УДК 004.925.83

Альрабаба Хамза

ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ И ПРАВИЛА РАБОТЫ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ И УПРАВЛЯЕМЫХ КЛЕТОЧНЫХ ТЕТРААВТОМАТОВ

Аннотация. Сформулировано определение клеточных тетраавтоматов как одного из видов постбинарных клеточных автоматов. Предложено использование неуправляемых и управляемых клеточных тетраавтоматов для совершенствования алгоритмической базы клеточных автоматов. Даны их формальные описания. Рассмотрен способ задания начальных значений клеточных тетраавтоматов, дающий наглядное представление о преимуществах двух дополнительных состояний тетракода (множественности M и неопределенности A) для задания исходных значений КА. Выполнены количественные оценки параметров распределения множества точек в пространстве клеточного автомата, заданные тетракодами. Показано возможность эффективного использования тетралогики и тетракодов дальнейшего развития теории и практики КА.

Ключевые слова: постбинарный клеточный автомат, тетраавтомат, расширенный кодо-логический базис, тетралогика, тетракоды, игра Конвея «Жизнь».

Введение

В цикле работ [1–3] отмечено, что к постбинарным клеточным автоматам (ПКА) могут быть отнесены такие клеточные автоматы (КА), число состояний ячеек в которых больше двух. При этом предполагается также возможность использования постбинарной логики и постбинарного кодирования. В работах [5–7] в их качестве рассматриваются тетралогика и тетракодирование соответственно. Таким образом, частным случаем постбинарных клеточных автоматов могут выступать клеточные тетраавтоматы (КТА), которые исследуются в данной работе.

Целью данной работы является разработка и исследование управляемых (УКТА) и неуправляемых (НКТА) тетраавтоматов с пре-

 ISSN 1562-9945

доставлением формального описания и правил перехода состояний автоматов на базе тетракодов.

Определение и основные параметры КТА

КТА – такой вид ПКА, в котором исходные комбинации задаются с помощью тетракодов, а при задании состояний клеток и локальных зависимостей используется тетралогика.

Любой клеточный тетраавтомат задается полем из четырех компонентов:

$$KTA = \langle Z, T, N, h \rangle \tag{1}$$

Формула (1) включает в себя следующие компоненты:

1. Z – дискретное пространство КТА, которое определяется аналогично тривиальному КА как целочисленная двумерная решетка: все клетки решетки (ячейки, элементы пространства Z) равноудалены друг от друга на конечное расстояние.

2. T – алфавит внутренних состояний, который, по сути, представляет собой элемент тетракода [4]. В свою очередь n-разрядный тетракод может быть задан набором из n тетритов, каждый из которых может содержать одно из четырех значений:

$$T = \{t_i \mid i = \overline{0, n-1},\ t_i = 0 \wedge t_i = \mathrm{A} \wedge t_i = \mathrm{M} \wedge t_i = 1\} \tag{2}$$

3. N – вектор соседства, который служит для определения соседей для любого единичного автомата структуры:

$$N = \{\vec{x}_1, \vec{x}_2, ..., \vec{x}_{n-1}, \vec{x}_n\} \tag{3}$$

В случае с КТА, как и в КА, n = 4 для соседства фон Неймана и n = 8 для соседства Мура (рис. 1).

4. h – локальная функция переходов, которая задает правила поведения каждой клетке-автомату структуры в момент времени t на основе состояний всех соседних автоматов (в зависимости от вектора соседства N) и основана на тетралогике [4–5].

	$(i, j+1)$	
$(i-1, j)$	(i, j)	$(i+1, j)$
	$(i, j-1)$	

$(i-1, j+1)$	$(i, j+1)$	$(i+1, j+1)$
$(i-1, j)$	(i, j)	$(i+1, j)$
$(i-1, j-1)$	$(i, j-1)$	$(i+1, j-1)$

Рисунок 1 - Типы соседства в КТА для ячейки с координатами (i, j)(слева – соседство фон Неймана, справа – соседство Мура)

На каждом дискретном шаге времени осуществляется пересчет функции переходов для каждой ячейки автомата. Шаг считается завершенным после определения нового состояния каждой клетки. Обновление значений состояний всех клеток происходит одновременно.

В работе предложены два вида КТА:

– неуправляемые (НКТА) – вид КТА, в котором пользователь не может вмешиваться в процесс эволюции;

– управляемые (УКТА) – вид КТА, в котором пользователь может корректировать процесс эволюции, задавая некий набор новых условий в процессе работы автомата.

Задание начальных состояний КТА

Одним из важных этапов при моделировании КА является задание начальных условий. В существующих версиях программных реализаций КА этот процесс осуществляется различными способами, однако для ускорения процесса задания начальных условий эффективным можно назвать способ, при котором используются тетракоды как разновидность постбинарных кодов [4, 6–9].

Понятие тетракодов впервые было введено в 1996 году в работе [7] как расширение традиционного двоичного кодо-логического базиса. Каждый разряд тетракода фактически представляет (кодирует) одно из значений тетралогики. Впервые использовать тетралогику и тетракоды для усовершенствования КА было предложено в работе [8].

Тетралогика является кортежем четырех состояний:

$$L_4 = \{0,\ 1,\ \mathrm{A},\ \mathrm{M}\}, \qquad (4)$$

где: 0 – «Ложь»; 1 – «Истина»; А – значение неопределенности или равновероятности (или «Ложь», или «Истина»); М – значение множественности или равновозможности (и «Ложь», и «Истина»).

Дополнение к двум традиционным состояниям (0 – «Ложь» и 1 – «Истина») состояний множественности М и неопределенности А дает возможность существенно расширить диапазон кодируемых значений: в отличие от традиционного бинарного кода, определяющего единственное (точечное) значение на числовой оси, появляется возможность задания сразу множества значений[9].

Особый интерес к тетракодам обусловлен тем, что они позволяют задавать не единичное значение, а определенное множество значений, специфическим образом расположенных на числовой оси. Наличие хотя бы в одном разряде значения М приводит к увеличению числа фиксированных значений множества, а значения А в одном из разрядов – к неопределенности соответствующего числового значения [10].

Для чисел в формате тетракода справедливо следующее:

1) количество возможных точек K_L на оси для числа в формате тетракода зависит от количества разрядов k_M, содержащих значение множественности М:

$$K_L = 2^{k_M}\,. \tag{5}$$

2) количество возможных перестановок K_N из точек на оси для числа в формате тетракода зависит от количества разрядов k_A, содержащих значение неопределенности А:

$$K_N = 2^{k_A}\,. \tag{6}$$

Среди способов задания исходных значений в пространстве КА с помощью тетракодов, наиболее эффективной видится матричная форма представления (МФП) в пространстве двумерного (2D) КТА с соответственно двумя координатами X и Y.

Таким образом, учитывая двухмерность КА, формулы (5) и (6) можно представить в виде произведения количеств точек для каждой координаты:

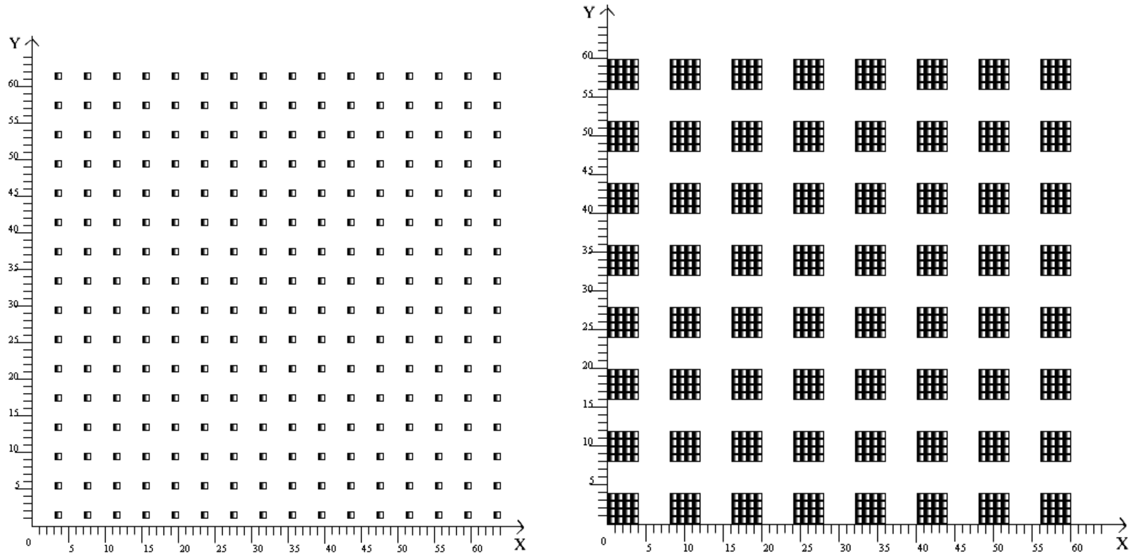
$$K_L^{(x,y)} = K_L^{(x)} \cdot K_L^{(y)} = 2^{k_M^{(x)}} \cdot 2^{k_M^{(y)}} = 2^{k_M^{(x)}+k_M^{(y)}}\,. \tag{7}$$

$$K_N^{(x,y)} = K_N^{(x)} \cdot K_N^{(y)} = 2^{k_A^{(x)}} \cdot 2^{k_A^{(y)}} = 2^{k_A^{(x)}+k_A^{(y)}}\,. \tag{8}$$

Так, на рис. 2*а* каждая координата содержит по 4 значения М, т. е. $k_M^{(x)} = k_M^{(y)} = 4$. Отсюда, согласно (7), $K_L = 2^8 = 256$ исходных значений. Для рис. 2*б* $k_M^{(x)} = k_M^{(y)} = 5$, откуда $K_L = 2^{10} = 1024$ исходных значений.

Присутствие в значениях координат неопределенности А и множественности М приводит к заданию исходных значений в количестве вариантов K, равных значению сочетания количества разрядов М и А:

$$K^{(x,y)} = K_L^{(x,y)} \cdot K_N^{(x,y)} = 2^{k_M^{(x)}+k_A^{(x)}+k_M^{(y)}+k_A^{(y)}}\,. \tag{9}$$



X = MMMM11, Y = MMMM01 — а)

X = MMM0MM, Y = MMM0MM — б)

Рисунок 2 - Варианты задания исходных значений 2D КТА

На рис. 3 приведены несколько вариантов из множества возможных исходных значений КТА при одних и тех же координатах x = MMMMM0, y = MMAAMA. Количество всех возможных вариантов задания исходных значений для данных координат можно найти по формуле (9):

$$K^{(x,y)} = K_L^{(x,y)} \cdot K_N^{(x,y)} = 2^{5+0+3+3} = 2^{11} = 2048.$$

Формальное описание и правила работы КТА

Обозначим рассматриваемую ячейку клеточного автомата в момент времени t – $a_0(t)$, а ее соседей $a_i(t)$. Очевидно, что в общем случае для 2D КА клетку окружают 8 соседей (см. рис. 1), поэтому для $a_i(t)$ $i=\overline{1,k}$ при k = 8. Тогда правила поведения рассматриваемой ячейки классического клеточного автомата в следующий момент времени (t + 1) можно записать следующим образом:

$$a_0(t+1) = \begin{cases} 0, \ if \ \ \bigwedge_{i=1}^{k} a_i(t) = 0 \wedge \sum_{i=1}^{k} a_i(t) = 3, \\ 1, \ if \ \ \bigvee_{i=1}^{k} a_i(t) = 1 \wedge \left(\sum_{i=1}^{k} a_i(t) < 2 \vee \sum_{i=1}^{k} a_i(t) > 3 \right), k = 8. \end{cases} \quad (10)$$

Формула (9) представляет собой алгоритмическое описание классических «генетических законов» (правил) КА Конвея [1].

 ISSN 1562-9945

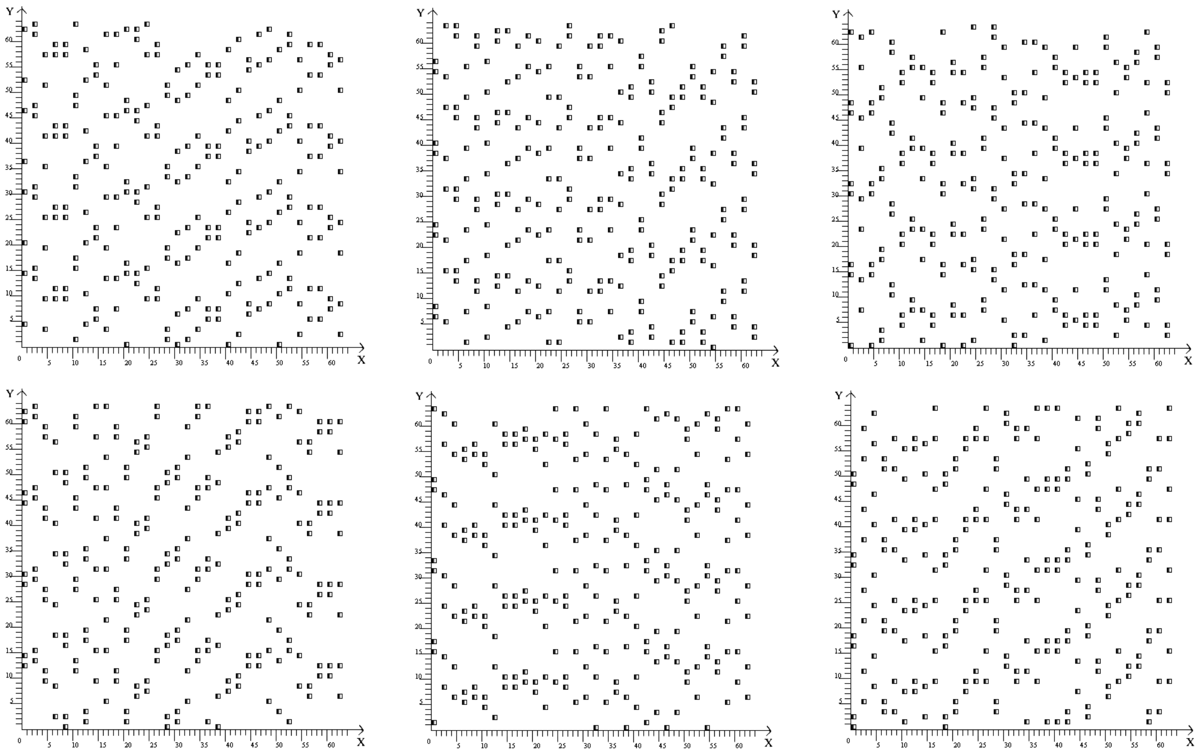


Рисунок 3 - Варианты задания исходных значений 2D КТА при одних и тех же координатах (ММММM0, ММААМА)

Правила управляемого и неуправляемого клеточных тетраавтоматов основаны на модификации классических «генетических законов» Конвея. В НКТА и УКТА кроме двух традиционных состояний (1 и 0) вводятся два дополнительных состояния, соответствующих значениям А и М тетракодов.

При этом каждая клетка может находиться в одном из четырех следующих состояний, которые могут быть интерпретированы в терминологии автомата «Жизнь» Конвея:

– 0 – пустая («мертвая») клетка;

– 1 – непустая («живая») нормальная клетка;

– М – «суперклетка», обладающая специфическими особенностями, обусловленными множественным характером поведения клетки и, как следствие, ее повышенной адаптивностью;

– А – «слабая» («больная») клетка, что делает ее более неустойчивой.

Таким образом, на основании (10), формула, задающая правила работы НКТА примет вид:

$$a_0(t+1)=\begin{cases}0,\ if\ \ (\forall a_i(t)=\mathrm{A})\wedge\left(2<\sum_{i=1}^{k}a_i(t)>3\right),\\ 1,\ if\ \ \left(\bigwedge_{i=1}^{k}a_i(t)=0\wedge[\forall a_i(t)=1]\wedge\sum_{i=1}^{k}a_i(t)=3\right)\vee\\ \qquad\vee\left(a_i(t)=\mathrm{A}\wedge[\exists a_i(t)=\mathrm{M}]\wedge 2\geq\sum_{i=1}^{k}a_i(t)\leq 3\right),\\ \mathrm{A},\ if\ \ \left(\bigwedge_{i=1}^{k}a_i(t)=0\wedge[\forall a_i(t)=\mathrm{A}]\wedge[\forall a_i(t)=\mathrm{M}]\wedge\sum_{i=1}^{k}a_i(t)=3\right)\vee\\ \qquad\vee\left(\bigvee_{i=1}^{k}a_i(t)=1\wedge[\exists a_i(t)=\mathrm{M}]\wedge 2\geq\sum_{k=1}^{k}a_i(t)\leq 3\right)\vee\\ \qquad\vee\left(a_i(t)=\mathrm{M}\wedge 2\geq\sum_{i=1}^{k}a_i(t)\leq 3\right),\\ \mathrm{M},\ if\ \ \left(\bigwedge_{i=1}^{k}a_i(t)=0\wedge[\exists a_i(t)=\mathrm{M}]\wedge\sum_{i=1}^{k}a_i(t)=3\right)\vee\\ \qquad\vee\left(\bigvee_{i=1}^{k}a_i(t)=1\wedge[\exists a_i(t)=\mathrm{M}]\wedge 2\geq\sum_{i=1}^{k}a_i(t)\leq 3\right)\vee\\ \qquad\vee\left(a_i(t)=\mathrm{A}\wedge[\exists a_i(t)=\mathrm{M}]\wedge 2\geq\sum_{i=1}^{k}a_i(t)\leq 3\right),\ k=8.\end{cases}\qquad\textbf{(11)}$$

В УКТА пользователь задает определенный набор параметров. Таким образом, на основании **(10)**, основная формула УКТА примет вид (nb – допустимое количество слабых соседей, ns – допустимое количество суперсоседей, задаваемое пользователем в процессе эволюции автомата):

ISSN 1562-9945

$$a_0(t+1)=\begin{cases}0,\ if\ \ (\forall a_i(t)=\text{A})\wedge\left(2<\sum_{i=1}^{k}a_i(t)>3\right),\\ 1,\ if\ \left(\bigwedge_{i=1}^{k}a_i(t)=0\wedge\sum_{i=1}^{k}a_i(t)=3)\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{A})<nb\right]\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{M})<ns\right]\right)\vee\\ \qquad\vee\left(a_i(t)=\text{A}\wedge 2\geq\sum_{k=1}^{8}a_k(t)\leq 3\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{M})<ns\right]\right),\\ \text{A},\ if\ \left(\bigwedge_{i=1}^{k}a_i(t)=0\wedge\sum_{i=1}^{k}a_i(t)=3\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{A})\geq nb\right]\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{M})<ns\right]\right)\vee\\ \qquad\vee\bigvee_{i=1}^{k}a_i(t)=1\vee a_i(t)=\text{M},\\ \text{M},\ if\ \left(\bigwedge_{i=1}^{k}a_i(t)=0\wedge\sum_{i=1}^{k}a_i(t)=3\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{M})\geq ns\right]\right)\vee\\ \qquad\vee\left(\bigvee_{i=1}^{k}a_i(t)=1\wedge 2\geq\sum_{i=1}^{k}a_i(t)\leq 3\wedge\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i(t)=\text{M})<ns\right]\right),k=8.\end{cases}\tag{12}$$

Выводы

На сегодняшний день КА широко применяются во многих отраслях знания для исследования реальных различных сложных процессов. Решение задач на базе клеточных автоматов требует большого объема памяти для хранения состояний решетки и позволяет выполнять большое количество итераций, что требует существенного повышения производительности КА.

Формальное описание и рассмотрение правил работы неуправляемых и управляемых клеточных тетраавтоматов позволяют сделать вывод о том, что тетралогика и тетракоды могут быть эффективно использованы для дальнейшего развития теории и практики КА, в том числе и в плане повышения их производительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коноплева А.П. Игра «Жизнь» Дж. Конвея на базе гиперкодов / А.П. Коноплева, А.Я. Аноприенко // Материалы III международной научно-технической конференции «Информатика и компьютерные технологии - 2007», 11-13 декабря 2007 г. / – Донецк : ДонНТУ, 2007. - С. 254–257.
2. Аноприенко А.Я. Развитие идеи применения гиперкодов в моделировании клеточных автоматов / А. Я. Аноприенко, А. П. Коноплева // Наукові праці Донецького національного технічного університету, серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка» / - Вип. 9 (132). – Донецк : ДонНТУ, 2008. - С. 115–118.

3. Аноприенко А.Я. Управляемый постбинарный клеточный автомат / А.Я. Аноприенко, А.П. Коноплева // Материалы II всеукраинской научно-технической конференции «Информационные управляющие системы и компьютерный мониторинг (ИУС и КМ 2011)», 12–13 апреля 2011 г.Т. 2. – Донецк : ДонНТУ, 2011.
4. Аноприенко А.Я. Постбинарный компьютинг и интервальные вычисления в контексте кодо-логической эволюции / А.Я. Аноприенко, С.В. Иваница. – Донецк : ДонНТУ, УНИТЕХ, 2011. - 248 с.
5. Аноприенко А.Я. Особенности реализации постбинарных логических операций / А.Я. Аноприенко, С.В. Иваница // Искусственный интеллект. – 2011. - № 2. - С. 110–121.
6. Аноприенко А.Я. Тетралогика, тетравычисления и ноокомпьютинг / А.Я. Аноприенко, С.В. Иваница. – Донецк : ДонНТУ, УНИТЕХ, 2012. – 308 с.
7. Аноприенко А.Я. Эволюция алгоритмического базиса вычислительного моделирования и сложность реального мира / А.Я. Аноприенко // Научные труды Донецкого национального технического университета. Вып. 52. Серия «Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем» (МАП-2002). – Донецк : ДонНТУ, 2002. - С. 6–9.
8. Аноприенко А.Я. Grid-технологии: развитие, моделирование и перспективы постбинарного компьютинга / А.Я. Аноприенко, А.П. Коноплева, В.В. Дзьоба, Х. Аль-Абабнех // Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия: Информатика, кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-2009). Выпуск 10 (153). – Донецк : ДонНТУ, 2009. - С. 324–327.
9. Аноприенко А.Я. Оценка производительности при моделировании постбинарных клеточных автоматов и способы ее повышения / А.Я. Аноприенко, А.П. Коноплева, А.Ю. Василенко // Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия «Информатика, кибернетика и вычислительная техника» (ИКВТ-2009). – Вып. 147. – Донецк : ДонНТУ, 2009. - С. 96–104.
10. Аноприенко А.Я. Концепция расширенного кодо-логического базиса компьютерного моделирования // А.Я. Аноприенко. Археомоделирование: Модели и инструменты докомпьютерной эпохи. – Донецк : УНИТЕХ, 2007. – 318 с.

 ISSN 1562-9945