УДК 622.647.82:51.001.57

Р.В. Кирия, Т.Ф. Мищенко, Л.В. Камкина, Ю.В. Бабенко

РАЗРАБОТКА БЫСТРОГО АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ «КОНВЕЙЕР – БУНКЕР – КОНВЕЙЕР»

Аннотация. Разработана упрощенная марковская модель функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер», позволяющая определить пропускную способность этой системы при различных соотношениях производительностей надбункерного и подбункерного конвейеров. Полученные результаты теоретических исследований достаточно хорошо совпали с результатами имитационного моделирования.
Ключевые слова: быстрый алгоритм, марковская модель, система, бункер, конвейер, пропускная способность, имитационное моделирование.

Вопросами исследования функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» занимались многие исследователи [1–3]. Поученные в этих работах результаты применимы для частных случаев режимов функционирования аккумулирующего бункера. Разработанную в работе [4] математическую модель функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» можно использовать в инженерных расчетах только в частном случае равенства поступающего в бункер и разгружаемого из бункера грузопотоков. В остальных случаях получены сложные зависимости, которые очень плохо поддаются инженерному анализу.

Поэтому разработка простых или «быстрых алгоритмов» определения пропускной способности системы «конвейер – бункер – конвейер» является актуальной задачей [5].

Предположим, что в системе «конвейер – бункер – конвейер» параметры потоков отказов и восстановлений надбункерного и подбункерного конвейеров равны λ_1, μ_1 и λ_2, μ_2 соответственно. Производительность надбункерного конвейера и питателя соответственно равны m_Q и Q_n. Объем бункера равен V (рис. 1).

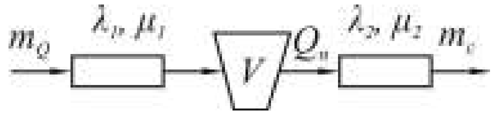


Рисунок 1 - Расчетная схема функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер»

Рассмотрим сначала случай $m_Q > Q_n$.

Предположим, что подбункерный конвейер функционирует без остановок, т.е. $\lambda_2 = \mu_2 = 0$. Тогда граф состояния такой системы имеет вид (рис. 2).

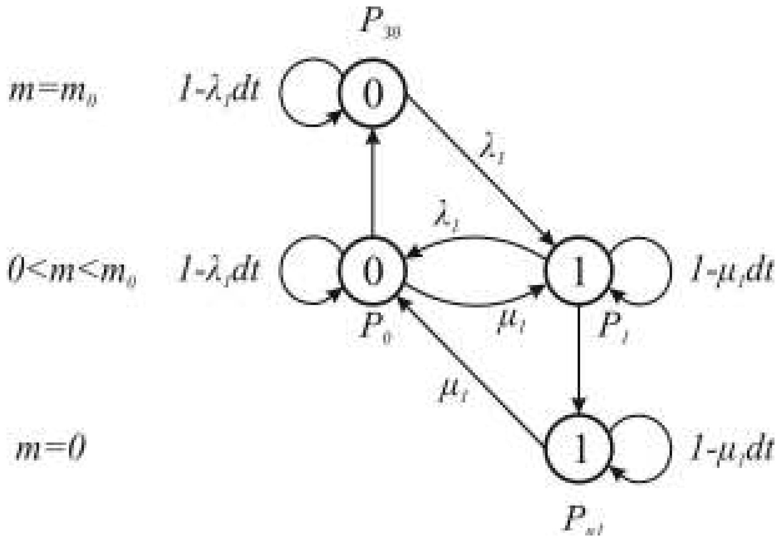


Рисунок 2 - Граф состояний системы «конвейер – бункер – конвейер» при $m_Q > Q_n$

На рис. 2 индекс «0» обозначает состояние системы, при котором надбункерный конвейер работает, индекс «1» обозначает состояние системы, при котором надбункерный конвейер не работает.

Тогда в этом случае обозначим через $P_0(m,t)$ и $P_1(m,t)$ соответственно вероятности нахождения системы в состояниях «0» и «1» при количестве груза в бункере, равном m, а через $P_{30}(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии «0», при этом бункер заполнен ($m = m_0$), и $P_{n1}(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии «1», при этом бункер пуст ($m = 0$).

Система уравнений Колмогорова [6], описывающая процесс функционирования бункеров, в этом случае примет вид:

 ISSN 1562-9945

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_0}{\partial t} + \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{\partial P_0}{\partial m} = -\lambda_1 P_0(m,t) + \mu_1 P_1(m,t), \\ \dfrac{\partial P_0}{\partial t} - Q_n \dfrac{\partial P_1}{\partial m} = \lambda_1 P_0(m,t) - \mu_1 P_1(m,t), \\ \dfrac{dP_{30}}{dt} = -\lambda_1 P_{30}(t) + \left(m_Q - Q_n\right)P_0(m_0,t), \\ \dfrac{dP_{n1}}{dt} = -\mu_1 P_{n1}(t) + Q_n P_1(0,t). \end{cases} \tag{1}$$

Кроме того, должны выполняться:

начальные условия:

при $t = 0$ $P_0(m,0) = P_1(m,0) = P_{30}(0) = 0$, $P_{n1}(0) = 1$; (2)

граничные условия:

при $m = m_0$ $Q_n P_1(m_0,t) = \lambda_1 P_{30}(t)$; (3)

при $m = 0$ $(m_Q - Q_n)P_0(0,t) = \mu_1 P_{n1}(t)$, (4)

а также условие нормирования

$$P_{30}(t) + P_{n1}(t) + \int_0^{m_0} P_0(m,t)dm + \int_0^{m_0} P_1(m,t)dm = 1, \tag{5}$$

где m – текущее значение количества груза в бункере, т; m_0 – максимальное количество груза в бункере, т.

Для стационарного случая, т.е. при $t \to \infty$, система уравнений (1) с учетом граничных условий (2)–(4) примет вид:

$$\begin{cases} \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{dP_0}{dm} = -\lambda_1 P_0(m) + \mu_1 P_1(m), \\ -Q_n \dfrac{dP_1}{dm} = \lambda_1 P_0(m) - \mu_1 P_1(m), \\ -\lambda_1 P_{30} + \left(m_Q - Q_n\right)P_0(m_0) = 0, \\ -\mu_1 P_{n1} + Q_n P_1(0) = 0, \\ Q_n P_1(m_0) = \lambda_1 P_{30}, \\ \left(m_Q - Q_n\right)P_0(0{,}0) = \mu_1 P_{n1}, \end{cases} \tag{6}$$

где $P_0(m)$, $P_1(m)$ – значения $P_0(m,t)$ и $P_1(m,t)$ при $t \to \infty$; P_{30} и P_{n1} – значения $P_{30}(t)$ и $P_{n1}(t)$ при $t \to \infty$.

Пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» в этом случае определится из выражения:

$$m_c = \left[P_{30} + \int_0^{m_0} P_0(m)dm + \int_0^{m_0} P_1(m)dm\right]Q_n. \tag{7}$$

Подставляя решение уравнений (6) в (7), получим пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» в виде:

$$m_c = \left[\frac{\dfrac{e^{A_1 m_0}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - Q_n)} \left(e^{A_1 m_0} - 1\right)}{1 + \dfrac{e^{A_1 m_0}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - Q_n)} \left(e^{A_1 m_0} - 1\right)} \right] Q_n, \qquad (8)$$

где

$$A_1 = \frac{\mu_1 \left[m_Q - (1+\gamma_1) Q_n\right]}{\left(m_Q - Q_n\right) Q_n}; \quad \overline{m}_Q = \frac{m_Q}{1+\gamma_1}; \quad \gamma_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}; \quad m_0 = \gamma V.$$

Здесь γ_1 – коэффициент аварийности надбункерного конвейера; γ – удельный вес груза.

Если подбункерный конвейер функционирует с простоями, т.е. $\lambda_2 \neq 0$, $\mu_2 \neq 0$, то, подставив в формулу (8) вместо Q_n его среднее значение, равное

$$\overline{Q}_n = \frac{Q_n}{1+\gamma_2},$$

где $\gamma_2 = \dfrac{\lambda_2}{\mu_2}$ – коэффициент аварийности подбункерного конвейера,

получим пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» без дополнительных ограничений, т.е. при $m_Q > Q_n$:

$$m_c = \left[\frac{\dfrac{e^{A_1 \gamma V}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - \overline{Q}_n)} \left(e^{A_1 \gamma V} - 1\right)}{1 + \dfrac{e^{A_1 \gamma V}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - \overline{Q}_n)} \left(e^{A_1 \gamma V} - 1\right)} \right] \overline{Q}_n, \qquad (9)$$

где

$$A_1 = \frac{\mu_1 \left[m_Q - (1+\gamma_1) \overline{Q}_n\right]}{\left(m_Q - \overline{Q}_n\right) \overline{Q}_n}.$$

Рассмотрим случай $m_Q < Q_n$.

Предположим, что в системе «конвейер – бункер – конвейер» надбункерный конвейер функционирует без остановок, т.е. $\lambda_1 = \mu_1 = 0$. Тогда граф состояний этой системы имеет, представленный на рис. 3.

 ISSN 1562-9945

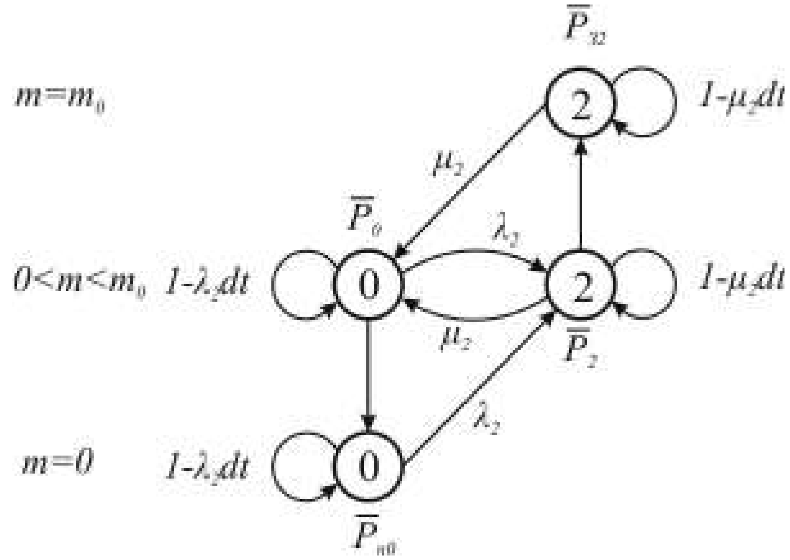


Рисунок 3 - Граф состояний системы
«конвейер – бункер – конвейер» при $m_Q \le Q_n$

На рис. 3 индекс «0» обозначает состояние системы, при котором подбункерный конвейер работает, индекс «2» обозначает состояние системы, при котором подбункерный конвейер не работает.

Тогда в этом случае обозначим через $\overline{P}_0(m,t)$ и $\overline{P}_2(m,t)$ соответственно вероятности нахождения системы в состояниях «0» и «1» при условии, что количестве груза в бункере равно m, а через $\overline{P}_{32}(t)$ вероятность нахождения системы в состоянии «0», при этом бункер заполнен ($m = m_0$), и $\overline{P}_{n0}(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии «2», при этом бункер пуст ($m = 0$).

Система уравнений Колмогорова, описывающая процесс функционирования бункеров, в этом случае примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{P}_0}{\partial t} + \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{\partial \overline{P}_0}{\partial m} = -\lambda_2 \overline{P}_0(m,t) + \mu_2 \overline{P}_2(m,t), \\ \dfrac{\partial \overline{P}_2}{\partial t} + m_Q \dfrac{\partial \overline{P}_2}{\partial m} = \lambda_2 \overline{P}_0(m,t) - \mu_2 \overline{P}_2(m,t), \\ \dfrac{d\overline{P}_{32}}{dt} = -\mu_2 \overline{P}_{32}(t) + m_Q \overline{P}_2(m_0,t), \\ \dfrac{d\overline{P}_{n0}}{dt} = -\lambda_2 \overline{P}_{n0}(t) + \left(m_Q - Q_n\right)\overline{P}_2(0,t). \end{cases} \qquad (10)$$

Кроме того, должны выполняться:

начальные условия:

$$\text{при } t = 0 \quad \overline{P}_0(m,0) = \overline{P}_2(m,0) = \overline{P}_{32}(0) = 0\,,\; \overline{P}_{n0} = 1\,; \qquad (11)$$

граничные условия:

при $m = m_0$ $\quad (Q_n - m_Q)\overline{P}_0(m_0,t) = \mu_2\overline{P}_{32}(t)$; (12)

при $m = 0$ $\quad \overline{P}_2(0,t) = \lambda_2\overline{P}_{n0}(t)$, (13)

а также условие нормирования

$$\overline{P}_{32} + \overline{P}_{n0} + \int_0^{m_0}\overline{P}_0(m,t)dm + \int_0^{m_0}\overline{P}_2(m,t)dm = 1. \tag{14}$$

Для стационарного случая, т.е. при $t \to\infty$, система уравнений (10) с учетом условий (11)-(13) примет вид:

$$\begin{cases} \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{d\overline{P}_0}{dm} = -\lambda_2\overline{P}_0(m) + \mu_2\overline{P}_2(m), \\ m_Q\dfrac{d\overline{P}_2}{dm} = \lambda_2\overline{P}_0(m) - \mu_2\overline{P}_2(m), \\ -\mu_2\overline{P}_{32} + m_Q\overline{P}_2(m_0) = 0, \\ -\lambda_2\overline{P}_{n0} + (Q_n - m_Q)\overline{P}_0(0) = 0, \\ (Q_n - m_Q)\dfrac{d\overline{P}_0}{dm} = \mu_2\overline{P}_{32}, \\ m_Q\dfrac{d\overline{P}_2}{dm} = \lambda_2\overline{P}_{n0}, \end{cases} \tag{15}$$

где $\overline{P}_0(m)$, $\overline{P}_2(m)$ – значения $\overline{P}_0(m,t)$ и $P_1(m,t)$ при $t \to\infty$; P_{30} и P_{n1} – значения $\overline{P}_{32}(t)$ и $\overline{P}_{n0}(t)$ при $t \to\infty$.

Пропускная способность в этом случае определяется из выражения:

$$m_c = m_Q\overline{P}_{n0} + Q_n\int_0^{m_0}\overline{P}_0(m)dm. \tag{16}$$

Подставляя решение уравнений (15) в (16), получим пропускную способность в виде:

$$m_c = \left[\frac{1 + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - m_Q)}\left(1 - e^{A_2\gamma V}\right)}{1 + \gamma_2 e^{A_2\gamma V} + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - m_Q)}\left(1 - e^{A_2\gamma V}\right)}\right]m_Q, \tag{17}$$

где

$$A_2 = \frac{\mu_2\left[(1+\gamma_2)m_Q - Q_n\right]}{m_Q\left(Q_n - m_Q\right)}.$$

Если надбункерный конвейер функционирует с простоями, т.е. $\lambda_1 \neq 0$, $\mu_1 \neq 0$, то подставив в последнюю формулу вместо m_Q его сред-

 ISSN 1562-9945

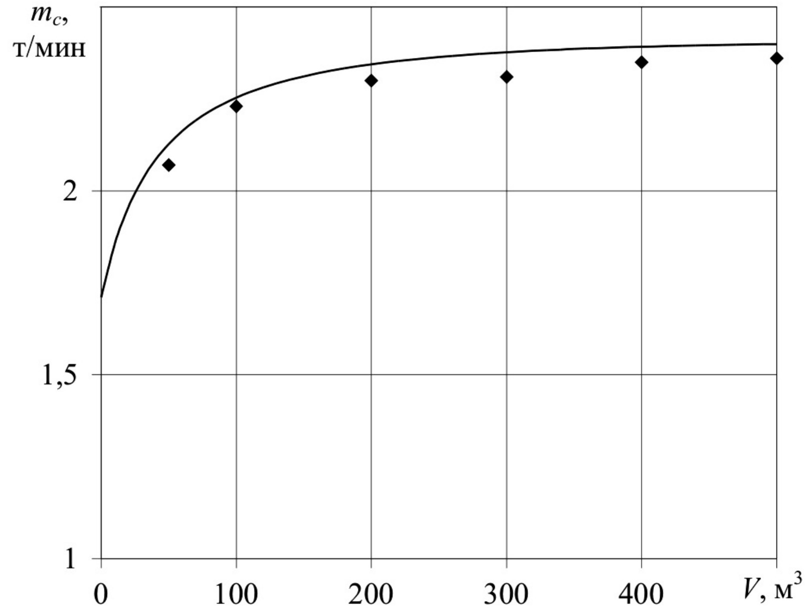
нее значение, равное $\overline{m}_Q = \dfrac{m_Q}{1+\gamma_1}$, получим пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» в случае $m_Q \le Q_n$ без дополнительных ограничений в виде:

$$m_c = \left[\frac{1 + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - \overline{m}_Q)}\left(1 - e^{A_2 \gamma V}\right)}{1 + \gamma_2 e^{A_2 \gamma V} + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - \overline{m}_Q)}\left(1 - e^{A_2 \gamma V}\right)} \right] \overline{m}_Q, \tag{18}$$

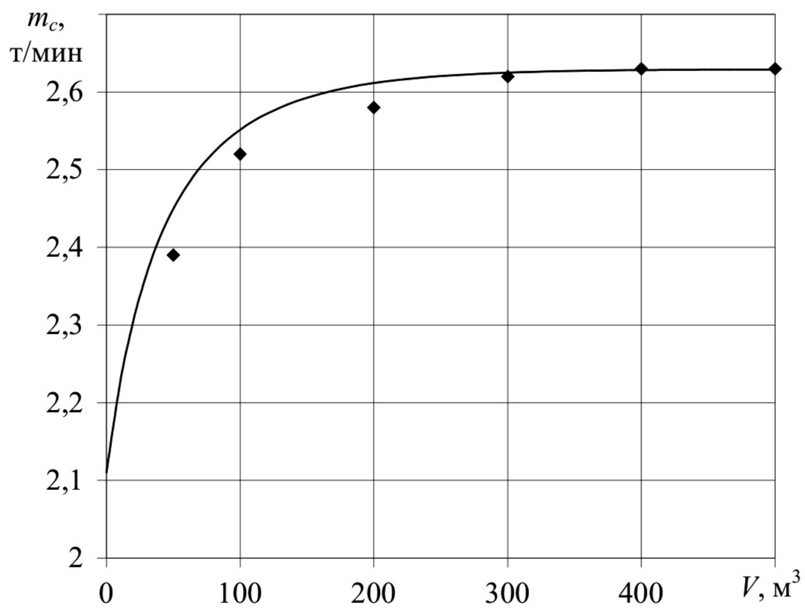
где

$$A_2 = \frac{\mu_2\left[\overline{m}_Q(1+\gamma_2) - Q_n\right]}{\overline{m}_Q\left(Q_n - \overline{m}_Q\right)}.$$

На рис. 4 показаны графики зависимости средней производительности m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» от объема бункера V при различных значениях поступающего m_Q и разгружаемого Q_n грузопотоков, построенные согласно формул (9) и (18).



а)



б)

а) – $m_Q > Q_n$;   б) $m_Q < Q_n$

Рисунок 4 - Графики зависимости средней производительности m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» от объема бункера V

При этом, для всех случаев средняя производительность поступающего грузопотока m_Q = 3,7 т/мин, а параметры потоков отказов и восстановлений надбункерного и подбункерного конвейеров принимали значения соответственно λ_1 = 0,025 мин$^{-1}$, μ_1 = 0,0614 мин$^{-1}$; λ_2 = =0,017 мин$^{-1}$, μ_2 = 0,069 мин$^{-1}$; удельный вес груза γ = 1 т/м^3.

На рис. 4,а сплошная кривая соответствует формуле (9) ($m_Q > Q_n$) при Q_n =1 т/мин.

На рис. 4,б сплошная кривая соответствует формуле (18) при ($m_Q \le Q_n$) Q_n =4 т/мин.

Кроме того, на рис. 4 точками показаны результаты имитационного моделирования.

Из рис. 4,а,б видно, что при любых соотношениях значений m_Q и Q_n с увеличением объема бункера V пропускная способность m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» сначала увеличивается, а затем с увеличением объема бункера V пропускная способность m_c не изменяется и принимает постоянное значение.

ISSN 1562-9945

Выводы. На основе теории марковских процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием получены упрощенные модели, описывающие процесс функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер».

Анализ процесса функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» показал, что при любых соотношениях производительностей надбункерного и подбункерного конвейеров с увеличением объема бункера пропускная способность системы сначала увеличивается, а затем принимает постоянное значение.

Полученные теоретические результаты достаточно хорошо совпали с результатами имитационного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Владзиевский Д. П. Автоматические линии в машиностроении. Книга 1. / Д. П. Владзиевский. – М.: Машгиз, 1958. – 430 с.
2. Шахмейстер, Л. Г. Расчет осредняющей емкости у лавы методами терии массового обслуживания / Л. Г. Шахмейстер, П. И. Ярошевский // Уголь Украины. – 1967. – №8. – С. 66–68.

Алотин, Л. М. Исследование и обоснование увеличения угледобычи при использовании аккумулирующего бункера в транспортной линии / Л. М. Алотин, В. Л. Белгородский // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 1970. – № 6. – С. 108–111.

3. Черкесов, Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью / Г. Н. Черкесов. – М.: Советское радио, 1974. – 296 с.
4. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа / Н. Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 488 с.
5. Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: КНОРУС, 2011. – 448 с.