

Є.А. Гавриленко, В.В. Гнатушенко, В.М. Щербина  
**ВИЗНАЧЕННЯ ДІАПАЗОНІВ ПОЛОЖЕННЯ НОРМАЛЕЙ  
У ВУЗЛАХ ДПК З МОНОТОННОЮ ЗМІНОЮ КРИВИНИ**

*Анотація.* Визначається область можливого розташування нормалей, які відповідають вихідним вузлам дискретно представленої кривої з монотонною зміною кривини.

*Ключові слова:* дискретно представлена крива (ДПК), монотонна зміна кривини, нормаль, стичне коло, радіус кривини.

**Постановка проблеми.** При формуванні обводів з монотонною зміною кривини, в точках вихідного ряду призначаються нормалі і значення радіуса кривини, які відповідають формі ДПК. Положення нормалей і значення радіуса кривини визначаються усередині відповідних діапазонів. Уточнення зазначених діапазонів і визначення, таким чином, області оптимального розв'язку поставленої задачі неможливо без визначення обмежень, які виникають в зв'язку з призначенням сусідніх центрів кривини.

**Аналіз останніх досліджень.** Результати попередніх досліджень по темі запропонованої статті опубліковані в [1,2]. У роботі [1], визначається область можливого розташування центру кривини, що відповідає  $i$ -му вузлу вихідної ДПК з монотонною зміною кривини. Зазначена область являє собою трикутник (трикутник центру кривини – ТЦК) обмежений прямими лініями: перпендикуляр до хорди супровідної ламаної лінії  $[i-1;i]$ , що проходить через її середину  $(li-1)$ ; перпендикуляр до хорди  $[i;i+1]$ , що проходить через її середину  $(li)$ ; відрізок, що єднає вузол  $i$  та центр  $i$ -го прилягаючого кола (ПК $i$ ) – кола, яке визначається точками  $i;i+1;i+2$ . ТЦК визначається без врахування обмежень, які пов'язані з призначенням центрів кривини на сусідніх ділянках ДПК.

В роботі [2] визначені обмеження, що накладаються на область можливого положення|становища| центру кривини|кривини| вузла| ви-

хідної|початковою| ДПК з|із| монотонною зміною кривини|кривини|, положенням|становищем| сусідніх центрів кривини|кривини|, призначення конкретного положення нормалі  $n_i$  визначає крайні, повернені за годинниковою стрілкою, положення нормалей  $n_{i-1}$  і  $n_{i+1}$  при яких задача формування обводу з монотонною зміною кривини має розв'язок. Призначення положення центру кривини  $C_i$  визначає крайні, повернені проти годинникової стрілки, положення нормалей  $n_{i-1}$  і  $n_{i+1}$ .

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Метою статті є розробка способу визначення області можливого розташування нормалей, які відповідають вузлам вихідної ДПК з монотонною зміною кривини, та враховує область можливого положення сусідніх нормалей.

**Основна частина.** Вихідний|початковий| ТЦК визначається вершинами [1] (див. рис. 1):

- $T_i$  – точка перетину прямої  $l_{i-1}$  і нормалі  $n_i$  в положенні, коли вона максимально повернена за годинниковою стрілкою ( $'n_i$ );
- $C_i$  – центр ПК $_i$ ;

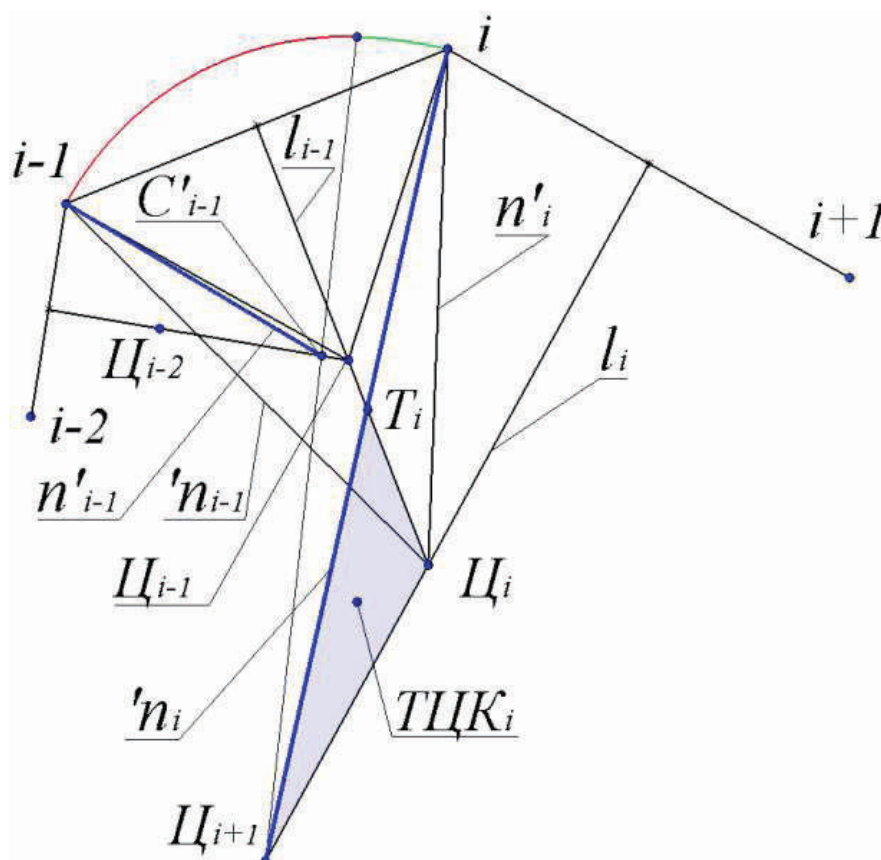


Рисунок 1

-  $\Pi_{i+1}$  – центр  $\text{ПК}_{i+1}$  (рис. 1). Можливий варіант, коли третьою вершиною  $\text{ТЦК}_i$  є точка  $K_i$  (рис. 2). Це станеться у тому випадку, коли пряма сполучає вузол  $i$  з центром  $\text{ПО}_{i-1}$  менш повернена за годинниковою стрілкою порівняно з прямою такою, що сполучає вузол  $i$  з центром  $\text{ПО}_{i+1}$ .

Сторони  $\text{ТЦК}_i$  визначаються прямими  $l_{i-1}$ ,  $l_i$  і нормаллю  $n_i$  в положенні  $\angle n_i$ . Сторона  $[i; \Pi_i]$  визначає крайнє, повернення проти годинникової стрілки положення нормалі  $n_i - n/i$ . Аналогічно, для  $\text{Тцк}_{i-1}$  прямі  $(i-1; \Pi_i)$  і  $(i-1; \Pi_{i-1})$  є вихідними положеннями  $\angle n_{i-1}$  та  $n/i-1$ , відповідно. Вершина  $\text{Тцк}_{i-1}$  – точка  $\Pi_{i-1}$  може збігатися з вершиною  $\text{Тцк}_i$  – точкою  $T_i$  або розташовуватися за його межами.

У першому випадку пряма  $(i; T_i)$  є положенням  $\angle n_i$   $i$ -ї нормалі (рис. 2). При збігу точок  $\Pi_{i-1}$  і  $T_i$  уточнення вихідних положень  $n/i-1$  і  $\angle n_i$  не потрібне. Якщо при такому розташуванні  $\text{ТЦК}$  для нормалі  $n_i$  призначити положення  $\angle n_i$ , то єдине можливе положення нормалі  $n_{i-1} - n/i-1$  і навпаки. В цьому випадку ділянка ДПК  $(i-2 \dots i)$  буде сформована дугою кола з центром в точці  $C_{i-1} \equiv C_i \equiv \Pi_{i-1} \equiv T_i$ .

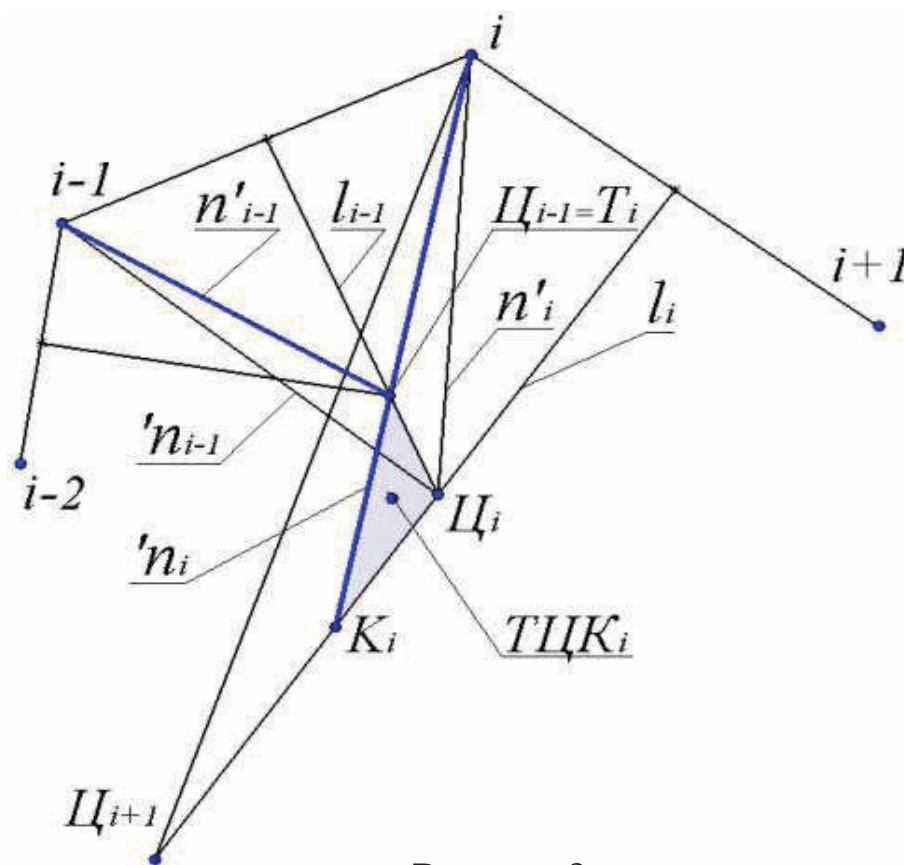


Рисунок 2

Можливий варіант, коли точка  $\Pi_{i-1} \equiv T_i$  належить відрітку  $[i; \Pi_{i+1}]$ . При збігу точок  $\Pi_{i-1}$  і  $T_i$  уточнення вихідних положень  $n'_{i-1}$  і  $n'_i$  не потрібне.

У разі, коли точка  $\Pi_{i-1}$  розташовується за межами ТЦК<sub>i</sub> (рис. 1) пряма  $(i; \Pi_{i+1})$  є положенням  $n'_i$  нормалі  $n_i$ . Положення  $n'_{i-1}$  визначається проходженням через точку  $C'_{i-1}$  – центр кола, яке проходить через вузли  $i-2, i-1$  та дотичне з ПК <sub>$i+1$</sub>  [2]. При призначенні  $C_i$  в точці  $\Pi_{i+1}$  та вказаному положенні нормалі  $n_{i-1}$ ,  $C'_{i-1}$  – єдине можливе положення  $i-1$ -го центра кривини, та навпаки: при призначенні  $i-1$ -го центра кривини в точці  $C'_{i-1}$  єдине можливе положення  $i$ -го центра кривини – точка  $\Pi_{i+1}$ . В цьому випадку ділянка ДПК ( $i-2 \dots i+2$ ) формується двома дугами кіл, зістикованих з першим порядком гладкості. Поворот нормалі  $n_{i-1}$  за годинниковою стрілкою відносно положення  $n'_{i-1}$  є необхідною умовою формування обводу другого порядку гладкості з монотонною зміною кривини.

Проведений вище аналіз показує, що положення  $n'_{i-1}$  та  $n'_i$  взаємопов'язані і залежать від розташування ТЦК <sub>$i-1$</sub>  та ТЦК <sub>$i$</sub> . Тепер розглянемо, як взаємне розташування ТЦК уточнює положення нормалей  $n'_{i-1}$  і  $n'_i$ .

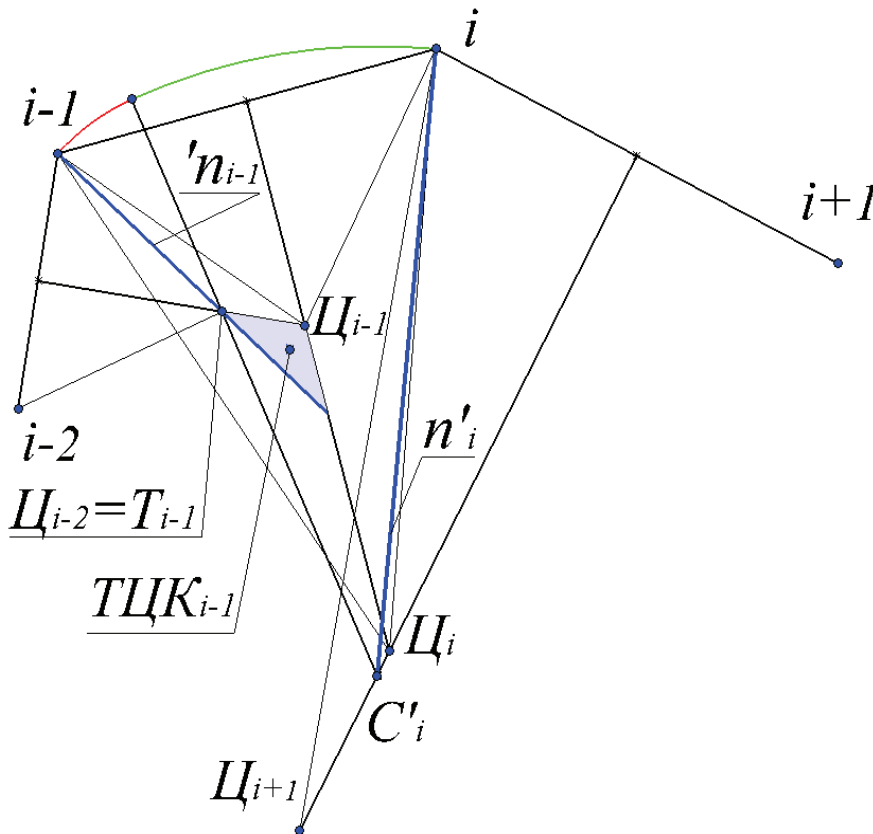


Рисунок 3

Якщо центр  $PK_{i-2}$  – точка  $C_{i-2}$ , розташовується за межами  $T_{цкi-1}$  (рис. 1), то положенням  $n/i-1$  є пряма  $(i-1; C_i)$ , а положенням  $n/i$  – пряма  $(i; C_i)$ . У разі коли точка  $C_{i-2}$  збігається з точкою  $T_{i-1}$ , положення  $n/i$  визначається проходженням через точку  $C/i$  – центр кола що проходить через вузли  $i; i+1$  і дотичне з  $PK_{i-2}$  (див. рис. 3).

При призначенні  $C_{i-1}$  в точці  $C_{i-2}$  і вказаному положенні нормалі  $n_i$ ,  $C/i$  – єдине можливе положення  $i$ -го центру кривини. І навпаки: при призначенні  $i-1$ -го центру кривини в точці  $C/i$  єдине можливе положення  $i$ -го центру кривини – точка  $C_{i+2}$ . В цьому випадку ділянка ДПК  $(i-3... i+1)$  формується двома дугами кіл, зістикованих з першим порядком гладкості. Поворот нормалі  $n_{i-1}$  проти годинникової стрілки відносно положення  $n/i-1$  є необхідною умовою формування обводу другого порядку гладкості з монотонною зміною кривини.

Якщо точка  $C_{i-2}$  належить відрізку  $[i-1; C_i]$  (крайне положення, при якому точка  $C_{i-2}$  збігається з точкою  $T_{i-1}$ ), то точка  $C/i$  збігається з точкою  $C_i$ . Таким чином, аналіз взаємного розташування суміжних ТЦК показав, що уточнення вихідного положення  $n/i-1$  необхідно у разі, коли центр  $PK_{i-1}$  розташований за межами  $T_{цкi}$ . Уточнення вихідного положення  $n/i$  необхідно у разі, коли центр  $PK_{i-2}$  – точка  $C_{i-2}$ , збігається з вершиною  $T_{цкi}$  – точкою  $T_{i-1}$ . Уточнення положень  $n/i-1$  та  $n/i$  по критерію розташування  $T_{цкi-1}$  і  $T_{цкi}$  не потрібно.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** В статті запропонована методика уточнення області можливого розташування центрів кривини|кривини| ДПК з|із| монотонною зміною кривини|кривини|. Методика заснована на аналізі вихідного|початкового| точкового|крапкового| ряду|низки| і дозволяє зменшити зону пошуку оптимального, за умовами завдання,|задачі| рішення|вирішення|.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Гавриленко Є.А. Визначення положення центрів кривини дискретно представленої кривої / Є.А. Гавриленко// Системні технології / Регіональний міжвузівський збірник наукових праць – Вип. 5 (76) - Дніпропетровськ, 2012. – с. 145-151.
2. Гавриленко Є.А. Визначення границь діапазонів положення центрів кривини плоского обводу / Є.А. Гавриленко// Прикл. геом.та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип.4,т.52.–Мелітополь 2012.– с. 103-106.