

А.И. Михалев, В.Н. Журавлев, Р.А. Сухомлин

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ АВИАЦИОННОГО РЕДУКТОРА**

*Аннотация. В работе рассматривается задача идентификации и прогнозирования технического состояния авиационного редуктора (АР) по измеренным на объекте вибросигналам, математически представляемым в виде сложного временного ряда. Полностью описан процесс создания модели состояния АР, начиная от выбора её структуры и заканчивая проверкой на адекватность. Кратко приведены основные определения моделей, используемых в работе. Параметры модели вычисляются тремя методами: Ньютона-Гаусса, наискорейшего спуска, Левенберга-Марквардта. Рассмотрены задачи определения степени нестационарности сигнала (применён расширенный тест Дики — Фуллера) и преобразования его к стационарному виду.*

*Ключевые слова: идентификация модели, авиационный редуктор, вибросигнал, пересопряжение зубьев.*

### **Введение**

Объектом является авиационный редуктор, по вибросигналу которого проводится идентификация его технического состояния. Идентификация ТС АР проводится с целью последующего прогнозирования технического состояния (ТС) редуктора, для своевременного предупреждения возможных при его работе неисправностей. Как будет показано ниже, исследуемый выходной сигнал моделируемой системы (вибросигнал) имеет сложную структуру и является нестационарным, к тому же нет никаких данных о входах моделируемой системы. Учитывая все вышеперечисленное, была выбрана модель Бокса-Дженкинса. Исследования показали, что данная модель удовлетворяет всем требованиям решаемой задачи.

### **Модель Бокса-Дженкинса**

Модель Бокса-Дженкинса используется для моделирования нестационарных временных рядов [1]. Такую модель еще называют ин-

тегрированной моделью авторегрессии – скользящего среднего. Моделирование нестационарных временных рядов возможно благодаря интегрированию (определение разности отсчетов сигнала), которое позволяет из нестационарного ряда сделать стационарный, путём вычисления конечной разности соответствующего порядка. Порядок разности можно определить, вычислив количество единичных корней временного ряда, или экспериментальным путем: путем вычисления разности между отсчетами до тех пор пока ряд не станет стационарным. Порядок модели и стационарность временного ряда можно определить по виду автокорреляционной и частной автокорреляционной функции.

Модель Бокса-Дженкинса как известно [1] имеет вид:

$$\Delta^d y_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d y_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где  $p$  - порядок модели,  $a$  - параметры модели (коэффициенты авторегрессии),  $c$  - постоянная константа,  $\varepsilon_t$  - случайная переменная (шум),  $d$  - порядок разностей временного ряда,  $\Delta^1 y_t = y_{t+1} - y_t$  - разность временного ряда первого порядка,  $b$  - коэффициенты скользящего среднего.

Переменная  $\varepsilon_t$  в модели играет роль возмущения. Т.е. это какое-то входное воздействие на процесс, которое чаще всего имеет отрицательное влияние. В некоторых случаях, эта переменная служит в качестве компенсации при введении в модель излишних объясняющих переменных или при их недостатке [1]. В любом случае, при введении такой случайной составляющей необходимо априори знать ее статистические характеристики, такие как математическое ожидание, дисперсия и корреляция с другими переменными модели.

Описание структуры модели Бокса-Дженкинса представляется в следующем виде:

$$ARIMA(p, d, q),$$

где  $p$  – порядок авторегрессии (AR),  $d$  – порядок разностей (I),  $q$  – порядок скользящего среднего (MA).

Методы оценивания параметров модели Бокса-Дженкинса

Для итеративного вычисления параметров модели в работе используются три метода: метод Ньютона-Гаусса [2], градиентный спуск [3] и метод Левенберга-Марквардта [3]. Конечно же, параметры можно вычислить и одним методом, но каждый из них имеет свои достоинства и недостатки, что влияет на качество решения. Поэтому корректным решением будет использовать все три метода, а затем по показателям ошибок моделирования (ошибка окончательного предсказания Акайка (FPE), средний квадрат ошибки (MSE)) выбрать лучший результат.

#### Тест на проверку стационарности временного ряда

Расширенный тест Дики — Фуллера (ADF-тест) используется для проверки стационарности временного ряда [4]. Ряд является нестационарным, если имеет единичный корень. Доказательство наличия единичного корня производится с помощью вычисления коэффициентов авторегрессионного уравнения.

Допустим, у нас есть авторегрессионное уравнение второго порядка:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \varepsilon_t. \quad (2)$$

Данное уравнение можно представить через разности:

$$\Delta y_t = (a_1 + a_2 - 1)y_{t-1} - a_2 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где  $\Delta$  - указывает на разность первого порядка ( $\Delta y_t = \Delta^1 y_t = y_t - y_{t-1}$ ).

Из гипотезы о единичном корне следует, что коэффициент при  $y_{t-1}$  должен равняться нулю в случае наличия нестационарности, и быть меньше нуля, если временной ряд стационарен, т.е.  $(a_1 + a_2 - 1) < 0$  - временной ряд стационарен,  $(a_1 + a_2 - 1) = 0$  - нестационарен. Значение коэффициентов AR уравнения можно найти с помощью t-статистики. Однако распределение при ADF-тесте отличается от стандартного распределения t-статистики (распределение Стьюдента). Распределение Дики-Фуллера выражается через винеровский процесс [4].

Если процесс является авторегрессионным порядка  $p$ , то уравнение (9) переписывается в виде:

$$\Delta y_t = a_1 y_{t-1} - a_2 \Delta y_{t-1} - \dots - a_p \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t. \quad (4)$$

**Обзор исходных данных моделирования**

В качестве носителя информации о техническом состоянии редуктора рассмотрим вибросигнал измеренный с частотой дискретизации 192 кГц. Частота дискретизации сигнала довольно большая, поэтому для корректного диагностирования ТС редуктора с помощью модели необходимо выполнять прогнозирование вперед как минимум на 30 отсчетов, используя для этого хотя бы 50 предыдущих отсчетов. Ниже приведен рисунок спектрального состава вибросигнала.

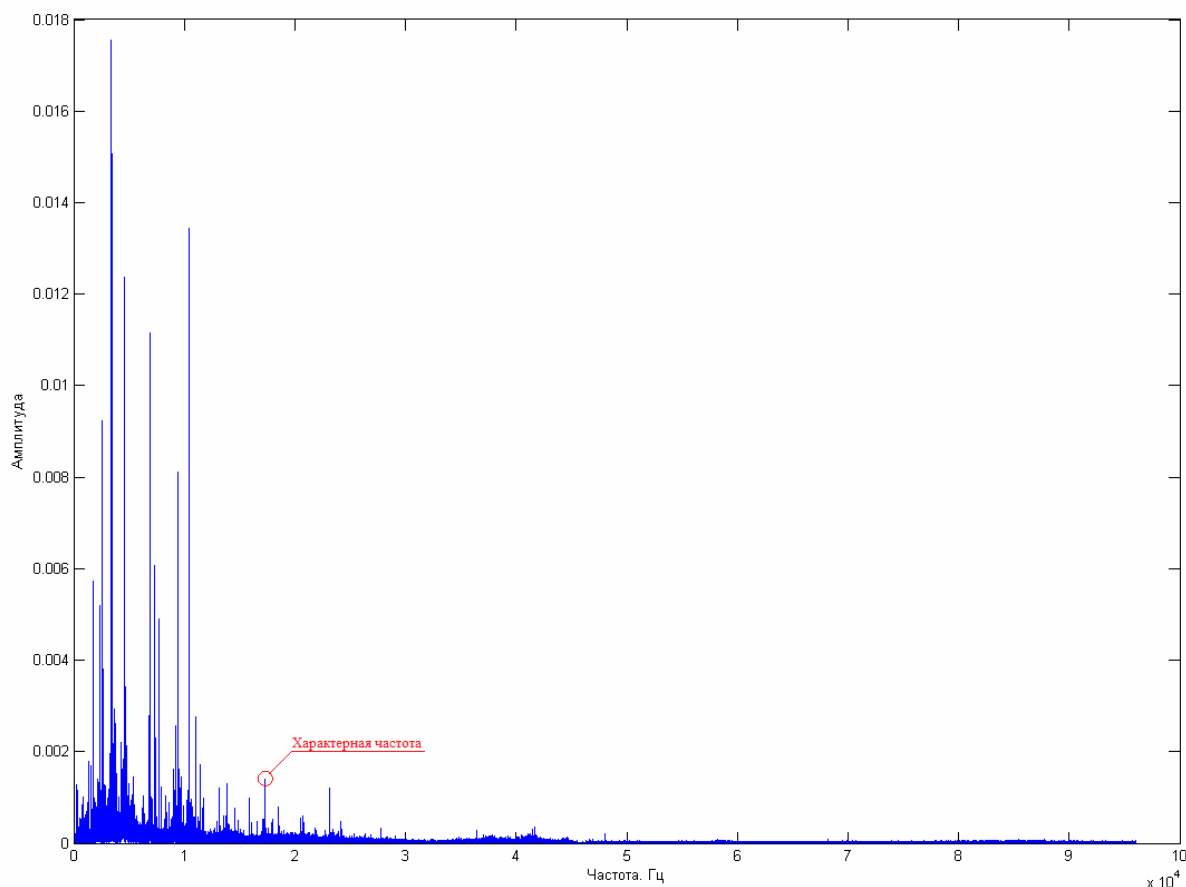


Рисунок 1 – Спектр вибросигнала

На рисунке, на промежутке 17-18 кГц отмечена характерная частота, здесь находится пятая гармоника частоты пересопряжения исследуемого спутника АР. Изменение данной гармоники отражает изменение ТС редуктора, поэтому в дальнейшем она будет отфильтрована полосовым фильтром и использована при построении модели.

Важным моментом процесса идентификации модели является стационарность временного ряда, по которому строится модель. Стационарность определялась в соответствии с тестом Дики-Фуллера, который подтвердил гипотезу наличия единичных корней, а значит

данный временной ряд - нестационарен. Нестационарность также можно определить по графику автокорреляции [5], который приведен ниже:

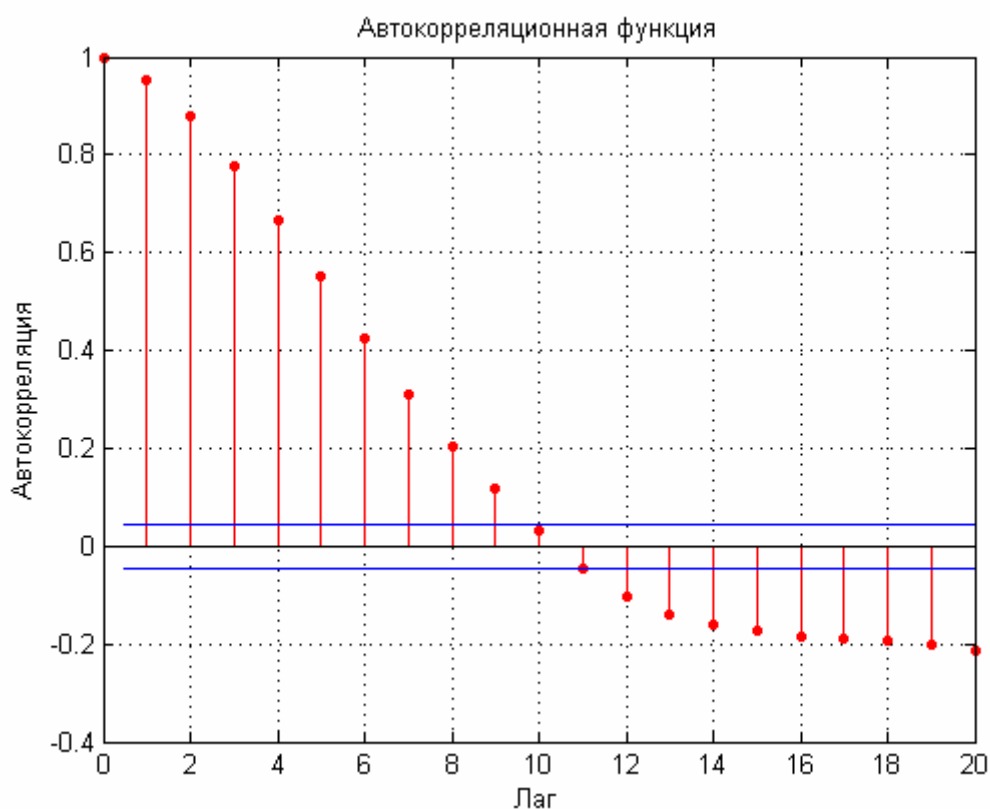


Рисунок 2 – Автокорреляционная функция вибросигнала

Из рисунка (2) следует, что вибросигнал нестационарен, поскольку несколько первых коэффициентов автокорреляции постоянно имеют большое значение и медленно стремятся к нулю.

#### **Построение и тестирование модели редуктора**

Процесс построения модели всегда начинается с определения структуры модели. Как уже было сказано выше, в данной работе будет построена модель вибросигнала авиационного редуктора, который является довольно сложным техническим объектом. Целью моделирования является выявление возникающих разладок в работе АР, которые свидетельствуют о его неполадках. Предлагаются авторегрессионные модели, которые не требуют подробной информации об объекте моделирования. При этом по результатам предварительного анализа вибросигнала редуктора, проведенного в предыдущем разделе, также известно о его нестационарности.

Итак, критерии, которым должна удовлетворять структура выбранной модели следующие:

- авторегрессионный тип модели;
- применимость для нестационарных временных рядов.

Данным критериям, как уже указывалось, лучше всего удовлетворяет модель Бокса-Дженкинса.

Перед тем как строить модель необходимо провести предварительную обработку вибросигнала авиационного редуктора. По априорным данным об объекте известно, что изменение сигнала на частоте 17-18 кГц свидетельствует об изменении технического состояния объекта. Таким образом, необходимо выделить эту характеристическую частоту, используя полосовой фильтр на промежутке частот 17-18 кГц. В качестве фильтра предлагается выбирать такой, который не сильно сдвигает фазу сигнала. В этой связи был выбран фильтр Баттерворта второго порядка. В результате фильтрации получается сигнал с одной характерной частотой в спектре. Затем полученный сигнал проверяется на стационарность с использованием для этого теста Дики-Фуллера, который проверяет гипотезу наличия единичных корней. Исходя из предварительного анализа вибросигнала (проведенного в предыдущем разделе) следует, что в случае выбора авторегрессионной модели, при предсказании будущих значений вибросигнала необходимо использовать минимум 50 отсчетов реального сигнала снятого с редуктора.

Пользуясь результатами предварительного анализа вибросигнала, определимся с конечной структурой модели. ADF-тест показал необходимость использования разности первого порядка, а априорная информация указывает на необходимость авторегрессии минимум 50-го порядка. Учитывая все данные о сигнале, выберем модель Бокса-Дженкинса ARIMA(50,1,0), т.е. модель должна состоять из 50 авторегрессионных слагаемых в виде разностей 1-го порядка с коэффициентами регрессии  $a_i$  :

$$\Delta^1 y_t = c + \sum_{i=1}^{50} a_i \Delta^1 y_{t-i} + \varepsilon_t . \quad (5)$$

Далее последовательно тремя методами: Ньютона-Гаусса, наискорейшего спуска и Левенберга-Марквардта вычисляются коэффициенты авторегрессии  $a_i$  . После чего выбирается наилучший из них.

Для моделируемого сигнала лучшим оказался метод Ньютона-Гаусса, со следующими показателями надежности:

- Ошибка окончательного предсказания Акайка (FPE)  $9,785e-06$ ;

- Средний квадрат ошибки (MSE)  $9,701e-06$ .

Вычисленный порядок ошибки моделирования  $10^{-6}$ .

Докажем корректность полученного результата (адекватность модели AP).

Порядок модели 50, т.е. при прогнозировании используется 50 предыдущих отсчетов вибросигнала с частотой дискретизации 192 кГц. Переведем 50 отсчетов сигнала в секунды, разделив на 192 КГц, и получим тем самым время между отсчетами в  $2,6 \cdot 10^{-4}$  сек. Т.о. порядок ошибки  $10^{-6}$  возможен, если за время  $2,6 \cdot 10^{-4}$  сек. система не изменит своего состояния. Поскольку в работе исследуется работа сателлита AP, то состояние редуктора изменится при наступлении момента пересопряжения зубьев. Из физики работы AP известно, что 5-я гармоника пересопряжения находится на частоте 17 КГц. Разделив её на 5, получим частоту первой гармоники: 3400 Гц или её период -  $2,9 \cdot 10^{-4}$  сек. Как результат: система не меняет своего состояния.

Далее выделим несколько выборок (в исследовании использовано 190 выборок длиной 90 отсчетов) вибросигнала, и с помощью полученной модели выполним предсказание на 30 отсчетов вперед. Процент совпадения реального и предсказанного моделью сигнала равняется 85%, что подтверждается рис. 3.

### Выводы

В работе была рассмотрена задача построения модели вибросигнала авиационного редуктора. В результате проведенного анализа моделируемого процесса была построена интегрированная модель авторегрессии-скользящего среднего ARIMA(50,1,0), которая состоит из пятидесяти авторегрессионных слагаемых и из разности первого порядка. Ошибки при вычислении параметров модели: FPE  $9.785e-06$ , MSE  $9.701e-06$ . Точность прогнозирования модели 85%. Еще одним подтверждением адекватности модели являются исследования, проведенные в работе [6], которые говорят о том, что вибросигнал действительно отражает ТС редуктора.

Построенная модель может быть использована для выявления изменения ТС авиационного редуктора, это позволит использовать ее

при выявлении неисправностей. Применения модели при технической диагностике редуктора позволит заранее выявить возможные неполадки и избежать возникновения серьезных повреждений.

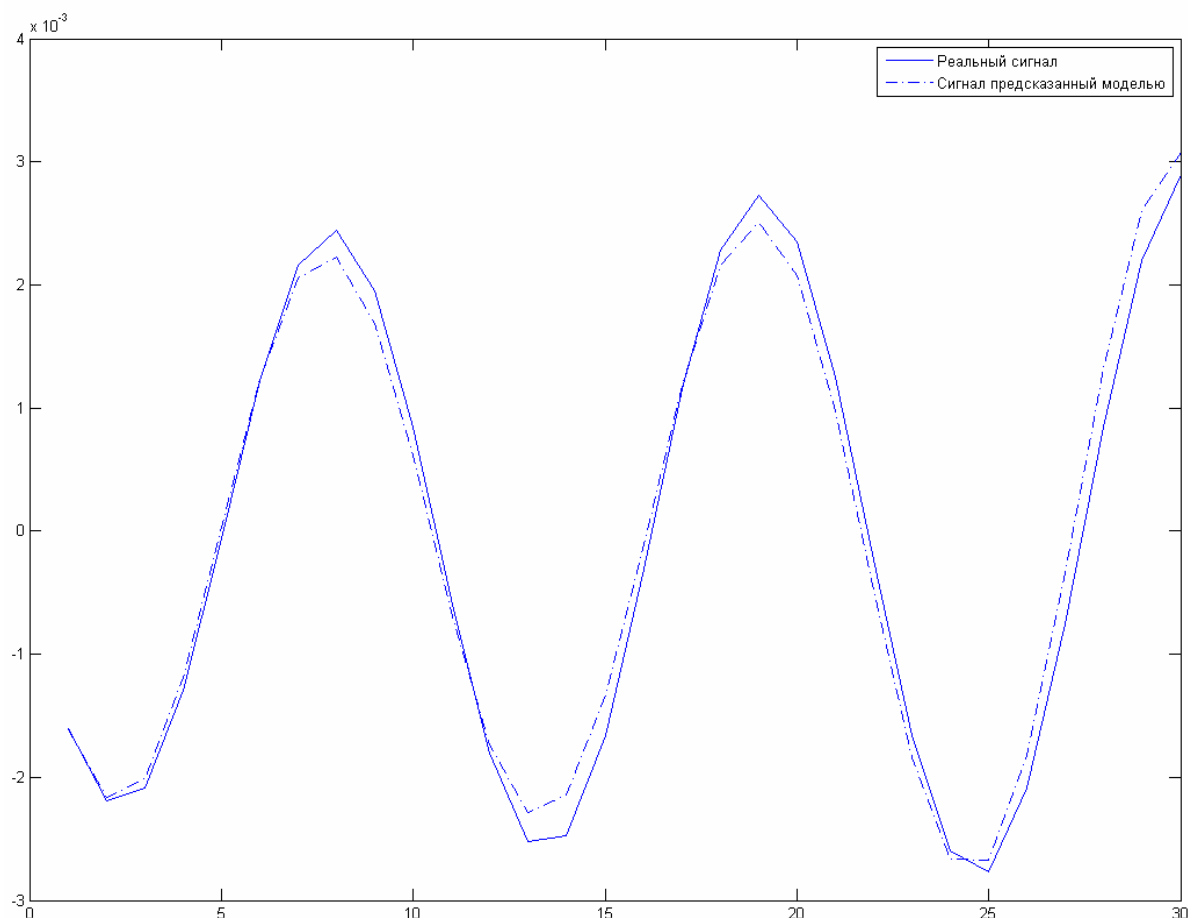


Рисунок 3 – Реальный и предсказанный моделью временной ряд.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Т. 1, 2. — М.: 1974.
2. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. П. Вычислительные методы для инженеров. — М.: Мир, 1998.
3. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. — М.: Мир, 1985.
4. Dickey D. A. and Fuller W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root /Journal of the American Statistical Association. — 1979.
5. Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., Райте А.Дж. Бизнес-прогнозирование — М.: Издательский дом "Вильямс", 2003.
6. Методы Гильберта-Хуанга и КМА в задачах идентификации технического состояния авиационных редукторов. / Михалев А.И., Журавлев В.Н., Сухомлин Р.А. //Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - №3(86). - Днепропетровск, 2013. – С. 124-134.