

**СИСТЕМА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
МЕХАНИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ
НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ПРОВОДОВ**

Аннотация. Описано использование системы математического моделирования (которая включает математическое моделирование, разработку конструктивно-технологических предложений и оптимизацию параметров) при исследовании механического разрушения неметаллических покрытий электрических проводов.

Утилизация электрических проводов, которые имеют неметаллические изоляционные покрытия, является актуальной хозяйственной и экологической проблемой [1]. Используемые для утилизации методы предполагают разделение металлических и неметаллических составляющих проводов и последующую их переработку для вторичного применения материалов. Большинство способов являются комбинациями различных методов [1], например, химического и механического воздействий. Применение химических воздействий требует дополнительных защитных мероприятий, которые отсутствуют при механическом разделении (разрушении покрытия).

Для исследования возможностей механического разрушения неметаллических покрытий электрических проводов целесообразно применить систему математического моделирования [2], которая включает

- математическое моделирование (целеполагание, идеализация, формализация, идентификация, проверка адекватности);
- разработку конструктивно-технологических предложений;
- оптимизацию параметров конструктивно-технологических предложений.

Рассмотрим решение такой задачи на примере механического разрушения неметаллических покрытий электрических проводов диаметром (1ч5) мм.

Математическое моделированиеЦелеполагание

Создать математические модели (ММ), учитывающие основные физико-механические и геометрические особенности неметаллических покрытий электрических проводов, для определения оптимальных параметров процесса их механического разрушения. Погрешность моделирования не более 5%. Стоимость моделирования не должна превышать 4,75% стоимости проводов определенного вида.

Идеализация

Упрощенная схема разделения полимерной изоляции (рис. 1) предполагает воздействие сжимающей нагрузки, величина которой достаточна для пластического (необратимого) деформирования изоляции 1, при этом металлический провод 2 не деформируется.

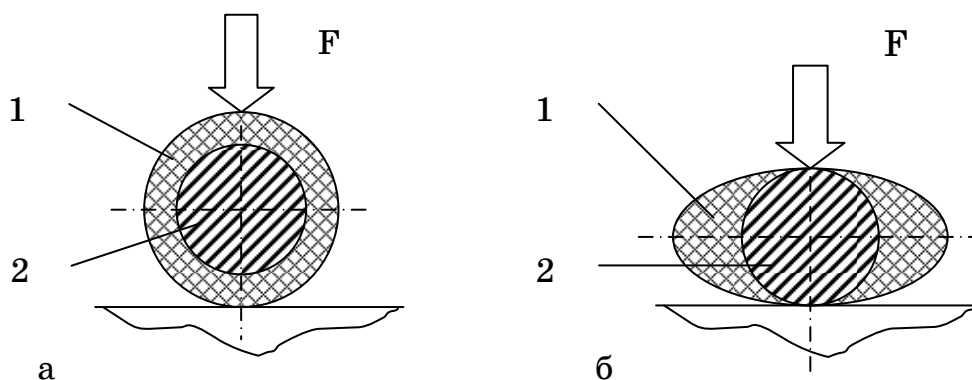


Рисунок 1 - Схема разделения изоляции
(а - начало процесса; б - окончание процесса)

Эта схема разделения имеет основные характерные свойства [3, 4] продольной симметричной прокатки. Отличительными особенностями предлагаемой схемы является комбинация признаков продольной прокатки полос [3] (валки имеют цилиндрическую форму) и продольной прокатки труб [4] (обрабатываемый материал можно рассматривать как полимерную "трубу" на цилиндрической "оправке" - металлическом проводе).

Указанная аналогия кинематических, энергосиловых и деформационных процессов позволяет применять основные результаты теории прокатки для исследования процесса разделения полимерной изоляции проводов.

Формализация

Для принятой схемы разделения в качестве основных входных

переменных примем (рис. 2) радиус (R) и частоту вращения (n) рабочих валков, а в качестве выходных переменных необходимую для реализации процесса мощность (W), усилие прижима валков (F), производительность процесса (V), а также степень деформации валков (Δ).

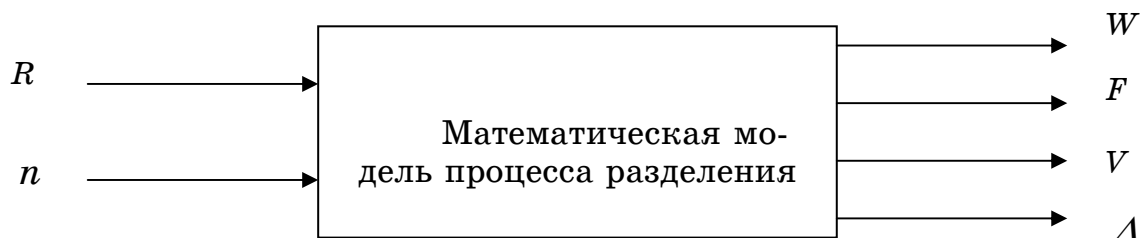


Рисунок 2 - Общий вид математической модели.

Оценкой мощности, необходимой для реализации процесса, может быть выражение [3] для мощности, расходуемой на бочке валков:

$$W_{np} = \frac{2M_{np}}{R} \cdot v_b \quad (1)$$

где M_{np} – крутящий момент для одного валка;
 v_b – окружная скорость валков.

Крутящий момент для одного валка можно определить по формуле [3]:

$$M_{np} = p_{cp} \psi b R \Delta h \quad (2)$$

где p_{cp} – среднее контактное давление;
 ψ – коэффициент плеча момента;
 b – ширина полосы;
 Δh – абсолютное обжатие.

При равномерном распределении давлений по дуге контакта рекомендуется [3] коэффициент плеча момента принимать $\psi=0,5$. Учитывая комбинированный характер (сочетание прокатки полосы и трубы) технологической схемы, примем, что "ширина полосы" (b) оценивается величиной, равной половине исходного диаметра изоляции. Абсолютное обжатие (Δh) определяется как разность между диаметрами недеформированной изоляции (d_0) и металлического провода (d_1):

$$\Delta h = d_0 - d_1. \quad (3)$$

Выражения для среднего контактного давления по дуге контакта [3], полученные Целиковым А.И. (4) и Чекмаревым А.П. (5), содержат большое количество переменных.

$$p_{cp} = \sigma_T^* \frac{2h_1}{\Delta h(\delta - 1)} \left(\frac{h\gamma}{h_1} \right) \left[\left(\frac{h\gamma}{h_1} \right)^\delta - 1 \right] \quad (4)$$

$$p_{cp} = \sigma_T^* \left\{ 1 + \frac{R \cdot \alpha}{2h_{cp}} \left[f_\sigma - \alpha \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{4f_\sigma} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

Для определения величины среднего контактного давления используем более простое выражение [3]:

$$p_{cp} = 1,15 \sigma_T n_\sigma \quad (6)$$

где n_σ - коэффициент напряженного состояния;

σ_m - предел текучести материала.

Значения пределов текучести для основных видов полимерной изоляции приведены в таблице 2.2. Для определения величины коэффициента напряженного состояния (n_σ) рекомендуется [3] использовать диаграмму и две предварительно рассчитанные величины:

$$\delta = \frac{f_y}{\operatorname{tg}(\alpha/2)}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta h}{d_0}, \quad (7)$$

где $\alpha = \sqrt{\Delta h/R}$ - угол контакта валка и прокатываемого материала.

f_y - коэффициент трения при установившемся режиме прокатки.

кружная скорость валков (v_b) определяется выражением:

$$v_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot n}{60}. \quad (8)$$

Усилие прижима валков (F), которое определяет возможность реализации разделения полимерной изоляции по принятой технологической схеме, обуславливается величиной усилия прокатки [3]:

$$F \geq P = p_{cp} \cdot l_d \cdot b, \quad (9)$$

где $l_d = \sqrt{R \cdot \Delta h}$ - длина очага деформации.

Производительность процесса разделения (V) определяется количеством обработанной кабельной продукции в единицу времени и

зависит от окружной скорости (v_b) валков (эффектом "опережения" пренебрегаем) и площади сечения металлического провода с диаметром d_1 :

$$V = v_b \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4}. \quad (10)$$

Степень деформации валков (Δ) определяется величиной различия длины очага деформации с учетом эффекта "сплющивания" валков:

$$\Delta = l_d - l_{dc}, \quad (11)$$

где l_{dc} - длина очага деформации с учетом "сплющивания"

$$l_{dc} = \sqrt{R\Delta h + (cmRp_{cp})^2} + cmRp_{cp}; \quad (12)$$

$$m = \frac{8(1 - \mu^2)}{\pi E}, \quad (13)$$

μ и E - коэффициент Пуассона и модуль упругости материала валков; $c = 1,375$ - поправочный коэффициент.

Математическая модель процесса разделения полимерного материала изоляции включает формулы (1) - (13), описывающие зависимость выходных переменных процесса (W , F , V , Δ) от входных переменных (R , n) и физико-механических свойств (σ_T , μ , E) и геометрических характеристик обрабатываемого материала (d_0 , d_1).

Идентификация

Для определения величин предельных сил, при которых происходит гарантированное разделение полимерной изоляции в соответствии со схемой разделения (рис. 1), выполнены экспериментальные исследования для нескольких основных разновидностей изоляции проводов.

Эксперименты проведены на испытательной установке ИМ-4Р предназначенной для определения механических характеристик материалов.

Для проведения экспериментов использованы по 4 образца каждого вида проводников длиной 30 мм (размер определяется рабочей зоной испытательной установки). Один образец служил для предварительного определения величины усилия разделения (без деформирования металлического провода). Основные эксперименты проводи-

лись на трех образцах проводников. Величина усилия разделения полимерной изоляции фиксировалась с помощью механического динамометра с ценой деления 50Н по шкале 20000Н. Результаты измерения, обработанные традиционными статистическими приемами (расчет оценок математического ожидания и среднего квадратического отклонения), приведены в таблице 1.

Величины усилий разделения для разных групп материалов (резина, поливинилхлоридный пластикат, полиэтилен) существенно различаются, что объясняется их физико-механическими свойствами [5] (таблица 2).

Между усилием разделения (F_p) и показателями механических свойств, в частности, пределом прочности (σ_b), существует сильная корреляционная связь (коэффициент линейной корреляции составляет 0,997). Линейная регрессионная модель (коэффициенты регрессии определены методом наименьших квадратов с помощью стандартных программ для ЭВМ), описывающая эту связь, имеет вид:

$$F_p = -9705.125 + 695.875 \cdot \sigma_b. \quad (14)$$

Таблица 1

Результаты экспериментов

Номер вида образца	Вид изоляции	Усилие разделения, Н	
		Среднее	Среднее квадратическое отклонение
1	Резина	2333	471,4
2	Резина	1166	235,7
3	Резина	2583	311,8
4	Поливинилхлоридный пластикат	5333	623,6
5	Поливинилхлоридный пластикат	3667	311,8
6	Резина	1833	235,7
7	Резина	1750	204,1
8	Полиэтилен	7500	408,2
9	Полиэтилен	8917	360,0
10	Полиэтилен	7500	408,2
11	Полиэтилен	9250	204,1

Основные свойства полимерных материалов изоляции [5]

Вид изоляции	Модуль упругости, МПа	Предел прочности при разрыве, МПа
<i>Полиэтилен</i>	550 - 800	22 – 30
Полипропилен	1050 - 1260	30 – 35
Полистирол	2800 - 3500	35 – 60
Фторопласт	470 – 850	16 – 25
Полиамид	1600	80 - 110
Поливинилхлоридный пластикат	10 – 20	18 – 23
Резина	5 - 10	15 - 20

С помощью зависимости (14) можно рассчитывать усилия разделения для рассмотренных групп полимерных материалов.

Проверка адекватности

Перед использованием математической модели для исследования процесса разделения и оптимизации его параметров необходимо проверить ее соответствие оригиналу [6]. Учитывая, что одной из основных выходных переменных модели и оригинала является усилие разделения полимерного материала, проверку соответствия выполним по этому показателю. Для этого используем результаты экспериментального определения величин усилий разделения полимерных материалов.

Предельные допустимые отклонения значений выходных переменных оригинала ξ_{max} и ξ_{min} определены [6] по формулам (15, 16) с использованием статистических оценок математических ожиданий ξ и средних квадратических отклонений s экспериментальных данных для групп материалов. Значения статистики $\zeta(n, Q)$ определены по таблице 4.8в [8] при $Q=5\%$.

$$\xi_{max} = \xi + \zeta(n, Q) \cdot s \quad (15)$$

$$\xi_{min} = \xi - \zeta(n, Q) \cdot s \quad (16)$$

Соотношение рассчитанных с помощью математической модели и экспериментальных значений усилий разделения (таблица 3) показывает, что гипотеза о соответствии модели и оригинала не может

быть отклонена [6].

Таблица 3

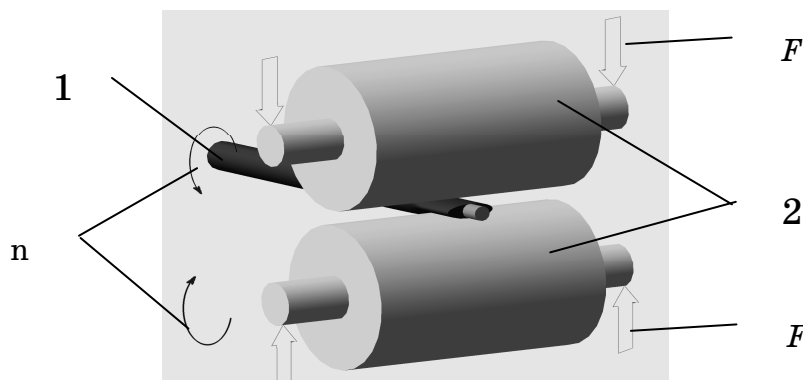
Проверка соответствия модели и оригинала

Вид полимера	Математическая модель разделения	ξ_{max}	ξ_{min}
Резина	2708.93	2989.21	876.79
Поливинилхлоридный	3186.97	6165.75	2834.25
Полиэтилен	6845	9872.28	6711.22

Разработка конструктивно-технологических предложений

Для реализации схемы разделения (рис. 1) с учетом обеспечения требуемой производительности процесса предполагается исходный проводниковый материал (1) пропускать через два вращающихся с одинаковой скоростью валка (2) равного диаметра (рис. 3).

Рисунок 3 - Технологическая схема разделения изоляции (общий вид)



Оптимизация параметров конструктивно-технологических предложений

Критерий оптимизации и ограничения формируются из основных выходных переменных математической модели процесса разделения. Учитывая общие тенденции создания технических систем и особую важность уменьшения затрат энергии при их функционировании, примем в качестве критерия оптимизации мощность (W), необходимую для реализации процесса разделения. Другие выходные переменные (F , V , Δ) образуют систему ограничений в формулировке задачи оптимизации (17).

Усилие прижима валков должно быть не меньше усилия прокатки (P), что обеспечивает гарантированную величину расстояния (равное диаметру металлического провода) между рабочими поверх-

ностями валков. Производительность процесса не должна быть меньше заданной производственной программы ($[V]$), а степень деформации валков ограничена заданной предельной величиной ($[\Delta]$).

$$\begin{aligned} W &\Rightarrow \min \\ F &\geq P \\ V &\geq [V] \\ \Delta &\leq [\Delta] \end{aligned} \tag{17}$$

Применим известный [7] алгоритм для решения задачи оптимизации в формулировке (17) для конкретных условий обработки.

Рассмотрим процесс разделения одного из наиболее прочных видов изоляции - полиэтилена (свойства в таблице 2) для медного проводника диаметром 1 мм (толщина изоляции 1,5 мм). Примем, что допустимая степень деформации валков составляет 400 мкм, которая незначительно влияет на процесс разделения. Величина усилия прижима валков задается большей, чем соответствующая величина усилия прокатки. Предельная производительность процесса (3,5 тонны в месяц, что соответствует для медного проводника величине объемной производительности $5,462 \cdot 10^{-7}$ м³/с) принята, исходя из прогнозных данных об объемах перерабатываемой кабельной продукции. Начальная область (таблица 4) для входных переменных (диаметра валка - D и частоты его вращения - n) принята с учетом имеющегося производственного опыта.

Формулировка задачи оптимизации для этих условий имеет вид (18):

$$\begin{aligned} W &\Rightarrow \min \\ F &\geq P \\ V &\geq 5,462 \cdot 10^{-7}; \\ \Delta &\leq 0,0004. \end{aligned} \tag{18}$$

Для определения параметров градиента критерия оптимизации проведены расчеты с помощью ЭВМ по формулам (1) – (13), результаты которых приведены в таблице 4. Шаг движения в направлении градиента критерия оптимизации уменьшен в 50 раз для обеих вход-

ных переменных для обеспечения возможности изменения величин.

После нескольких шагов обнаруживается (строка 8 таблицы 4) нарушение ограничения по производительности процесса. В соответствии с алгоритмом оптимизации это является признаком достижения оптимума. В этом случае оптимальными признается сочетание значений входных переменных для предшествующего шага (строка 7 таблицы 4), а именно:

- диаметр валка $D = 0,43$ м;
- частота вращения валка $n = 31,4$ об/мин.

Использование системы математического моделирования, которая включает

- математическое моделирование (целеполагание, идеализация, формализация, идентификация, проверка адекватности);
- разработку конструктивно-технологических предложений;
- оптимизацию параметров конструктивно-технологических предложений,

позволяет эффективно решать практические задачи повышения эффективности механического разрушения неметаллических покрытий электрических проводов.

Таблица 4

Ход и результаты оптимизации

	Диаметр валков (D), мм	Частота вращения валков (n), об/мин	Мощность (W), Вт	Усилие (F), Н	Производительность (V), м ³ /с	Степень деформации (Δ), м
Верхний уровень	0,55	45				
Нижний уровень	0,5	40				
1	+	+	1081,08	8026,552	1,01475E-06	0,000467
2	-	+	982,8	7653,017	9,225E-07	0,000416
3	+	-	960,96	8026,552	0,000000902	0,000467
4	-	-	873,6	7653,017	0,00000082	0,000416
Параметры градиента						
	46,41	57,33				
Шаг движения по градиенту						

1 (84) 2013 «Системные технологии»

	0,023205	2,8665				
Движение по градиенту						
5	0,476795	37,1335	773,357	7473, 319	7,25908E -07	0,000392
6	0,45359	34,267	678,926	7289, 192	6,3727E- 07	0,000368
7	0,430385	31,4005	590,305	7100, 292	5,54086E -07	0,000345
8	0,40718	28,534	507,495	6906, 227	4,76357E -07	0,000321

ЛИТЕРАТУРА

1. Материалы Международной конференции «Сотрудничество для решения проблемы отходов», 28–31 марта 2012 г., г. Харьков, Украина
2. Ясев А.Г. Комплексный метод совершенствования технологической оснастки процессов обработки деталей металлургических машин // Сучасні проблеми металургії. Наукові праці. Том 10. Дніпропетровськ: Системні технології, 2007. – с. 68-82
3. Грудев А.П. Теория прокатки. – М.: Металлургия, 1988, 240с.
4. Данченко В.Н., Чус В.С. Продольная прокатка труб. - М.: «Металлургия». 1984. 136с.
5. Гуль В.Е., Кулезнев В.Н. Структура и механические свойства полимеров. М., «Высшая школа», 1972.
6. Ясев А.Г. Соответствие математических моделей и технологических процессов в металлургии и машиностроении. - Днепропетровск: Днепр-VAL, 2001. - 237 с.
7. Ясев А.Г. Применение методов оптимизации технологических процессов. С. 163-217 // Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общей редакцией Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. - Т. 8: «Оптимизация технологических процессов в машиностроении» - Одесса: ОНПУ, 2004. - 509 с.
8. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики.- М.: Наука, 1983. - 416 с.