

УДК 629.7.083.03 : 629.735.45

А.И. Михалев, В.Н. Журавлев, А.А. Недоспасов, Р.А. Сухомлин
**ФРАКТАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПОРЯДКА МОДЕЛИ
СОСТОЯНИЯ АВИАЦИОННОГО РЕДУКТОРА**

Аннотация. Рассматривается задача оценивания порядка построенной модели методами многомерного фрактального анализа. Модель построена по вибросигналу авиационного редуктора с целью прогнозирования технического состояния (ТС) последнего. Проведено исследование зависимости (фрактальности) выходного сигнала моделей различного порядка, что позволит подтвердить корректность выбора определенного порядка, а также будет вкратце рассмотрен процесс построения модели.

Ключевые слова: модель Бокса-Дженкинса, авиационный редуктор, вибросигнал, пересопряжение зубьев, RS-анализ, метода максимума модулей вейвлет преобразования.

Сигнал, по которому строилась модель, является вибросигналом авиационного редуктора (АР) измеренным с частотой дискретизации 192 кГц. Из априорной информации о сигнале известно, что для корректного диагностирования ТС редуктора с помощью модели необходимо выполнять прогнозирование вперед как минимум на 30 отсчетов, используя для этого хотя бы 50 предыдущих отсчетов. Вибросигнал имеет сложную структуру спектра и является нестационарным, что было проверено тестом Дики-Фуллера [1], который подтвердил гипотезу наличия единичных корней. Из априорных данных о сигнале также известно, что на частоте 17-18 кГц вибросигнал имеет характерную частоту, которая соответствует пятой гармонике частоты пересопряжения исследуемого сателлита АР. Изменение данной гармоники отражает изменение ТС редуктора, поэтому ее необходимо выделить с помощью полосового фильтра и использовать при построении модели.

В работе построена модель вибросигнала авиационного редуктора, который является довольно сложным техническим объектом. Целью моделирования является выявление возникающих разладок в работе АР, которые свидетельствуют о его неполадках. Предлагаются авторегрессионные модели, которые не требуют подробной информации об объекте моделирования. При этом по результатам предвари-

тельного анализа вибросигнала редуктора, проведенного ранее, также известно о его нестационарности.

Критерии, которым должна удовлетворять структура выбранной модели следующие:

- авторегрессионный тип модели;
- применимость для нестационарных временных рядов.

Данным критериям, как уже указывалось, лучше всего удовлетворяет модель Бокса-Дженкинса [2].

При построении модели необходимо провести предварительную обработку вибросигнала авиационного редуктора. Априори об объекте известно, что изменение сигнала на частоте 17-18 кГц свидетельствует об изменении технического состояния объекта. Отсюда, необходимо выделить эту характеристическую частоту, используя полосовой фильтр на промежутке частот 17-18 кГц. В качестве фильтра предлагается выбирать такой, который не сильно сдвигает фазу сигнала. В этой связи был выбран фильтр Баттерворта второго порядка. В результате фильтрации получается сигнал с одной характерной частотой в спектре. Затем полученный сигнал проверяется на стационарность с использованием для этого теста Дики-Фуллера, который проверяет гипотезу наличия единичных корней. Исходя из предварительного анализа вибросигнала, следует, что в случае выбора авторегрессионной модели, при предсказании будущих значений вибросигнала необходимо использовать минимум 50 отсчетов реального сигнала снятого с редуктора.

Пользуясь результатами предварительного анализа вибросигнала, определимся с конечной структурой модели. ADF-тест показал необходимость использования разности первого порядка. При этом априорная информация указывает на необходимость авторегрессии минимум 50-го порядка. Учитывая все данные о сигнале, была выбрана модель Бокса-Дженкинса ARIMA(50,1,0). Таким образом, модель должна состоять из 50 авторегрессионных слагаемых в виде разностей 1-го порядка с коэффициентами регрессии a_i :

$$\Delta^1 y_t = c + \sum_{i=1}^{50} a_i \Delta^1 y_{t-i} + \varepsilon_t. \quad (1)$$

Далее последовательно тремя методами: Ньютона-Гаусса [3], наискорейшего спуска[4] и Левенберга-Марквардта[4] вычисляются

коэффициенты авторегрессии a_i . После чего выбирается наилучший из них. Для моделируемого сигнала - лучшим является метод Ньютона-Гаусса, со следующими показателями надежности:

- Ошибка окончательного предсказания Акайка (FPE) $9,785e-06$;

- Средний квадрат ошибки (MSE) $9,701e-06$.

Вычисленный порядок ошибки моделирования 10^{-6} .

Ниже приводится доказательство корректности полученного результата (адекватность модели AP). Порядок модели 50, т.е. при прогнозировании используется 50 предыдущих отсчетов вибросигнала с частотой дискретизации 192 кГц. При переводе 50 отсчетов сигнала в секунды, разделив на 192 кГц, будет получено время между отсчетами в $2,6 \cdot 10^{-4}$ сек. Т.о. порядок ошибки 10^{-6} возможен, если за время $2,6 \cdot 10^{-4}$ сек. система не изменит своего состояния. Поскольку в работе исследуется работа сателлита AP, то состояние редуктора изменится при наступлении момента пересопряжения зубьев. Из физики работы AP известно, что 5-я гармоника пересопряжения находится на частоте 17 КГц. Разделив ее на 5, получим частоту первой гармоники: 3400 Гц или ее период - $2,9 \cdot 10^{-4}$ сек. Как результат: система не меняет своего состояния.

Далее выделяются несколько выборок (в исследовании использовано 190 выборок длиной 90 отсчетов) вибросигнала, и с помощью полученной модели выполняются предсказания на 30 отсчетов вперед. Процент совпадения реального и предсказанного моделью сигнала равняется 85%.

Определение порядка модели

Порядок модели был определен в соответствии с априорными данными о вибросигнале AP и, в этой связи, является неточным. Исследовано несколько вариаций значений порядка модели и рассчитаны ошибки моделирования, а также показатели фрактальной размерности чтобы, в конечном итоге, определить наиболее корректный порядок.

Показатели надежности для моделей порядка 47, 50, 53 и 55 приведены в следующей таблице:

Таблица 1

Показатели надежности моделирования

	FPE	MSE
Порядок модели 47	9.737e-06	9.658e-06
Порядок модели 50	9.785e-06	9.701e-06
Порядок модели 53	9.528e-06	9.44e-06
Порядок модели 55	9.588e-06	9.497e-06

При сравнении значений таблицы, получено заключение о том, что модель Бокса-Дженкинса порядка 53 является наиболее надежной из всех.

Фрактальный анализ выходных сигналов построенных моделей. Как показал RS-анализ [5], коэффициент Херста находится в пределах $0 < H < 0.5$ (таб. 2), что говорит о том, что сигнал полученный моделями разных порядков относится к антиперсистентным процессам и характеризует модели как сигнал с хаотичными дискретизациями. По результатам нормированного RS-анализ наиболее надежная модель 55 порядка.

Таблица 2

Результаты фрактального анализа моделей

	RS-анализ	ММВП
Порядок модели 47	1,6346	1,1591
Порядок модели 50	1,6415	1,1612
Порядок модели 53	1,7475	1,1568
Порядок модели 55	1,7527	1,1542

По результатам метода максимума модулей вейвлет преобразования [6] выявили более надежную модель 53 порядка. Что сходиться с показателями надежности моделирования FPE и MSE (таблица 1).

Выводы

Рассмотрена задача определения порядка модели авиационного редуктора и процесс ее построения. Оценивание порядка модели было проведено двумя классами методов: показатели надежности моделирования (ошибка окончательного предсказания Акайка, средний квадрат ошибки) и методы многомерного фрактального анализа.

Методы фрактального вейвлет – анализа позволяют вычислить предел предсказуемости, характеризующий внутреннее свойство ди-

намической модели, связанное с хаотичностью. Вычисления коэффициента Херста показывают, что модели разных порядков относятся к антиперсистентным процессам. По результатам анализа, выявили, что наиболее подходящим методом для выявления надежности модели является ММВП, так как сигнал обладает мультифрактальными свойствами.

Анализ рассмотренными методами показал, что наиболее корректной является модель Бокса-Дженкинса 53 порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dickey D. A. and Fuller W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root / Journal of the American Statistical Association. — 1979.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Т. 1, 2. — М.: 1974.
3. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. П. Вычислительные методы для инженеров. — М.: Мир, 1998.
4. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. — М.: Мир, 1985.
5. Недоспасов А.А., Кошуляк А.В. Фрактальный анализ неровностей поверхностей ободов железнодорожных колёс // Международный форум-конкурс «Проблемы недропользования». - Санкт-Петербурге, 2013.
6. Михалёв А.И., Недоспасов А.А. Оценка эффективности методов диагностирования дефектов подшипников на основе многомерного фрактального анализа // Наукові вісті. Сучасні проблеми металургії, №15. - Дніпропетровськ., 2012. – С. 97-108.