УДК 004.8:004.94

Л.И. Короткая

СПОСОБЫ ФОРМАЛИЗАЦИИ НЕТОЧНЫХ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОРРОДИРУЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация. Проведен анализ способов формализации неполной или неточной информации о параметрах внешней агрессивной среды при решении задач прогнозирования долговечности конструкций с изменяющимися геометрическими характеристиками, подверженных коррозионному износу. Для описания нечёткких данных использован математический аппарат теории нечётких множеств и аппарат интервального анализа. Рассмотрены возможности применимости предложенных подходов.

Ключевые слова. Теория нечётких множеств, интервальный анализ, моделирование, прогнозирование долговечности.

Введение

В различных отраслях промышленности и строительной индустрии широко используются механические системы с изменяющимися характеристиками, этим обусловлена актуальность проблемы моделирования их поведения. Примером таких систем могут служить конструкции, функционирующие в агрессивных внешних средах и подвергающиеся коррозионному износу. Одной из отличительных особенностей данной работы является то, что параметры агрессивной среды (АС) рассматриваются как величины, информация о которых является неполной или нечёткой. Если рассмотреть в качестве параметра агрессивной среды скорость коррозии при отсутствии напряжений, то становится очевидным, что его значение не может быть однозначно определено. В реальных условиях этот параметр зависит от целого ряда факторов: температуры среды, её влажности, степени насыщенности различными элементами и других. Количественные характеристики всех этих факторов, с одной стороны, с трудом поддаются определению, с другой – могут изменяться в широком диапазоне в течение всего срока эксплуатации. При постановке задачи в лучшем случае известно, что среда имеет ту или иную степень агрессивности, которую можно описать с помощью лингвистической переменной [1, 2].

Постановка задачи

Традиционно для решения задачи прогнозирования долговечности корродирующих конструкций использовался детерминированный подход (скорость коррозии предполагалась заданной точечной величиной) и применялась следующая постановка (далее задача в чёткой постановке):

$$\begin{aligned} & t^* = \min\{t_1, t_2, \ldots, t_N\} \\ t_i:\quad & [\sigma] - \sigma_i(t, v_0) = 0, \quad i = \overline{1, N}\,. \\ & \sigma_j^* - \sigma_j(t, v_0) = 0, \quad j \in J \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь t^* – расчетное значение долговечности конструкции; N – количество элементов в системе; J – количество элементов, работающих на сжатие; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение; $\sigma_i(t, v_0)$ – текущее напряжение в i-м элементе; $\sigma_j^*(t, v_0)$ – критическое напряжение потери устойчивости; v_0 – скорость коррозии ненагруженного материала.

При моделировании коррозионного процесса в работе учитывается влияние механических напряжений на скорость коррозии, что и приводит к появлению обратной связи в схеме решения задачи прогнозирования долговечности (рис. 1).

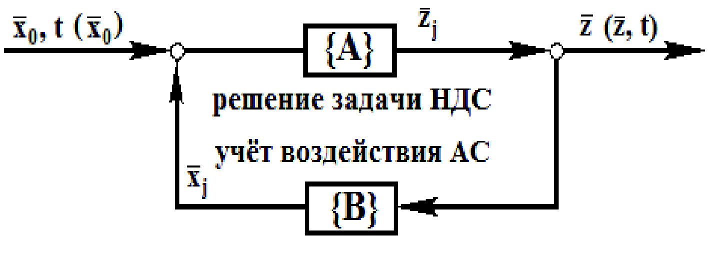

Рисунок 1

Здесь $\bar{x}_0$ – вектор геометрических характеристик; $\bar{z}$ – вектор напряжений; {A} – блок расчёта напряжённо-деформированного состояния (НДС); {B} – блок решения систем дифференциальных уравнений (СДУ), описывающих процесс накопления геометрических повреждений.

Решение задачи прогнозирования долговечности, в частности, позволяет определить прогнозируемое значение долговечности каждого элемента с учётом изменения напряжений в них, а, следовательно, и всей системы в целом.

Как было отмечено ранее, информация о параметрах АС является неполной и скорость коррозии может быть задана некоторым интервалом $\widetilde{v}_0 \in [v_0^-; v_0^+]$, границы которого определяются значением лингвистической переменной – «степень агрессивности среды». Этот интервал трактуется как множество возможных значений, которые может принимать параметр скорость коррозии в процессе моделирования поведения корродирующей конструкции.

Тогда нечёткая постановка задачи прогнозирования долговечности может быть записана:

$$\begin{aligned} & t^* = \min\{t_1, t_2, \ldots, t_N\} \\ t_i: \quad & [\sigma] - \sigma_i(t, \widetilde{v}_0) = 0, \quad i = \overline{1, N}. \\ & \sigma_j^* - \sigma_j(t, \widetilde{v}_0) = 0, \quad j \in J \end{aligned} \tag{2}$$

Процедура вычисления прогнозной долговечности элемента, подверженного коррозионному воздействию, или определение его НДС в какой-либо момент времени предполагает совместное использование какого-либо численного метода расчёта НДС (в данной работе метода конечных элементов (МКЭ)) и численного метода решения задачи Коши для СДУ, описывающих коррозионный процесс. В качестве модели накопления геометрических повреждений рассматривается модель В.М. Долинского [3]:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \widetilde{v}_0 \left[1 + k\,\sigma_i(\overline{\delta})\right], \tag{3}$$

где δ_i – глубина коррозионного поражения i-го элемента конструкции; k –коэффициент учитывающий влияние напряжённого состояния на скорость коррозии.

Решение этой СДУ возможно только численно, например, методом Эйлера [4], при этом решение задачи НДС осуществляется в каждом узле временной сетки:

$$\delta_i^s = \delta_i^{s-1} + \Delta t^s \cdot \widetilde{v}_0 \cdot \left(1 + k \cdot \sigma_i^{s-1}\left(\overline{\delta}^{s-1}\right)\right). \tag{4}$$

Здесь s – номер итерации; Δt – шаг интегрирования.

Способы формализации неполной информации

Очевидно, что альтернативой детерминированному подходу решения задач прогнозирования долговечности при неточных данных может служить вероятностно-стохастический подход. Однако, при этом необходимо выполнение весьма нетривиальных условий (напри-

 ISSN 1562-9945

мер, статистическая устойчивость, знание законов распределения случайной величины или их параметров, информация о которых, как правило, отсутствует). Поэтому использование данного подхода сопряжено с определёнными трудностями.

Для формализации неполной информации можно отметить два направления, которые возникли практически одновременно, это математический аппарат теории нечётких множеств (ТНМ) и аппарат классического интервального анализа (ИА). Они могут применяться в зависимости от решаемых задач и проблем. Рассмотрим возможность их применения при решении указанного класса задач.

Интервальный анализ и его методы имеют ценность в задачах, где неоднозначности возникают с самого начала и являются неотъемлемой частью постановки задачи [5]. Отметим, что использование интервалов не требует знания законов или параметров распределения случайной величины. Интервальная величина может иметь, а может и не иметь на интервале распределение. Более того все точки рассматриваемого интервала «равноправны» (но ни в коем случае здесь не подразумевается, что они распределены на интервале равномерно, если, конечно, нет в наличии статистической информации).

При решении задачи прогнозирования долговечности в постановке (2) был применён аппарат интервального анализа. Ввиду того, что параметр АС рассматривается как интервальная величина, то представляется целесообразным использовать для решения СДУ интервальные методы. С этой целью можно применять широкий спектр двусторонних и интервальных методов [6]. В этом случае может быть получено двусторонне решение задачи прогнозирования долговечности корродирующих конструкций (кривые 1 и 2 рис. 2) $\left[t^*_{\min}; t^*_{\max}\right]$.

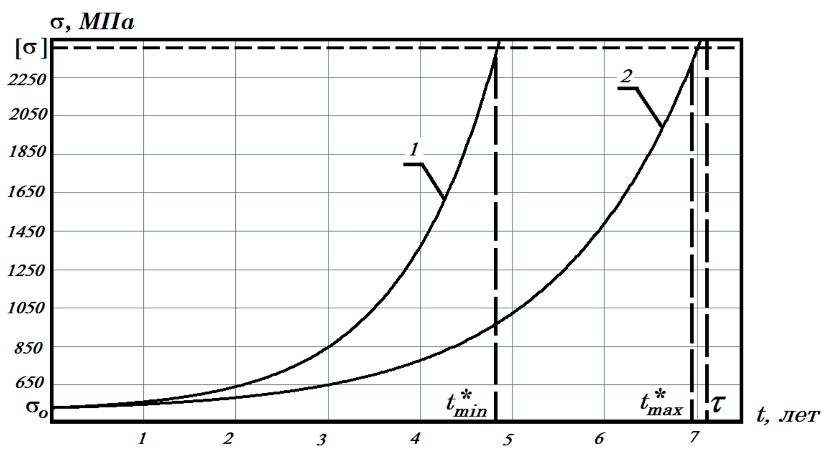

Рисунок 2

Однако, следует учитывать ряд особенностей, присущих указанным методам, например, так называемый эффект раскрутки Мура или эффект распаковывания, который связан только с внутренними свойствами интервальных методов безотносительно к ошибкам численных решений [6].

В большинстве случаев необходимы гарантированные оценки погрешности получаемого результата. Тогда можно воспользоваться апостериорными оценками имеющегося численного решения, например, применив методы, основанные на мажорантах Лозинского.

Не вдаваясь в подробное описание указанных методов, отметим, что в данной работе для построения двустороннего решения задачи Коши для СДУ типа (3) с интервально заданным параметром АС, решалась задача приближённо с использованием метода Рунге-Кутты первого порядка. В результате получено интервальное решение задачи Коши $[t*_{\min}; t*_{\max}] = [t*(v_0^+); t*(v_0^-)]$, ширина которого, при необходимости, может быть уточнена.

Очевидно, что использование интервального анализа позволяет формализовать неполную информацию о параметрах АС и получить интервал численного решения задачи прогнозирования долговечности. Однако, имеются некоторые специфические особенности применения интервальных численных методов, которые присущи рассматриваемому классу систем дифференциальных уравнений, описывающих коррозионный износ (3). Для определённости в качестве корродирующего элемента рассмотрим стержень кольцевого сечения при одноосном нагружении. Зависимость напряжений от времени будет определяться формулой [7]:

$$\sigma(t) = \frac{Q}{\pi((R-\delta)^2 - r^2)}, \tag{7}$$

где R и r – соответственно внешний и внутренний радиусы элемента. В [4] на основе анализа поведения функции правой части дифференциального уравнения (3) достаточно подробно рассмотрены возможные ситуации. В том числе, когда точка разрыва второго рода τ (при $\delta(t) = R - r$) может оказаться между узлами численного интегрирования t_i и t_{i+1} или в достаточной близости от точки t_{i+1}. Как следствие, в процессе решения СДУ и с применением интервалов, и с использо-

 ISSN 1562-9945

ванием уровней множества, указанные ситуации должны обязательно отслеживаться.

Если имеется возможность построения функции принадлежности скорости коррозии $\mu(v)$, то целесообразно применять аппарат ТНМ. Для формализации неточных данных используется α-уровневй принцип обобщения [1, 8]. В работе построение функции принадлежности осуществляется с применением прямых экспертных оценок:

$$\widetilde{v}_0 = \sum_{i=1}^{2\cdot N_\alpha - 1} \frac{\mu(v_0^i)}{v_0^i}, \quad v_0^i \in [v_0^-; v_0^+], \tag{5}$$

$$\mu(v_0^i) = \begin{cases} 0, & v_0^i \notin [v_0^-; v_0^+]; \\ \cos\left(\pi \cdot \dfrac{v_{cp} - v_0^i}{v_0^+ - v_0^-}\right), & v_0^i \in [v_0^-; v_0^+], \end{cases} \tag{6}$$

где N_α количество α-уровней; $v_{cp} = \dfrac{v_0^+ + v_0^-}{2}$. В формуле (5) символ $\sum$ обозначает дискретное нечёткое множество [8].

Использование уровней множества даёт возможность получения не только интервала изменения значения долговечности, но и получения дефаззифицированного [8] его значения одновременно с соответствующим значением функции принадлежности $\mu(t)$.

Использование интервальных численных методов или аппарата теории нечётких множеств при решении СДУ, описывающих процесс накопления геометрических повреждений, позволяет учесть нечёткий характер параметра внешней среды, однако, сопряжено с большими вычислительными затратами. Особенно эта проблема становится актуальной в том случае, когда задача прогнозирования долговечности является частью более общей задачи – определения оптимальных параметров корродирующих конструкций, когда функции ограничений предполагают определение долговечности конструкции и решение задачи нелинейного математического программирования на каждом шаге. Рекомендации по повышению эффективности вычислительных методов предложены в [4].

Численные результаты

Для численной иллюстрации рассматривается решение задачи прогнозирования долговечности стержня растянутого силой Q. Исходные данные: $Q = 12\,кН$; предельно допустимое напряжение

$[\sigma]=240\ МПа$; начальные внешний $R=2{,}5\ см$ и внутренний $r=1{,}25\ см$ радиусы; шаг интегрирования $\Delta t=0{,}0001$; коэффициент влияния напряжений $k=0{,}003\ МПа^{-1}$; заданное предельно допустимое значение погрешности численного решения $\varepsilon=0{,}05$.

При решении задачи прогнозирования долговечности, во избежание описанных ранее нештатных ситуаций [4], был применён метод Эйлера. Количество α-уровней принималось равным шести.

Дефаззифицированное значение долговечности $t_{деф}$ при использовании теории нечётких множеств получено центроидным методом [8]; $t_{ср}$ среднее значение интервала долговечности $[t^*_{\min};t^*_{\max}]$.

Для большей наглядности автор преднамеренно приводит величину $t_{ср}$ с целью демонстрации того, что воспользоваться усреднённой оценкой получаемого значения долговечности не представляется возможным (табл. 1).

Таблица 1

Результаты численного решения задачи прогнозирования долговечности в различных постановках

v_0, *см/год*	t^*, *лет*	$t_{ср}$, *лет*	$t_{деф}$, *лет*
Чёткая постановка			
0,1	5,16	-	-
Нечёткая постановка (ИА)			
[0,90;0,11]	[4,62;5,68]	5,15	-
[0,08;0,12]	[4,26;6,41]	5,34	-
[0,07;0,13]	[3,93;7,34]	5,66	-
Нечёткая постановка (ТНМ)			
[0,90;0,11]	[4,69;5,74]	5,22	5,18
[0,08;0,12]	[4,31;6,46]	5,39	5,21
[0,07;0,13]	[3,98;7,38]	5,68	5,26

На основании анализа численных экспериментов следует отметить, что предложенные подходы позволяют получить и оценить результат при неопределённых или неточных данных. По своей сути метод интервального анализа достаточно хорошо формализован и ал-

 ISSN 1562-9945

горитмичен. Применение уровней множества даёт возможность получить дефаззифицированное значение долговечности с его функцией принадлежности $\mu(t)$, которая позволяет установить степень принадлежности $t_{деф}$ нечёткому множеству $\tilde{t}$.

Выводы

Предложены способы формализации неполной или неточной информации о параметрах внешней агрессивной среды с помощью математического аппарата теории нечётких множеств и интервального анализа. Рассмотрены возможности их применения и некоторые проблемные аспекты при решении задач прогнозирования долговечности корродирующих конструкций. Получены результаты численных экспериментов, которые позволяют лицу, принимающему решение, их интерпретировать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. /Л. Заде – Москва: Мир, 1976. – 163 с.
2. Короткая Л.И. Нечёткое моделирование поведения элементов химического оборудования / Л.И. Короткая // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 2/4 (62). – С. 12 – 15.
3. Долинский В.М. Расчёт нагруженных труб, подверженных коррозии / В.М. Долинский // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1967. – № 2. – С. 9 – 10.
4. Зеленцов Д.Г. Способы повышения эффективности численного решения некоторых классов систем дифференциальных уравнений / Д.Г. Зеленцов, Л.И. Короткая // «Современные проблемы математики, механики и информатики». Сборник статей. / Под. ред. Н.Н. Кизиловой, Г.Н. Жолтакевича. – 2011. – Харьков. С. 234-241.
5. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ / С.П. Шарый – Издательство «XYZ», 2010. – 597 с.
6. Шокин Ю.И. Интервальный анализ / Ю.И. Шокин. – Новосибирск: Наука, 1981. – 112 с.
7. Зеленцов Д.Г. Расчёт конструкций с изменяющейся геометрией в агрессивных средах. Стержневые системы. – Днепропетровск: УГХТУ, 2002. – 168 с.
8. Штовба С.Д. Введение в теорию нечётких множеств и нечёткую логику [Электронный ресурс] / Винницкий технический университет. Режим доступа:

http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book2/index.php