

М.А. Алексеев, К.А. Ахметшин

**СИНТЕЗ ОБОБЩЕННЫХ ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ
МНОГОКАНАЛЬНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ В СИНГУЛЯРНОМ БАЗИСЕ ВЛОЖЕННЫХ
ВЕКТОРОВ**

Аннотация. Исследован новый метод отображения динамики многоканальных нелинейных нестационарных систем. суть метода основана на двукратном использовании алгоритма сингулярного разложения: на первом этапе происходит сжатие многоканальных данных на основе использования сингулярного разложения первого порядка матрицы сигнальных векторов, а на втором – сингулярное разложение матрицы вложенных векторов от первого сингулярного вектора сингулярного разложения первого порядка. показано преимущество отображения фазовых портретов в новом информационном базисе на примере анализа многоканальной электрокардиограммы.

Ключевые слова: многоканальная нелинейная система, сингулярное разложение, адаптивная фильтрация, обобщенный фазовый портрет, электрокардиограмма.

Постановка проблемы. Распространенной методом анализа особенностей одноканальных (однопараметровых) нелинейных динамических систем (в частности, электрокардиограмм (ЭКГ)) является построение их фазовых портретов в системе координат $z(t), dz(t)/dt$ [1, 2]. Поскольку ЭКГ часто зашумлены как измерительными, так и физиологическими шумами, то стандартный способ синтеза фазовых портретов диктует необходимость их предварительной фильтрации [3] в условиях, когда отсутствует априорная информация о спектральных и статистических характеристиках шумов. Более того, учитывая современную тенденцию использования многоканальных ЭКГ, необходимо синтезировать и анализировать большое количество фазовых портретов, что делает использование стандартных методов трудоемким и вычислительно неэффективным.

Данное обстоятельство диктует необходимость разработки новых, помехоустойчивых методов синтеза обобщенных фазовых портретов многоканальных ЭКГ.

Целью работы является демонстрация информационных возможностей нового устойчивого метода синтеза обобщенных фазовых портретов многоканальных нелинейных динамических систем на примерах использования многоканальных ЭКГ.

Основная часть. На рис. 1 представлены фрагменты 15-канальной ЭКГ (диагноз – инфаркт) полученный из открытой базы данных “Physionet” (интервал между отсчетами $T=0.004$ сек.).

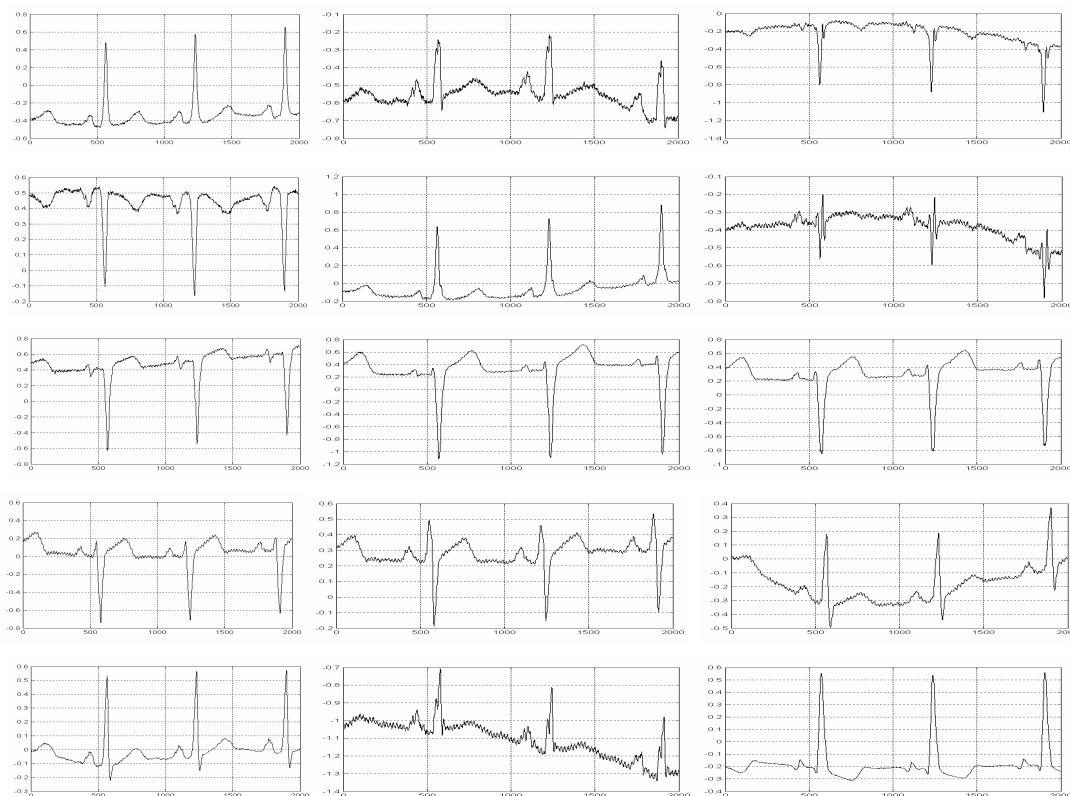


Рисунок 1 – Фрагменты 15-ти канальной ЭКГ
(сигнальная матрица Z)

Визуальный анализ рис. 1 показывает, что измерительные каналы зашумлены и являются сильно коррелированными. Например, если синтезировать фазовый портрет ЭКГ соответствующий второму измерительному каналу, то, как показывает анализ рис. 2, такой прямолинейный подход не дает удовлетворительного результата из-за сильного влияния шумов на результат вычисления первой производной сигнального вектора.

Поэтому, первой задачей построения обобщенного фазового портрета многоканальной ЭКГ является сжатие (устранение избыточности) исходных данных. Возможны различные варианты решения данной задачи, но по нашему мнению наиболее целесообразно здесь использование алгебраического метода сингулярного разложения исходной сигнальной матрицы данных $Z = [z_1, \dots, z_M]$, размерностью $(N * M)$, где N – число отсчетов в каждом сигнальном канале, а M – общее число измерительных каналов.

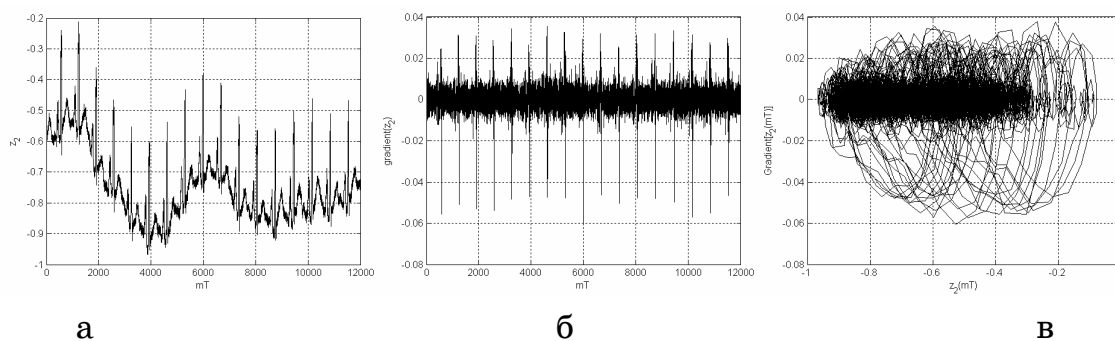


Рисунок 2 – Влияние шума на синтез фазового портрета: а – фрагмент второго измерительного канала $z_2(t)$; б – первая производная $dz_2(t)/dt$; в – фазовый портрет в системе координат $z_2(t) - dz_2(t)/dt$

Сингулярное разложение матрицы Z имеет вид [4]

$$Z = USV^T, \quad (1)$$

где U – ортонормированная матрица сингулярных векторов размерностью $(N * M)$; S – диагональная матрица сингулярных чисел размерностью $(M * M)$, причем $s_1 > s_2 > \dots > s_M$; V – ортонормированная матрица размерностью $(M * M)$. Особое значение имеет анализ матрицы сингулярных чисел S , компоненты которой можно трактовать как относительные величины проекций сигнальной матрицы Z на ортонормированный базис образованный столбцами (сингулярными векторами) матрицы U .

На рис. 3а представлен сингулярный спектр сигнальной матрицы Z .

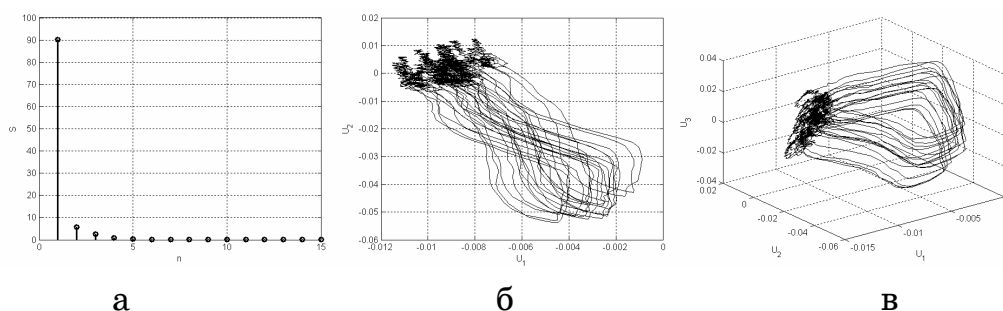


Рисунок 3 – Сингулярное разложение сигнальной матрицы Z : а – нормированный спектр сингулярных чисел; б – фазовый портрет в системе координат $U_1 - U_2$; в – фазовый портрет в системе координат $U_1 - U_2 - U_3$

Из его рассмотрения следует, что первые два сингулярных вектора отображают 96% изменчивости динамики всех 15-ти каналов ЭКГ (рис. 3 б), а три сингулярных вектора – 98,7% всей информации, т.е. синтез фазового портрета в системе координат $U_1 - U_2 - U_3$ можно рассматривать в виде аналога обобщенного фазового портрета анализируемой 15-ти канальной системы (рис. 3 в), что позволяет облегчить анализ и интерпретацию данных.

Каждый сингулярный вектор, представляет собой взвешенную сумму всех исходных векторов, с весами равными порядковому номеру столбцов матрицы V в выражении (1).

На рис. 4 представлены графики первых трех сингулярных векторов, которые и можно рассматривать в качестве нового информационного базиса.

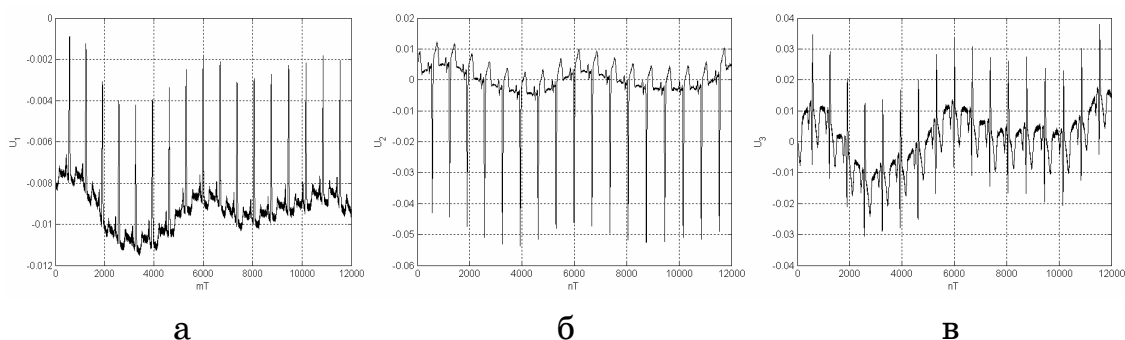


Рисунок 4 – Первые три сингулярных вектора сигнальной матрицы Z : а – U_1 ; б – U_2 ; в – U_3

Анализ рис. 3 показывает, что в обобщенных фазовых портретах все же присутствует шумовой фактор. В [5] были рассмотрены

информационные возможности метода адаптивной фильтрации одно-канальных ЭКГ, не требующего априорной информации о характеристиках шумов. С учетом того, что первый сингулярный вектор (рис.3а) содержит 92% всей информации, то в целях его фильтрации и синтеза более качественных (отфильтрованных) фазовых портретов, возможно обобщение метода [5] на область многоканальных динамических систем при условии, что метод сингулярного разложения вложенных векторов применяется к первому сингулярному вектору (рис.4а) разложения (1), т.е. синтезируется новая матрица вида

$$U_1 \Rightarrow Q = \begin{bmatrix} u_1(t_1) & u_2(t_2) & \dots & u_1(t_L) \\ u_1(t_2) & u_1(t_3) & \dots & u_1(t_{L+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_1(t_{N-L+1}) & u_1(t_{N-L+2}) & \dots & u_1(t_N) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $N \gg L$, а L характеризует глубину вложения.

Затем производится сингулярное разложение матрицы Q (т.е., фактически, сингулярное разложение второго порядка) как

$$Q = PRD^T, \quad (3)$$

с последующим синтезом обобщенного фазового портрета уже в системе координат $P_1 - P_2$ или $P_1 - P_2 - P_3$ (рис. 5).

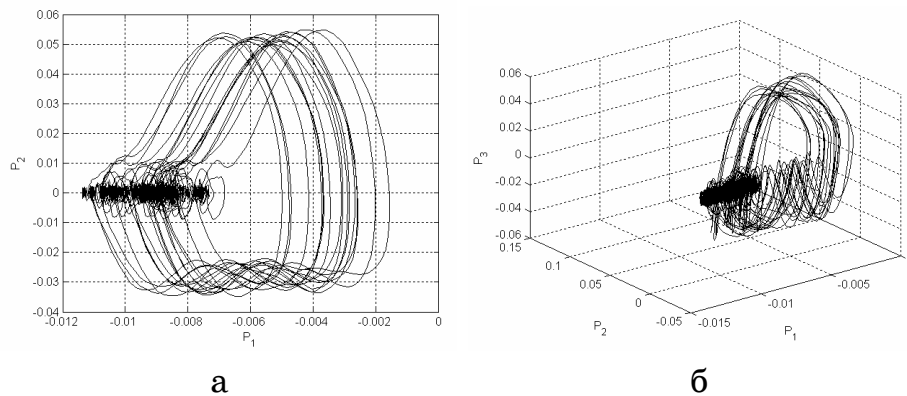


Рисунок 5 – Обобщенный фазовый портрет второго порядка сигнальной матрицы Z в системах координат:

а – $[P_1 - P_2]$; б – $[P_1 - P_2 - P_3]$ (глубина вложения $L = 20$ отсчетов)

Сопоставление рис. 3 б, в и рис. 5 свидетельствует о том, что синтез обобщенных фазовых портретов в сингулярном базисе вложенных векторов от первого сингулярного вектора сингулярного разложения сигнальной матрицы Z на основе предварительного использования выражения (1), позволяет нейтрализовать влияние шумов (P_3

фактически соответствует шумовой компоненте (рис. 6 б), поэтому синтез трехмерного фазового портрета (рис.3в), с практической точки зрения, в данном случае следует признать нецелесообразным) и повысить «качество» визуального анализа топологических особенностей фазовых портретов многоканальных нелинейных динамических систем.

Поскольку в векторе P_2 (рис. 6 б) присутствует шумовая компонента, то для дополнительной нейтрализации влияния шумовых факторов возможен и вариант построения обобщенного фазового портрета многоканальной системы на основе использования лишь первого сингулярного вектора $P_1(t)$ матрицы вложенных векторов (рис. 6 а).

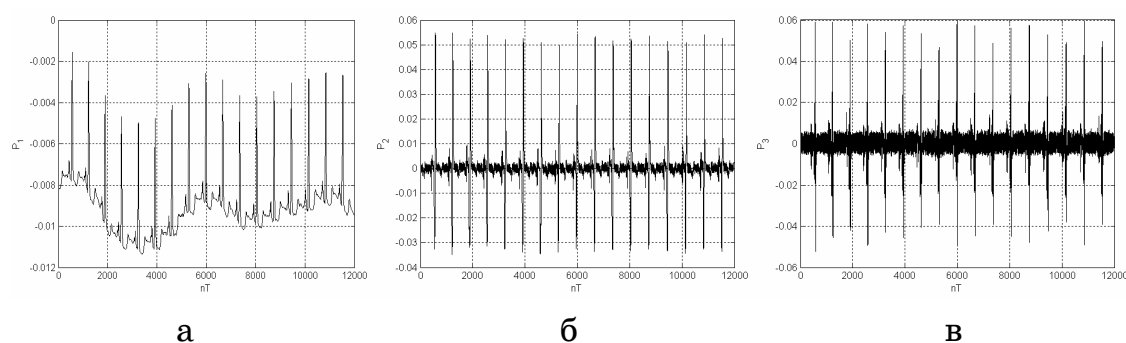


Рисунок 6 – Первые три сингулярных вектора матрицы вложенных векторов Q от первого сингулярного вектора U_1 на рис.4а:

а – P_1 ; б – P_2 ; в – P_3

Здесь возможно использование двух вариантов. Первый – синтез фазового портрета в системе координат $P_1(t) - dP_1(t)/dt$ (рис.7а).

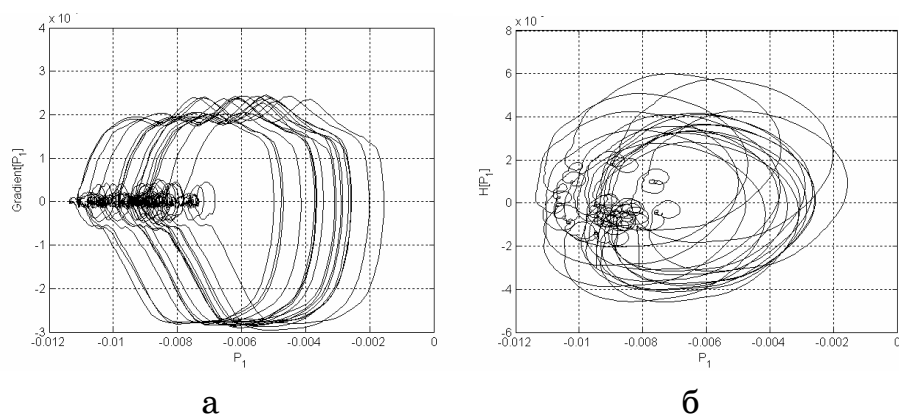


Рисунок 7 – Фазовые портреты на основе использования только первого вектора сингулярного разложения матрицы вложенных векторов в системах координат: а – $P_1(t) - dP_1(t)/dt$; б – преобразование Гильберта от $P_1(t)$

Второй вариант базируется на использовании преобразования Гильберта от $P_1(t)$ на основе выражения [6]

$$H[P_1(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_1(t-\tau)}{\tau} d\tau, \quad (4)$$

с последующим формированием комплексного аналитического сигнала вида

$$G(t) = P_1(t) + jH[P_1(t)] = A(t)\exp[jF(t)], \quad (5)$$

$$\text{где } A(t) = \sqrt{P_1^2(t) + \{H[P_1(t)]\}^2}; F(t) = \arctg[H[P_1(t)]]/P_1(t). \quad (6)$$

На рис. 8 отображены все три характеристики: $H[P_1(t)]$, $A(t)$ и развернутая

фазовая характеристика $F(t)$. Поскольку $P_1(t)$ и $H[P_1(t)]$ ортогональны, то это и позволяет синтезировать фазовый портрет системы (рис. 7 б).

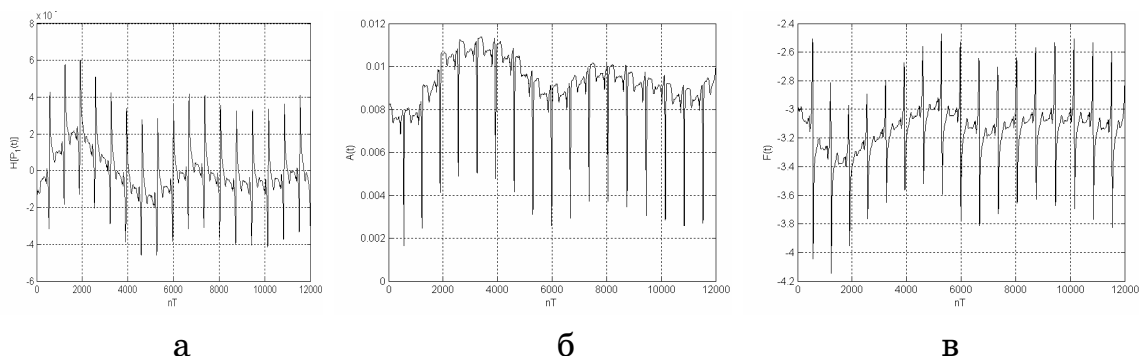


Рисунок 8 – Преобразования Гильберта от $P_1(t)$:

а – $H[P_1(t)]$; б – $A(t)$; в – $F(t)$

Сопоставляя рис. 5 а и рис. 7 следует отметить, что отображение динамики системы в координатах $P_1(t) - P_2(t)$ и $P_1(t) - dP_1(t)/dt$ качественно похожи друг на друга, в то время как синтез фазового портрета в системе координат $P_1(t) - H[P_1(t)]$ дает иной результат (рис. 7 б). С теоретической точки зрения, данный факт можно объяснить тем обстоятельством, что использование преобразования Гильберта не приводит к увеличению влияния шума, тогда как операция вычисления производной относится к классу некорректных задач [7].

Для демонстрации эффективности предлагаемого подхода, на рис. 9 представлены обобщенные фазовые портреты 15-ти каналной ЭКГ с диагнозом «аритмия».

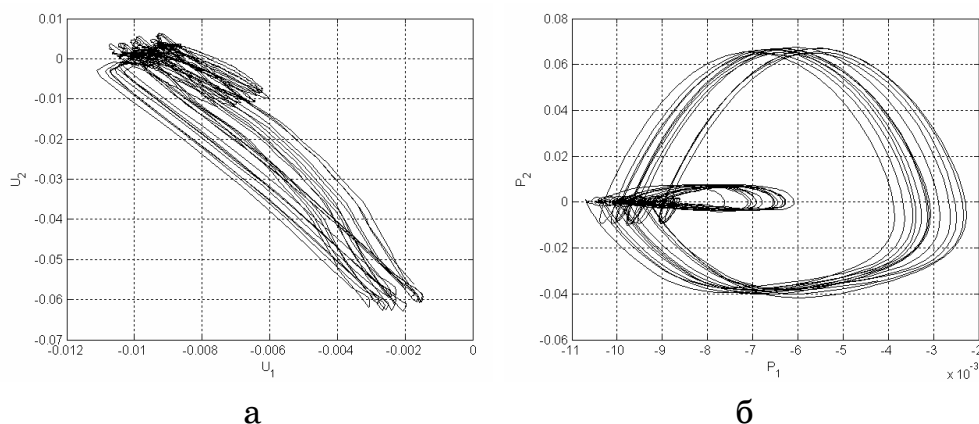


Рисунок 9 – Обобщенные фазовые портреты 15-ти канальной ЭКГ с диагнозом «аритмия» в системах координат:

а – $[U_1(t) - U_2(t)]$; б – $[P_1(t) - P_2(t)]$

Данный пример представляется особенно показательным, поскольку отображение фазового портрета в системе координат $[U_1(t) - U_2(t)]$ (рис. 9 а) не позволяет однозначно выявить характерные особенности данного типа заболевания, а отображение фазового портрета в системе координат $[P_1(t) - P_2(t)]$ (рис. 9 б) эти особенности, связанные с характерным расслоением траекторий, четко выявляет.

Выводы.

1. Синтез обобщенного фазового портрета многоканальной нелинейной динамической системы базируется на идее двукратного использования алгоритма сингулярного разложения.
2. Первый этап – сингулярное разложение сигнальной матрицы в целях сокращения избыточности данных.
3. Второй этап – сингулярное разложение матрицы вложенных векторов, полученной на основе первого сингулярного вектора сингулярного разложения сигнальной матрицы, в целях нейтрализации влияния измерительного шума на характерные особенности синтезируемых обобщенных фазовых портретов.
4. В качестве основы построения фазового портрета используется первый сингулярный вектор сингулярное разложение матрицы вложенных векторов, причем здесь возможно использование двух различных методов основанных на использовании преобразования Гильберта или взятия производной от первого сингулярного вектора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файнзильберг Л.С. Информационные технологии обработки сигналов сложной формы: теория и практика / Файнзильберг Л.С.; – Киев, Наукова думка, 2008. – 333 с.
2. Perc M. Nonlinear time series analysis of the human electrocardiogram // European Journal of Physics. – 2005. – Vol. 26. – P. 757–768.
3. Рангайян Р.М. Анализ биомедицинских сигналов: практический подход / Рангайян Р.М.; [пер. с англ. А.П. Немирко].– М.:, Физматлит, 2007.– 440 с.
4. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры /– М.: Наука, 1983. – 455 с.
5. Алексеев М.А. Адаптивная фильтрация и синтез фазовых портретов нелинейных динамических систем в сингулярном базисе вложенных векторов /Алексеев М.А., Ахметшин К.А.// Системные технологии, 2012, Днепропетровск, Вип.1(78), Т.2, С.127–132.
6. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / Баскаков С.И. – М.: Высшая школа, 1987. – 207 с.
7. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. – М.: Наука, 1986. – 224 с.