен блок знаний, определяющий информационную сложность системы. С помощью модифицированной ЭС были проведены исследования фрактальных временных рядов разной природы, которые показали возможность распознавания различных состояний динамики системы [2-4].

Одним из мощных инструментов исследования и классификации временных рядов является анализ, базирующийся на вейвлет-преобразованиях. Кратномасштабный анализ позволяет проводить декомпозицию временного ряда на составляющие с различными частотными диапазонами. Использование вейвлет-характеристик в качестве знаний для ЭС дает возможность распознавания характерных особенностей частотного распределения у фрактальных сигналов.

Целью представленной работы является проведение сравнительного анализа вейвлет-характеристик детерминированных хаотических и случайных самоподобных реализаций для выявления характерных особенностей фрактальной структуры.

Методы исследования

Вейвлет-преобразование одномерного сигнала – это его представление в виде обобщенного ряда или интеграла по системе базисных функций $\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, полученных из материнского вейвлета $\psi(t)$, обладающего определенными свойствами за счет операций сдвига во времени b и изменения временного масштаба a . Дискретное вейвлет-преобразование строится с помощью кратномасштабного анализа, основная идея которого состоит в представлении сигнала в виде совокупности его последовательных приближений [5,6].

Кратномасштабный анализ заключается в разбиении исследуемого сигнала $X(t)$ на две составляющие: аппроксимирующую и детализирующую, с последующим аналогичным дроблением аппроксимирующей до заданного уровня декомпозиции сигнала N . В результате декомпозиции сигнал $X(t)$ представляется в виде суммы аппроксимирующей компоненты $\text{approx}_N(t)$ и детализирующих компонент $\text{detail}_j(t)$:

$$X(t) = \text{approx}_N(t) + \sum_{j=1}^N \text{detail}_j(t) = \sum_{k=1}^{N_a} \text{apr}(N, k) \varphi_{Nk}(t) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{N_j} \text{det}(j, k) \psi_{jk}(t),$$

где N – выбранный максимальный уровень разложения,

$\text{apr}(N, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \varphi_{Nk}(t) dt$ – аппроксимирующие вейвлет-

коэффициенты уровня N , $\text{det}(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{jk}(t) dt$ – детализирующие

вейвлет-коэффициенты уровня j , N_j – количество детализирующих коэффициентов на уровне j , N_a – количество аппроксимирующих коэффициентов на уровне N .

Величина вейвлет-энергии на заданном уровне вейвлет-разложения j определяется как $E_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} \det^2(j, k)$. Набор величин

E_j для каждого уровня разложения составляет спектр вейвлет-энергии ряда. Полная вейвлет-энергия спектра представляет собой сумму энергий каждого уровня $E_{tot} = \sum_{j=1}^N E_j$. Относительная вейвлет-

энергия показывает распределение энергии по уровням разложения:

$$p_j = \frac{E_j}{E_{tot}}.$$

В настоящее время основными характеристиками сложности динамики систем можно считать различные типы энтропии. Вейвлет-энтропия WE является количественной мерой упорядоченности сигнала и определяется по формуле:

$$WE = - \sum_{j=1}^N p_j \ln(p_j). \quad (1)$$

Существует разные типы энтропии: энтропия подобия, энтропия шаблонов, многомасштабная энтропия, и др. Энтропия подобия $ApEn$ является статистикой регулярности временного ряда, что определяет возможность его предсказания [7]. Рассмотрим временной ряд $\{x_i\}$, $i = 1, \dots, N$. Пусть вектор $P_m(i)$ – подпоследовательность значений ряда $\{x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m}\}$ длиной m . Два вектора $P_m(i)$ и $P_m(j)$ будут подобными, если выполняется $|x_{i+k} - x_{j+k}| < \varepsilon$, $0 \leq k < m$.

Для каждого значения $i = 1, \dots, N - m + 1$ вычисляется величина

$$C_{im}(\varepsilon) = \frac{n_{i,m}(\varepsilon)}{N - m + 1} f, \text{ где: } n_{i,m}(\varepsilon) - \text{число векторов, подобных вектору}$$

$P_m(i)$. Энтропия подобия $ApEn$ определяется по формуле

$$ApEn(m, \varepsilon) = \ln \frac{C_m(\varepsilon)}{C_{m+1}(\varepsilon)}, \quad C_m(\varepsilon) = \frac{1}{N - m + 1} \sum_{i=1}^{N-m+1} C_{im}(\varepsilon). \quad (2)$$

Входные данные

Хаотические реализации [8]. Хаос представляет собой сложную форму поведения детерминированной системы в установившемся режиме. Основным свойством таких систем является чувствительная зависимость режима функционирования к сколь угодно малым изменениям начальных условий. Если d_0 – мера начального расстояния между двумя точками, то спустя малое время t расстояние между траекториями, выходящими из этих точек, становится равным $d(t) = d_0 e^{\lambda t}$, где величина λ является показателем Ляпунова. Это обстоятельство ведет к потере детерминированной предсказуемости и хаотическому поведению. Одними из самых простых и наглядных математических моделей, демонстрирующих хаотическое поведение, являются итерируемые отображения вида $x_{n+1} = f(C, x_n)$, где C – управляющий параметр.

Для широкого класса нелинейных функций f последовательность значений $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ является хаотической. Наиболее известным примером хаотических отображений является логистическое отображение. Это одномерное квадратичное отображение, определяемое следующим образом:

$$x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n), \quad (3)$$

где A – управляющий параметр, $A \in (0, 4]$, а значения $x_n \in [0, 1]$.

Стохастические самоподобные реализации [9]. Стохастический процесс $X(t)$ является самоподобным с параметром самоподобия H , если процесс $a^{-H}X(at)$ описывается теми же конечномерными законами распределений, что и $X(t)$. Одной из наиболее известных и простых моделей стохастической динамики, обладающих фрактальными свойствами, является фрактальное броуновское движение (ФБД).

Гауссовский процесс $X(t)$ называется фрактальным броуновским движением с параметром H , $0 < H < 1$, если приращения случайного процесса $\Delta X(\tau) = X(t + \tau) - X(t)$ имеют гауссовское распределение вида

$$P(\Delta X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2\tau^{2H}}} \cdot \int_{-\infty}^x \text{Exp} \left[-\frac{z^2}{2\sigma_0^2\tau^{2H}} \right] dz, \quad (4)$$

где σ_0 - коэффициент диффузии. Приращения ФБД называются фрактальным гауссовским шумом (ФГШ).

ФБД с параметром $H = 0.5$ совпадает с классическим броуновским движением. Параметр H , называемый показателем Херста, представляет собой степень самоподобия процесса. Наряду с этим свойством, показатель H характеризует меру долгосрочной зависимости стохастического процесса, т.е. убывание корреляционной функции процесса по степенному закону.

Результаты исследования

Рассмотрим реализации отображения (3) при различных хаотических режимах, которые определяются показателем Ляпунова λ . На рис. 1 слева показаны реализации при значениях управляющего параметра $A=3.7, 3.9, 4$ (сверху вниз). Соответствующие значения показателя Ляпунова равны $\lambda=0.37, 0.5, 0.69$. Большее значение показателя Ляпунова соответствует большей степени хаотичности системы.

В правой части рис.1 показаны реализации ФГШ при значениях показателя Херста $H=0.3, 0.9, 0.5$ (сверху вниз). В случае $H=0.5$ реализация представляет собой набор независимых нормальных случайных величин. Случай $H=0.3$ соответствует отрицательной корреляции. При $H=0.9$ реализация обладает сильной долгосрочной зависимостью.

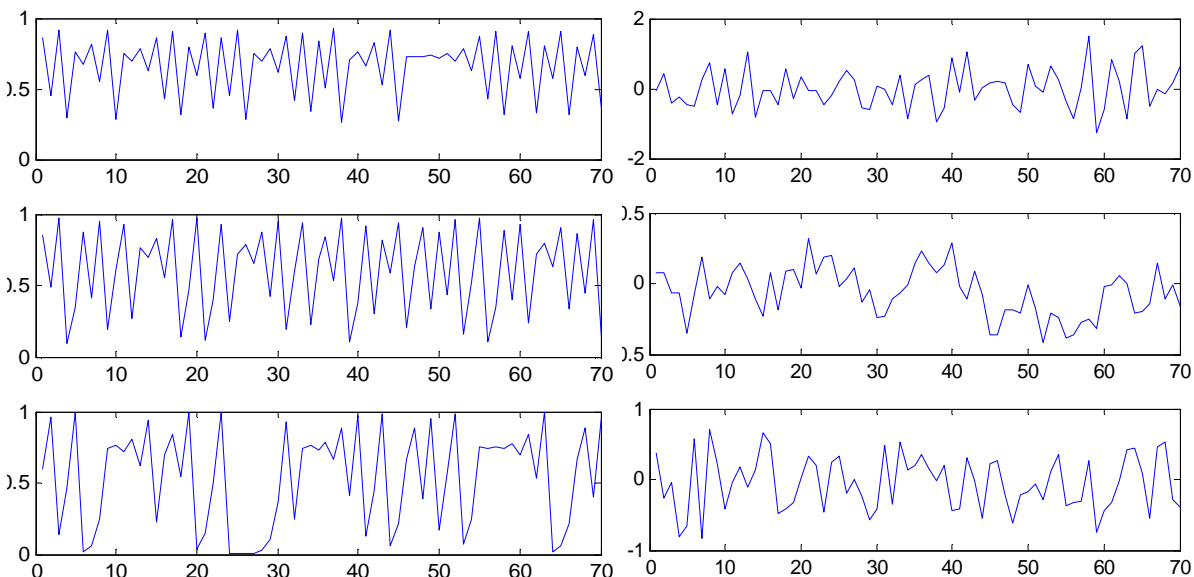


Рисунок 1 – Реализации хаотического отображения при $\lambda=0.37, 0.5, 0.69$ (слева) и реализации ФГШ при $H=0.3, 0.9, 0.5$ (справа)

В верхней части рис.2 показаны спектры вейвлет-энергии хаотических реализаций. Очевидно, что при меньших значениях показателя Ляпунова основная энергия процесса сосредоточена в высокочастотных компонентах (начальные уровни декомпозиции). В случае $\lambda=0.69$ данная система достигает максимального уровня хаотичности и вейвлет-энергия реализаций распределяется по частотам достаточно равномерно.

Спектры вейвлет-энергии ФГШ представлены в нижней части рис.2. В случае $H=0.3$ в реализациях преобладают высокочастотные колебания. При $H=0.9$ процесс обладает долгосрочной зависимостью и вейвлет-энергия сосредоточена на низкочастотных уровнях. В случае $H=0.5$ вейвлет-энергия реализаций равномерно распределяется по уровням.

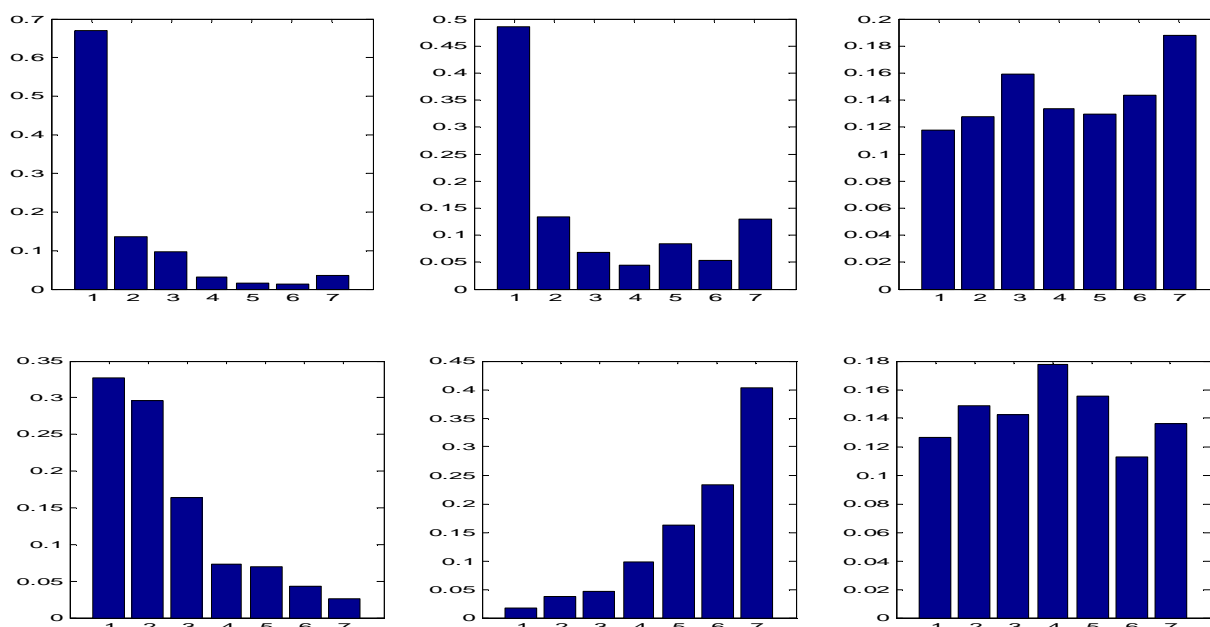


Рисунок 2 – Спектр вейвлет-энергии хаотических реализаций при $\lambda=0.37, 0.5, 0.69$ (вверху) и реализаций ФГШ при $H=0.3, 0.9, 0.5$ (внизу)

В таблице приведены средние значения вейвлет-энтропии (1) и энтропии подобию (2) для хаотических реализаций и реализаций ФГШ. В каждом случае величины энтропии увеличиваются с ростом хаотичности или некоррелированности процесса. Важным аспектом является то, что проведенные исследования выявили некоррелированность величин вейвлет-энтропии W и энтропии подобию ApE . Это

позволяет использовать их как независимые параметры при распознавании временных рядов с помощью ЭС.

Таблица 1

Числовые характеристики сложности реализаций

Логистическое отображение				Фрактальный гауссовский шум		
A	λ	W	$ApEn$	H	W	$ApEn$
3.7	0.37	1.22	0.35	0.3	1.63	1.88
3.9	0.5	1.46	0.49	0.9	1.56	1.67
4	0.69	1.86	0.62	0.5	1.93	1.9

Выводы

В работе проведен сравнительный анализ вейвлет-характеристик детерминированных хаотических и случайных самоподобных реализаций. Показано, что спектр вейвлет-энергии и вейвлет-энтропия отражают характерные особенности фрактальной и корреляционной структуры реализаций. Использование вейвлет-характеристик для распознавания фрактальных сигналов позволяет применять их в качестве знаний для ЭС, что дает возможность более корректно осуществлять исследование и построение математических моделей временных рядов, обладающих фрактальными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириченко Л.О. Разработка алгоритмов принятия решений в экспертной системе фрактального анализа / Л.О.Кириченко, О.В.Стороженко, Ю.А. Кобицкая // «Системні технології» - збірник наукових праць. -№3 (86). - 2013. -С.54-61.
2. Kirichenko L. Comparative Analysis of the Complexity of Chaotic and Stochastic Time Series / L. Kirichenko, Yu. Kobitskaya, A. Nabacheva // «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» - №2 (31). - 2014 -С.126-134.
3. Кириченко Л.О. Методы распознавания фрактальных временных рядов с помощью характеристик информационной сложности / Л.О.Кириченко, Ю.А. Кобицкая // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій: VII Міжнар. наук.-практ. конф.: тези доп.- Запоріжжя,2014. -С. 166-167.
4. Кириченко Л.О. Использование экспертной системы для классификации фрактальных временных рядов / Кириченко Л.О., Кобицкая Ю.А., Калиниченко О.В., Чалая Л.Э. // Теорія прийняття рішень: VII-а міжнар. школа-семінар: праці. – Ужгород, 2014.-С. 124.
5. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. / С. Малла. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
6. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев. – М. : ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
7. Pincus S.M. Approximate entropy as a measure of system complexity / S.M. Pincus. Proc. // Natl. Acad. Sci. Vol.88, pp. 2297-2301.
8. Мун Ф. Хаотические колебания / Ф. Мун. – М.: Мир, 1990. –304 с.
9. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.