УДК 519.7

В.П. Иващенко, А.И. Тимошкин

О НЕОБХОДИМЫХ И ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРОВЕРЯЮЩЕГО ТЕСТА ДЛИНЫ 2 ДЛЯ АСИНХРОННЫХ АВТОМАТОВ МУРА

Аннотация. Ставится проблема существования проверяющего теста длины 2 для асинхронных конечных детерминированных автоматов в отношении константных неисправностей на их внутренних и внешних полюсах. Проблема рассматривается в отношении асинхронных автоматов Мура. Получены необходимые и достаточные условия существования проверяющего теста длины 2 для асинхронных автоматов Мура относительно одиночных константных неисправностей на их внутренних и внешних полюсах.

Ключевые слова: Асинхронный автомат Мура, одиночная константная неисправность, проверяющий тест.

Постановка проблемы

Проблема построения последовательностных схем, в которых обнаружение неисправностей производится тестовыми последовательностями заранее фиксированной длины, является одной из наиболее сложных и малоисследованных проблем проектирования контролепригодных цифровых устройств [1,2]. Математическими моделями последовательностных схем являются конечные детерминированные автоматы [3,4]. Поэтому эта проблема тесно связана с задачей поиска различных классов автоматов, в которых обнаружение всех неисправностей из определенного множества осуществляется тестом заранее фиксированной длины (в том числе минимальной, т.е. длины 2), не зависящей от мощностей алфавита состояний, входного и выходного алфавитов [4,5,6].

Данная задача может быть сформулирована следующим образом: задан класс К неисправностей асинхронных конечных детерминированных автоматов, требуется установить, существует ли конечный автомат, обладающий проверяющим тестом заданной длины относительно заданного класса неисправностей. В частности, существует ли конечный автомат, обладающий проверяющим тестом длины 2 относительно неисправностей типа одиночных фиксаций константами внутренних и внешних переменных его системы канонических уравнений? В работах [7,8] затрагивается проблема проверяемости константных неисправностей входных и выходных переменных конечных автоматов двумя тест-векторами. Положительный ответ на поставленный вопрос для случая асинхронных абстрактных автоматов дается в работе [9]. Этот ответ порождает задачу поиска необходимых и достаточных условий существования проверяющих тестов длины 2 для асинхронных автоматов относительно одиночных константных неисправностей на полюсах, соответствующих входным, внутренним и выходным переменным их систем канонических уравнений.

Основное содержание

Данные условия формулируются в настоящей работе для асинхронных автоматов Мура [4,5].

Пусть имеется произвольный асинхронный абстрактный автомат Мура [4,5] $Q' = (A', B, E, M, N)$. При этом $A' \subseteq \{0,1\}^m, B \subseteq \{0,1\}^n, E \subseteq \{0,1\}^k$ - соответственно множества внутренних состояний, входных и выходных сигналов, а M и N − функции переходов и выходов такие, что для любого входного вектора $b \in B, b = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)$ и вектора внутреннего состояния ь определен вектор внутреннего состояния $a' = (\alpha_1, ..., \alpha'_m)$, в которое перейдет автомат Q' из $a = (\alpha_1, ..., \alpha_m)$ под действием входного вектора $b = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)$, и для любого вектора внутреннего состояния $a \in A', a = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$ определен выходной вектор $e = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_k); \varepsilon_i \in \{0,1\}$:

$$\begin{cases} M((\alpha_1, ..., \alpha_m), (\beta_1, ..., \beta_n)) = (\alpha'_1, ..., \alpha'_m) \\ N(\alpha_1, ..., \alpha_m) = (\varepsilon_1, ..., \varepsilon_k) \end{cases} \qquad (1)$$

Отображение M можно представить как систему из m функций $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_m$ так, что $\mu_i(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m, \beta_1, ..., \beta_n) = \alpha'_i$ для $i = \overline{1,m}$, а отображение N − как систему из k функций $\nu_1, \nu_2, ..., \nu_k$ так, что $\nu_j(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = \varepsilon_j$ для $j = \overline{1,k}$. При этом, вводя временной параметр t (временную переменную), можно перейти от системы (1) к системе канонических уравнений данного асинхронного абстрактного автомата:

$$\begin{cases} z_1(1) = z_1^0; ...; z_m(1) = z_m^0; \\ z_1(t+1) = \mu_1(z_1(t), ..., z_m(t), x_1(t+1), ..., x_n(t+1)), \\ \quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ z_m(t+1) = \mu_m(z_1(t), ..., z_m(t), x_1(t+1), ..., x_n(t+1)); \\ y_1(t+1) = \nu_1(z_1(t+1), ..., z_m(t+1)), \\ \quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ y_k(t+1) = \nu_k(z_1(t+1), ..., z_m(t+1)); \end{cases} \tag{2}$$

где $x_1, x_2, ..., x_n$ - входные, $y_1, y_2, ..., y_k$ - выходные, $z_1, z_2, ..., z_m$ - внутренние переменные, причем $z_1^0, z_2^0, ..., z_m^0$ - значения внутренних переменных в начальный момент времени.

Теорема 1. Асинхронный абстрактный автомат Мура $Q' = (A', B, E, M, N)$ обладает проверяющим тестом длины 2 относительно одиночных константных неисправностей на полючах, соответствующих входным, внутренним и выходным переменным его системы канонических уравнений тогда и только тогда, когда существуют входные векторы $b_s = (\beta_1^s, \beta_2^s, ..., \beta_n^s) \in B$ и $b_p = (\beta_1^p, \beta_2^p, ..., \beta_n^p) \in B; s \neq p$, где для каждого $j \in \{1, ..., n\}$ $\beta_j^s, \beta_j^p \in \{0,1\}$, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\begin{aligned}
&(\forall i \in \{1,2,...,m\})(\forall j \in \{1,2,...,n\})(\forall a = (\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \alpha_i, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m) \in A') \\
&(\forall \zeta \in \{0,1\})(h(N(\mu_1((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), ..., \mu_{i-1}((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \\
&\zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), \zeta, \mu_{i+1}((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), ..., \mu_m((\alpha_1, ..., \\
&\alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s)); N(M((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \alpha_i, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s))) + \\
&h(N(\mu_1(\mu_1((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), ..., \mu_{i-1}((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \\
&\alpha_m), b_s), \zeta, \mu_{i+1}((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), ... \mu_m((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, \\
&..., \alpha_m), b_s), b_p), ..., \zeta, ..., \mu_m(\mu_1((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), ..., \mu_{i-1}((\alpha_1, \\
&..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), \zeta, \mu_{i+1}((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), ..., \\
&\mu_m((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \zeta, \alpha_{i+1}, ..., \alpha_m), b_s), b_p)); N(M(M((\alpha_1, ..., \alpha_{i-1}, \alpha_i, \alpha_{i+1}, ..., \\
&\alpha_m), b_s), b_p))) > 0 \,\&\, h(N(M(a, (\beta_1^s, ..., \beta_{j-1}^s, \zeta, \beta_{j+1}^s, ..., \beta_n^s))); N(M(a, (\beta_1^s, \\
&..., \beta_{j-1}^s, \beta_j^s, \beta_{j+1}^s, ..., \beta_n^s)))) + h(N(M(M(a, (\beta_1^s, ..., \beta_{j-1}^s, \zeta, \beta_{j+1}^s, ..., \beta_n^s)), (\beta_1^p, \\
&..., \beta_{j-1}^p, \zeta, \beta_{j+1}^p, ..., \beta_n^p))); N(M(M(a, (\beta_1^s, ..., \beta_{j-1}^s, \beta_j^s, \beta_{j+1}^s, ..., \beta_n^s)), (\beta_1^p, ..., \\
&\beta_{j-1}^p, \beta_j^p, \beta_{j+1}^p, ..., \beta_n^p)))) > 0\}
\end{aligned} \tag{3}$$

$$(\forall a \in A')\{h(N(M(a,b_s)); N(M(M(a,b_s),b_p))) = k\} \quad (4)$$

где $h(c,d)$ - метрика Хемминга [6] для двоичных векторов c и d.

Доказательство. Необходимость. Для обнаружения константной неисправности ζ на любом полюсе и асинхронного автомата Мура Q' проверяющим тестом длины 2 необходимо существование по крайней мере одной пары входных векторов $b_s = (\beta_1^s, \beta_2^s, ..., \beta_n^s) \in B$ и $b_p = (\beta_1^p, \beta_2^p, ..., \beta_n^p) \in B$, где $\beta_i^s, \beta_i^p \in \{0,1\}, s \neq p$, такой, что

$$(\forall u \in U)(\forall a = (\alpha_1,...,\alpha_i,..,\alpha_m) \in A')(\forall \zeta \in \{0,1\})$$
$$\{(N_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(a,b_s)) \neq N(M(a,b_s))) \vee (N_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(a,b_s),b_p)) \neq$$
$$N(M(M(a,b_s),b_p)))\}$$

где U – множество полюсов рассматриваемого автомата. При этом запись u/ζ означает присутствие на полюсе и неисправности ζ.

Если полюсу u асинхронного автомата Мура Q' соответствует внутренняя переменная z_i его системы канонических уравнений, то

$$N_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(a,b_s)) = N(\mu_1((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),...,\mu_{i-1}(\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),$$
$$\zeta,\mu_{i+1}((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),...,\mu_m((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s));$$
$$N_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(a,b_s),b_p)) = N(\mu_1(\mu_1((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),...,$$
$$\mu_{i-1}((\alpha_1,..,\zeta,...,\alpha_m),b_s),\zeta,\mu_{i+1}((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),...,\mu_m((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),$$
$$b_s),b_p),...,\zeta,...,\mu_m(\mu_1((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),...,\mu_{i-1}((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),\zeta,$$
$$\mu_{i+1}((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),...,\mu_m((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),$$
$$b_s),b_p));$$

Следовательно, необходимо чтобы

$$(\forall i \in \{1,...,m\})(\forall a = (\alpha_1,...,\alpha_i,...,\alpha_m) \in A')(\forall \zeta \in \{0,1\})$$
$$(h(N(\mu_1((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),\mu_{i-1}((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),$$
$$\zeta,\mu_{i+1}((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),...,\mu_m((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s));$$
$$N(M(a,b_s))) + h(N(\mu_1(\mu_1((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),...,$$
$$\mu_{i-1}((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),\zeta,\mu_{i+1}((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),$$
$$...,\mu_m((\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\zeta,\alpha_{i+1},...,\alpha_m),b_s),b_p),...,\zeta,...,\mu_m(\mu_1((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),$$
$$...,\mu_{i-1}((\alpha_1,...,\zeta,\alpha_m),b_s),\zeta,\mu_{i+1}((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),b_s),...,\mu_m((\alpha_1,...,\zeta,...,\alpha_m),$$
$$b_s),b_p));N(M(M(a,b_s),b_p))) > 0$$

ISSN 1562-9945

Если полюсу u асинхронного автомата Мура Q' соответствует входная переменная x_j его системы канонических уравнений, то

$$N_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(a,b_s)) = N(M(a,(\beta_1^s,...,\beta_{j-1}^s,\zeta,\beta_{j+1}^s,...,\beta_n^s)));$$

$$N_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(M_{u/\zeta}(a,b_s),b_p)) = N(M(M(a,(\beta_1^s,...,\beta_{j-1}^s,\zeta,\beta_{j+1}^s,...,\beta_n^s)),(\beta_1^p,...,\beta_{j-1}^p,\zeta,\beta_{j+1}^p,...,\beta_n^p)));$$

Следовательно, необходимо чтобы

$$(\forall j \in \{1,...,n\})(\forall a = (\alpha_1,...,\alpha_i,...,\alpha_m) \in A')(\forall \zeta \in \{0,1\})(h(N(M(a,(\beta_1^s,...,\beta_{j-1}^s,...,\beta_n^s)));N(M(a,(\beta_1^s,...,\beta_{j-1}^s,\beta_j^s,\beta_{j+1}^s,...,\beta_n^s)))) + h(N(M(M(a,(\beta_1^s,...,\beta_{j-1}^s,\zeta,\beta_{j+1}^s,...,\beta_n^s)),(\beta_1^p,...,\beta_{j-1}^p,\zeta,\beta_{j+1}^p,...,\beta_n^p)));N(M(M(a,(\beta_1^s,...,\beta_{j-1}^s,\beta_j^s,\beta_{j+1}^s,...,\beta_n^s)),(\beta_1^p,...,\beta_{j-1}^p,\beta_j^p,\beta_{j+1}^p,...,\beta_n^p)))) > 0)$$

Для обнаружения одиночных константных неисправностей на полюсах асинхронного автомата Мура, соответствующих выходным переменным его системы канонических уравнений, тестовой последовательностью $b_s b_p$ входных векторов необходимо чтобы

$$(\forall a \in A')\{h(N(M(a,b_s));N(M(M(a,b_s),b_p))) = k\}$$

Таким образом, необходимость условий (3)–(4) доказана. Достаточность условий (3)–(4) довольно легко просматривается. Теорема доказана.

Следствие 1. Если асинхронный автомат Мура $Q' = (A',B,E,M,N)$ проверяем тестовой последовательностью $b_s b_p$ входных векторов $b_s = (\beta_1^s,...,\beta_n^s), b_p = (\beta_1^p,...,b_n^p)$ относительно одиночных константных неисправностей на полюсах, соответствующих входным, внутренним и выходным переменным его системы канонических уравнений, то

$$(\forall a \in A')(h(M(a,b_s);M(M(a,b_s),b_p)) = m) \quad (5)$$

$$h(b_s,b_p) = n \quad (6)$$

Заключение

На основе сформулированных условий проверяемости асинхронных автоматов Мура двумя векторами относительно одиночных константных неисправностей могут быть разработаны различные методы синтеза легко тестируемых и самоконтролирующихся последовательностных схем, в частности асинхронных триггеров различных типов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беннеттс Р.Дж. Проектирование тестопригодных логических схем: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. – 176 с.
2. Электроника СБИС. Проектирование микроструктур: Пер. с англ. / Под ред. Н. Айнспрука. – М.: Мир, 1989. – 256 с.
3. Богомолов А.М., Сперанский Д.В. Аналитические методы в задачах контроля и анализа дискретных устройств. – С.: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. – 240 с.
4. Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
5. Лазарев В.Г., Пийль Е.И. Синтез управляющих автоматов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 328 с.
6. Бохманн Д., Постхоф Х. Двоичные динамические системы: Пер. с нем. / Под ред. О.П. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 400с.
7. Горяшко А.П. Некоторые результаты теории синтеза легко тестируемых схем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. N2. – 1982. – С. 139-150.
8. Горяшко А.П. Синтез диагностируемых схем вычислительных устройств. – М.: Наука, 1987. – 288 с.
9. Тимошкин А.И. О некоторых классах структурных автоматов, тестируемых двумя входными наборами // Изв. АН Эстонии. Физ., матем. – 1992. – Т. 41, N3. – С. 199-206.

 ISSN 1562-9945