

Н.И. Твердоступ

**ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМА АДАПТИВНОГО
СГЛАЖИВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ВЛИЯНИЯ
МЕШАЮЩИХ ФАКТОРОВ**

Аннотация. Исследовано влияние экспоненциального сглаживания на погрешность результата измерения индуктивности параметрического датчика, расположенного на поверхности железорудного штуфа. Установлено, что сглаживание почти на порядок уменьшает погрешность результата измерения при мешающем влиянии неоднородности магнитного поля датчика.

Ключевые слова: экспоненциальное сглаживание, результат измерения, погрешность, индуктивный датчик, квазиосевая симметрия, железорудный штуф, неоднородность поля.

Вступление. Целью определения количественного значения любой физической величины является получение надежного результата с минимальной погрешностью. В экспериментальной практике эта цель достигается предварительной обработкой значений отдельных измерений. Определяющим при этом является выбор оптимального алгоритма обработки, так как от него, в большинстве случаев, зависит качество полученного результата.

Анализ исследований. Из множества алгоритмов обработки измерительной информации выделяются методы линейного и нелинейного сглаживания, основанные на замене эмпирических данных расчетными, имеющими значительно меньшую колеблемость, чем исходные данные, что позволяет уменьшить погрешность результата измерения [1]. В настоящее время для обработки временных рядов используют адаптивный алгоритм экспоненциального сглаживания [2], суть которого сводится к преобразованию текущих значений переменной X_i согласно рекуррентной формуле Брауна [3]

$$\tilde{X}_i = \alpha X_i + (1 - \alpha) \tilde{X}_{i-1}, \quad (1)$$

где \tilde{X}_i , \tilde{X}_{i-1} – экспоненциальные средние (сглаженные значения уровней временного ряда) на моменты времени i и $i-1$ соответственно; α – параметр сглаживания ($0 < \alpha \leq 1$). Экспоненциальное сглаживание широко используют для решения задач социально-экономического прогнозирования [4, 5]. Представляет интерес определение эффективности этого алгоритма при обработке числовых рядов в виде последовательностей значений отдельных измерений некоторой физической величины, полученных в условиях влияния мешающих факторов, которые способствуют уменьшению надежности результата измерения и его точности.

Постановка задачи. Целью настоящей работы является определение степени влияния экспоненциального сглаживания на погрешность результата измерения в зависимости от количества эмпирических данных, величины параметра сглаживания и влияния отдельных мешающих факторов.

Основная часть. Для исследования влияния экспоненциального сглаживания на погрешность ΔX результата измерения в качестве числовых рядов были использованы значения X_i индуктивности параметрического датчика, располагаемого на поверхности железорудного штуфа, представляющего собой слабомагнитное вещество с сильной анизотропией, с целью определения действительной величины индуктивности в виде среднего арифметического X_{cp} . Влияние на результат измерения мешающих факторов было обеспечено использованием в качестве параметрических датчиков катушек с полной осевой или квазиосевой симметрией, существенно отличающихся величиной градиента магнитного поля в зоне взаимодействия с поверхностью штуфа, при этом датчики располагали или на гладкой поверхности штуфа или на шероховатой со случайным характером распределения кривизны. Эти мешающие факторы влияют на величину неоднородности магнитного поля датчика, которая является основным источником погрешности при контроле магнитной проницаемости железорудных штуфов.

Для оценки динамики поведения X_{cp} и ΔX в зависимости от количества измерений N среднее значение определяли как кумулятивное скользящее

$$X_{cp}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i,$$

при $1 \leq N \leq 100$, а погрешность среднего как доверительный интервал ΔX с вероятностью 0,95

$$\Delta X(N) = t_N \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - X_{cp})^2}}{\sqrt{N(N-1)}},$$

где t_N – коэффициент Стьюдента [1]. Величины $X_{cp}(N)$ и $\Delta X(N)$ вычисляли для исходного и сглаженного согласно (1) числовых рядов. В качестве действительной величины индуктивности датчика были приняты значения X_{cp} при $N = 100$ для исходного числового ряда.

Оптимизация параметра сглаживания α проведена при наиболее сильном влиянии неоднородности магнитного поля датчика. Этому условию соответствует числовой ряд значений индуктивности датчика с квазиосевой симметрией, расположенного на шероховатой поверхности при выбранных значениях α : 0,01, 0,1 и 0,5. На рис. 1, 2, 3 представлены наиболее характерные результаты сглаживания при $\alpha = 0,1$. Видно, что сглаживание существенно уменьшает диапазон колебаний значений исходного ряда X_i и кумулятивного скользящего среднего X_{cp} , уменьшает погрешность среднего ΔX . Количественные результаты оптимизации параметра сглаживания показаны в таблице 1.

Таблица 1

Влияние параметра сглаживания α на результат измерения и его погрешность

Действительная величина	Исходный ряд	Сглаженный ряд		
		$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,5$
Результат измерения, X_{cp}	5,789	5,775	5,788	5,790
Погрешность, ΔX	$\pm 0,016$	$\pm 0,001$	$\pm 0,002$	$\pm 0,009$

Из таблицы 1 следует, что значение параметра $\alpha = 0,1$ является наиболее близким к оптимальному, так как разность результатов измерений X_{cp} до и после сглаживания составляет только 0,001 по сравнению с 0,014 при $\alpha = 0,01$, также погрешность ΔX равна $\pm 0,002$, что меньше погрешности $\pm 0,009$ при $\alpha = 0,5$. При значении $\alpha = 0,1$ получена погрешность результата измерения, которая в восемь раз меньше погрешности для исходного (несглаженного) ряда.

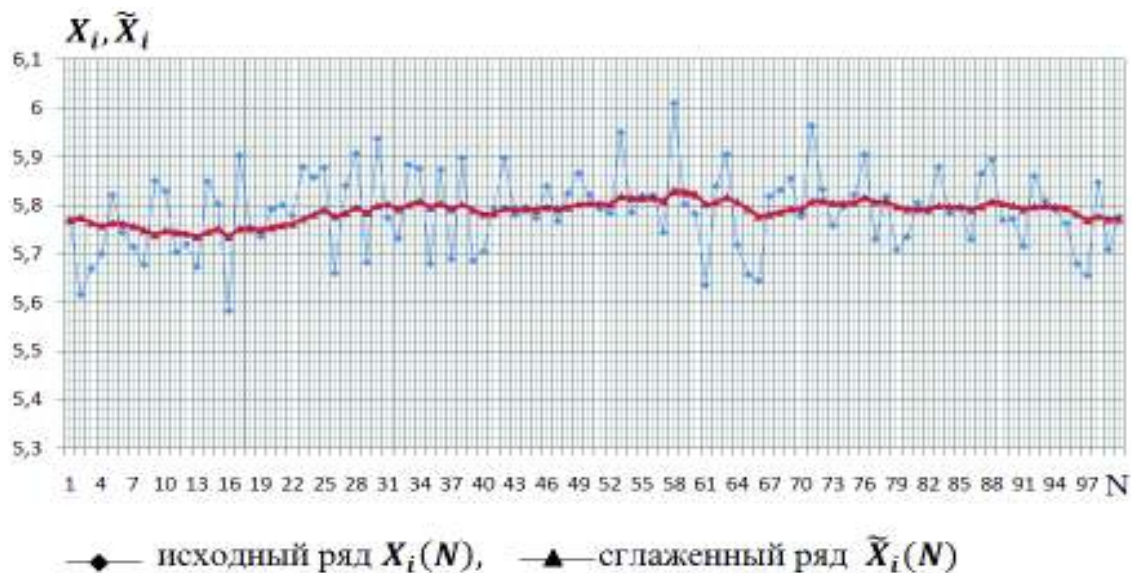


Рисунок 1 – Исходные X_i и сглаженные \tilde{X}_i значения в зависимости от количества измерений N (параметр $\alpha = 0,1$)

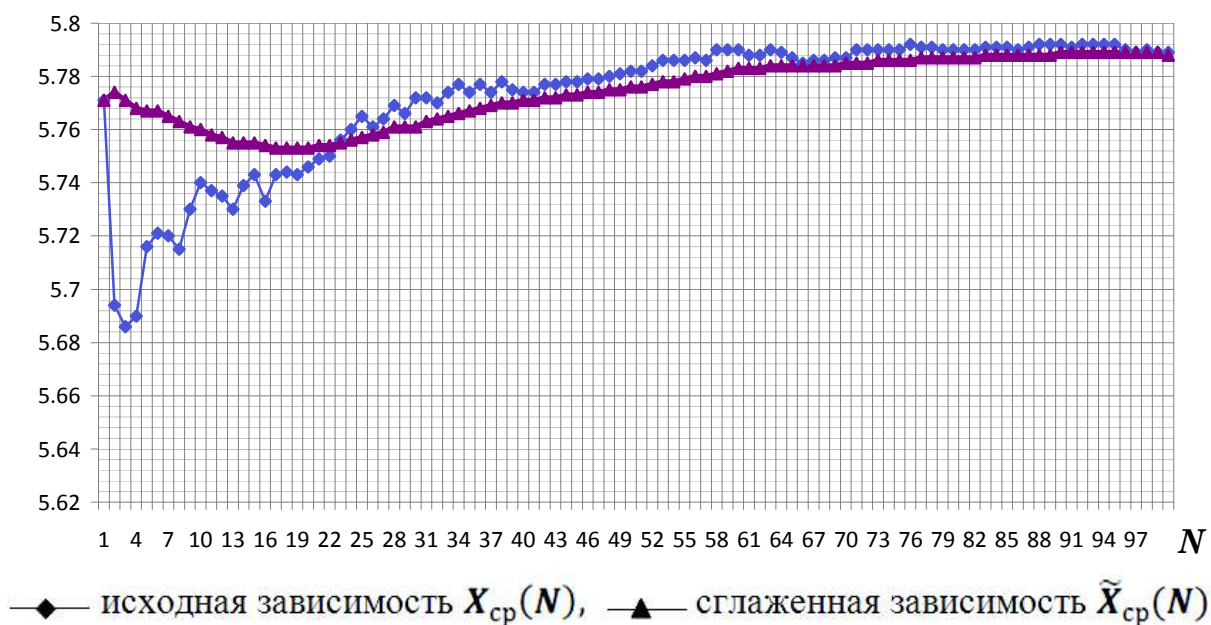


Рисунок 2 – Кумулятивное скользящее среднее исходных X_{cp} и сглаженных \tilde{X}_{cp} значений ($\alpha = 0,1$)

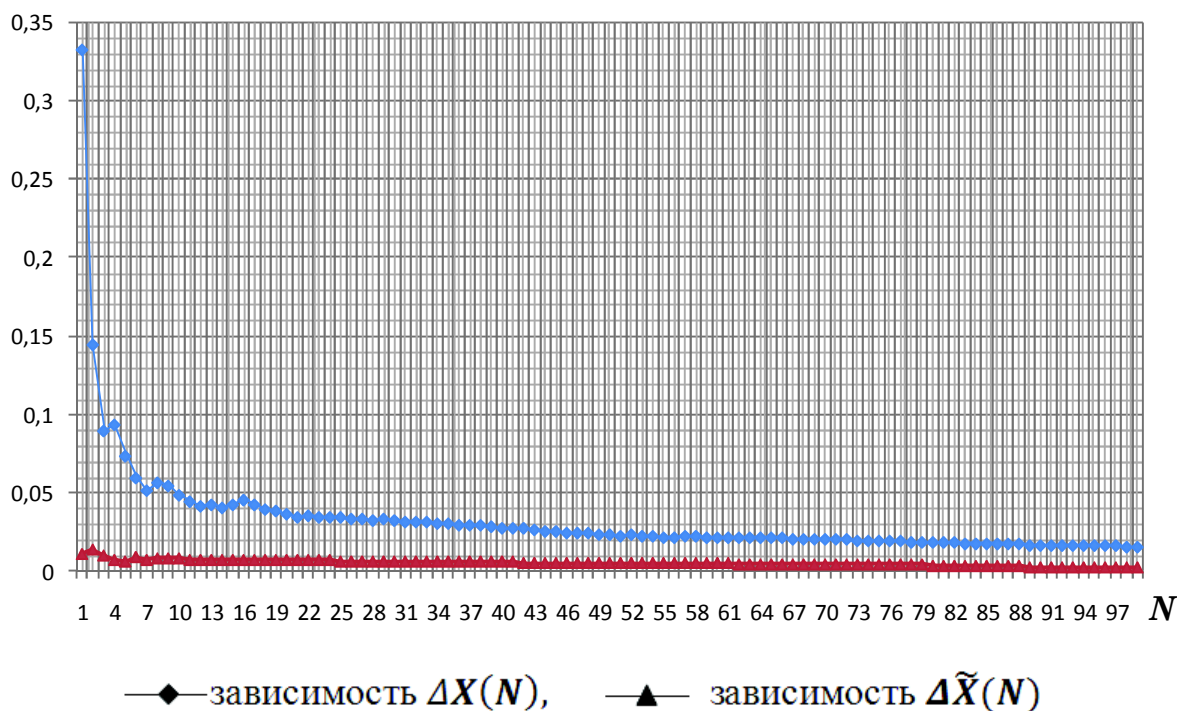
$\Delta X(N), \Delta \tilde{X}(N)$ 

Рисунок 3 – Погрешности скользящего среднего исходных ΔX и
сглаженных $\Delta \tilde{X}$ значений как функции количества
измерений N ($\alpha = 0,1$)

Полученный результат оптимизации α совпадает с утверждением о том, что оптимальный диапазон параметра α находится в пределах $0,1 - 0,3$ [2,3] (утверждение относится к сглаживанию временных рядов).

Эффективность экспоненциального сглаживания в зависимости от степени неоднородности магнитного поля датчика была определена путем обработки числовых рядов, полученных от датчиков с заведомо малой неоднородностью поля (полная осевая симметрия) и с большой (квазиосевая симметрия), расположенных на шероховатой поверхности штуфа. Сглаживание проводилось при $\alpha = 0,1$ с последующим сравнением относительных погрешностей $\delta = \Delta X / X_{cp}$ из-за отличающихся собственных значений индуктивностей датчиков (см. таблицу 2).

Из сравнения данных таблицы 2 следует:

– для исходного ряда относительная погрешность от неоднородности поля у датчика с квазиосевой симметрией на порядок больше погрешности датчика

с полной осевой симметрией;

– отношение относительных погрешностей δ для датчиков с квазиосевой и осевой симметрией до сглаживания равно 12, после сглаживания – 4,4, следовательно, сглаживание уменьшает различие погрешностей по величине;

– для датчика с квазиосевой симметрией после сглаживания погрешность δ уменьшилась в 7,89 раза, а для датчика с осевой симметрией – в 2,84 раза, следовательно, сглаживание оказывает большее влияние на большую погрешность чем на меньшую.

Таблица 2

Погрешности датчиков с осевой и квазиосевой симметрией

Параметр результата измерения	Исходный ряд		Сглаженный ряд	
	Квазиосевая симметрия	Осевая симметрия	Квазиосевая симметрия	Осевая Симметрия
Действительное значение, X_{cp}	5,789	26,380	5,788	26,388
Абсолютная погрешность, ΔX	$\pm 0,016$	$\pm 0,006$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$
Относительная погрешность, δ	0,276%	0,0227%	0,035%	0,008%

Количественные результаты влияния мешающего воздействия шероховатости поверхности до и после сглаживания для датчика с осевой симметрией показаны в таблице 3.

Погрешности для датчика с осевой симметрией на шероховатой и
гладкой поверхностях

Параметр результата измерения	Исходный ряд		Сглаженный ряд	
	Шерохова- тая	Глад- кая	Шерохова- тая	Гладкая
Действительное значение, X_{cp}	26,380	26,370	26,388	26,372
Абсолютная погрешность, ΔX	$\pm 0,006$	$\pm 0,006$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$
Относительная погрешность, δ	0,0227%	0,0228 %	0,0076%	0,0076%

Из сравнения соответствующих параметров из таблицы 3 следует:

- на действительное значение результата измерения X_{cp} шероховатость поверхности оказывает влияние, превосходящее абсолютную погрешность ΔX , после сглаживания влияние шероховатости на X_{cp} практически не изменяется; следовательно, сглаживание не уменьшает разницу в значениях X_{cp} , вызванную влиянием шероховатости;

- сглаживание исходного ряда в три раза уменьшает погрешность результата без ощутимого влияния на ее величину шероховатости поверхности.

Выводы. Проведенные исследования эффективности экспоненциального сглаживания показали следующее:

- экспоненциальное сглаживание числовых рядов измерительных данных позволяет почти на порядок уменьшить погрешность результата измерений;

- в условиях влияния мешающих факторов сглаживание оказывает большее влияние на большую погрешность, чем на меньшую;

- сглаживание эффективно подавляет мешающее влияние неоднородности магнитного поля датчика в зоне контроля; влияние шероховатости контролируемой поверхности анизотропного вещества сглаживанием не уменьшается;

– алгоритм экспоненциального сглаживания может быть использован для предварительной обработки измерительной информации с целью повышения точности результата измерения;

– дальнейшее повышение эффективности сглаживания требует решения задачи нахождения критерия оптимизации параметра сглаживания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Румшиский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 192 с.
2. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
3. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
4. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 130 с.
5. Грешилов А.А., Стакун В.А., Стакун А.А. Математические методы построения прогнозов. – М.: Радио и связь, 1997. – 112 с.