УДК 519.86:338

Н.Б. Андрейшина

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ РІВНОВАЖНОЇ ЦІНИ ВІД ВПЛИВУ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ

Анотація. В роботі будується математична модель, в якій попит і пропозиція розглядаються як функції, залежні від ціни товару та зміни її формування; отримано диференціальне рівняння рівноваги попиту та пропозиції, та проведений аналіз його стійкості в залежності від коефіцієнта, який характеризує вплив зовнішніх факторів.

Ключові слова. Рівноважна ціна, попит, пропозиція, динаміка, прибуток, витрати, ефективність.

Вступ

В ринкових умовах важливішими елементами економіки є попит і пропозиція, а також ціна, яка виконує функцію їх урівноваження. Теоретичні основи формування сукупного попиту, сутність та фактори розвитку сукупної пропозиції, а також питання рівноваги та наслідки її порушення – головні проблеми сьогодення України, від якості вирішення яких залежать темпи і пропорції розвитку, становлення держави і заможність її населення [1]. Комерційний успіх будь-якого підприємства або підприємця багато в чому залежить від обраної стратегії і тактики ціноутворення на товари та послуги. Складність ціноутворення є в тому, що ціна – категорія вартісна і кон'юнктурна. На її рівень суттєво впливає цілий комплекс політичних, економічних, психологічних, географічних та соціальних факторів [2].

Дж. Б. Еванс, В. Берман виділили п'ять основних чинників, що роблять найбільший вплив на процес ціноутворення: споживачі, уряд, учасники каналів збуту, конкуренти, витрати виробництва. Всі ці фактори можна умовно розділити на дві основні категорії - внутрішні і зовнішні. До основних внутрішніх факторів, що визначають рівень цін товаровиробників, відносяться: рівень витрат виробництва, особливості виробничого процесу, специфіка виробленої продукції, доступність необхідних для виробництва ресурсів, організаційний рі-

ISSN 1562-9945

вень, ступінь використання прогресивних методів виробництва, ринкова стратегія і тактика виробника. Основні зовнішні фактори, що впливають на процес ціноутворення на товар конкретного виробника: споживчі переваги щодо даного товару, рівень доходів покупців, споживчі очікування щодо майбутньої зміни цін і власних доходів виробника, ціни на взаємозамінні, взаємодоповнюючі товари, поведінка конкурентів та ін. Фактори зовнішнього порядку практично не підвладні контролю з боку товаровиробників, але обов'язково враховуються при формуванні ціни на продукцію, що випускається [3].

Саме сукупний вплив зовнішніх факторів спробуємо дослідити в даній роботі. Розглядати попит і пропозицію лише як функції від значення ціни є мало інформативним з погляду динаміки. Наприклад, допустима ситуація, коли положення динаміки з малим значенням ціни і позитивним показником її зміни вигідніше чим випадок, коли значення ціни в даний момент часу є чималим, а її зміни є від'ємною.

Побудова математичної моделі та її аналіз

Попит D і пропозицію S можна розглядати як математичні функції ціни p і зміни її формування $q = \dfrac{dp}{dt}$ [4]. Однак, зрозуміло, що попит та пропозиція залежать від цілої множини інших економічних величин, наприклад, величини $r = \dfrac{d^2 p}{dt^2}$ − зміни формування величини q. Отже, такий підхід є задовільним лише для певного класу економічних систем.

Розглянемо далі випадок, припускаючи

$D = D(p, q, r)$ і $S = S(p, q, r)$.

Тоді, щоб попит збігався із пропозицією, і тим самим були реалізовані оптимальні умови, ціна на товар не може бути довільною. Для визначення рівноважної ціни, як функції часу одержуємо диференціальне рівняння

$$D(p, q, r) = S(p, q, r). \tag{1}$$

Нехай попит та пропозиція задані як деякі масиви:

$D = D(d_1, d_2, \ldots, d_n)$, $S = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$

де d_i й s_i значення попиту та пропозиції в заданому проміжку часу.

Будемо апроксимувати ці масиви лінійними формами:

$$D = a_1 p + b_1 q + c_1 r\,,\;\; S = a_2 p + b_2 q + c_2 r\,. \tag{2}$$

Для знаходження коефіцієнтів скористаємося методом найменших квадратів:

$$\sum_{i=1}^{n}(a_1 p_i + b_1 q_i + c_1 r_i - d_i)^2 \to \min\,;\;\; \sum_{i=1}^{n}(a_2 p_i + b_1 q_i + c_2 r_i - s_i)^2 \to \min\,,$$

де p_i - ціна товару в і-й період часу; $q_i = \dfrac{p_i - p_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$ - зміна ціни в i-й період часу; $r_i = \dfrac{q_i - q_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$ - тенденції зміни формування ціни в i-й період часу;

Ґрунтуючись на (1) одержуємо диференціальне рівняння:

$$a_1 p + b_1 \frac{dp}{dt} + c_1 \frac{d^2 p}{dt^2} = a_2 p + b_2 \frac{dp}{dt} + c_2 \frac{d^2 p}{dt^2}\,, \tag{3}$$

або

$$\frac{d^2 p}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dp}{d\tau} + p = 0\,, \tag{4}$$

де покладено $\tau = \sqrt{\dfrac{a_1 - a_2}{c_1 - c_2}} \cdot t$, $2\delta = \dfrac{b_1 - b_2}{\sqrt{(a_1 - a_2)(c_1 - c_2)}}$.

Якщо проводити аналогії з механікою то (4), це рівняння лінійного дисипативного осцилятора, в якому δ виступає в якості коефіцієнта тертя, тобто коефіцієнту впливу зовнішнього середовища [5]. З економічної точки зору коефіцієнт δ можна розглядати, як коефіцієнт впливу зовнішніх факторів на ціну р. Ними можуть виступати, наприклад, тип ринку, економічна ситуація в країні, рівень інфляції, державне регулювання та ін..

Проведемо аналіз динаміки еволюції рівноважної ціни при нульовому коефіцієнті δ.

Якщо перейти до фазових координат в рівнянні (4), покладаючи $x_1 = p$, $x_2 = \dfrac{dp}{d\tau}$, одержимо динамічну систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = -x_1 - 2\delta \cdot x_2, \end{cases}$$

або при δ=0

 ISSN 1562-9945

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = -x_1 \end{cases} \tag{5}$$

Для аналізу системи перейдемо до полярної системою координат, покладаючи $x_1 = \rho\cos\phi$ і $x_2 = \rho\sin\phi$. Тоді

$$\frac{dx_1}{d\tau} = \frac{d\rho}{d\tau}\cos\phi - \rho\sin\phi\frac{d\phi}{d\tau}, \quad \frac{dx_2}{d\tau} = \frac{d\rho}{d\tau}\sin\phi + \rho\cos\phi\frac{d\phi}{d\tau},$$

та з (5) отримаємо

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{d\tau}\cos\phi - \rho\sin\phi\dfrac{d\phi}{d\tau} = \rho\sin\phi, \\ \dfrac{d\rho}{d\tau}\sin\phi + \rho\cos\phi\dfrac{d\phi}{d\tau} = -\rho\cos\phi, \end{cases}$$

звідки провівши перетворення отримаємо:

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{d\tau} = 0, \\ \dfrac{d\phi}{d\tau} = -1 \end{cases} \tag{6}$$

Із системи (6) слідує, що її фазовий портрет являє собою сімейство концентричних кіл із центром на початку координат. Точка у фазовому просторі, у якій вектор фазової швидкості обертається в нуль, називається особливою, і в цьому випадку нуль координат є особлива точка типу центр.

В (6) у часі еволюціонує лише одна змінна ϕ, тому фазовий простір розглянутого рівняння при δ=0, є одновимірним.

З економічної точки зору ситуація, в якій δ=0, є ідеальною, тобто зовнішнього впливу на ціну не має.

Проведемо аналіз динаміки еволюції ціни при ненульовому коефіцієнті δ. Для $0 < \delta < 1$ розв'язком рівняння (4) є

$$p(\tau) = Ae^{-\delta\tau}\cos(\omega\tau + \psi), \quad \omega = \left(1 - \delta^2\right)^{1/2}, \tag{7}$$

де A та ψ – довільні константи, які визначаються початковими умовами.

На фазовій площині для будь-яких початкових даних мають місце спіралі, які скручуються, та наближаються до початку координат. Нуль координат є особливою точкою системи, що у випадку $\delta < 1$ є стійким фокусом (рис. 1а).

Якщо коефіцієнт δ>1 отримаємо такий розв'язок рівняння (4):

$$\begin{cases} p(\tau) = C_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 e^{\lambda_2 \tau}, \\ \lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - 1} \end{cases}$$

де C_1, C_2 – константи.

Фазові траєкторії виглядають, як сімейство кривих, за якими, як і у попередньому випадку, фазові точки прагнуть до початку координат (рис. 1б). Особлива точка в зазначених умовах є стійким вузлом.

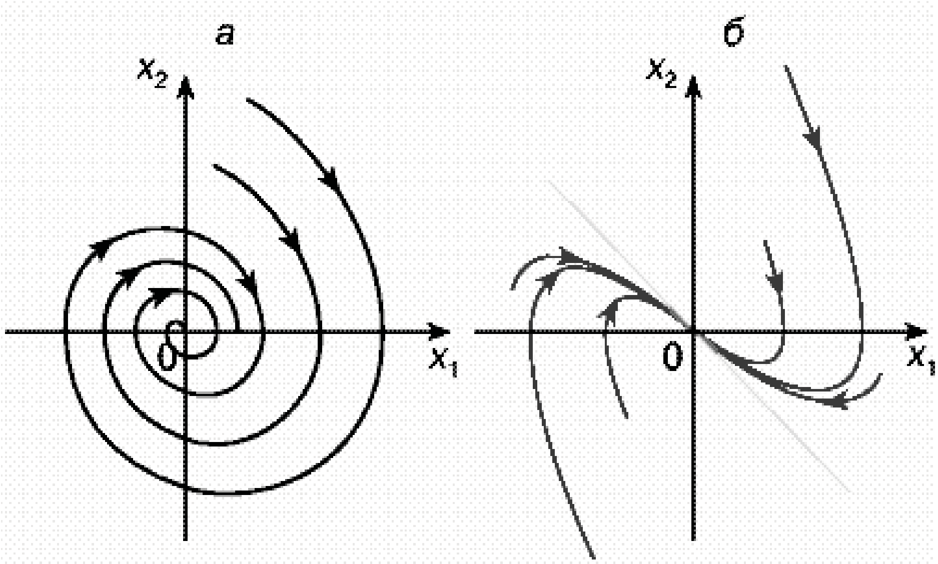

Рисунок 1 - Фазовий портрет рівняння (4) з параметром $\delta < 1$ (а), і $\delta > 1$ (б)

Отже, при будь-яких значеннях параметрів системи, коли $\delta > 0$, дисипативна система (4) характеризується єдиним глобально стійким станом рівноваги в нулі фазових координат. Незалежно від вибору початкових умов спостерігається загасаючий коливальний або аперіодичний рух ціни. При $\tau \to \infty$ будь-яка фазова точка, прагне до початку координат у стійкий фокус або вузол. Описана властивість є загальною для динамічних систем з повною дисипацією енергії. Положення рівноваги типу стійкого фокуса або вузла є тут глобально притягаючими у тому розумінні, що фазові траєкторії з будь-якої точки фазового простору асимптотично до них прагнуть, тобто через досить великий проміжок часу ціна наблизиться до рівноважної ціни.

Числовий експеримент

Розглянемо діяльність конкретного торгового підприємства що займається продажем будівельних матеріалів. У таблиці 1 приведені

 ISSN 1562-9945

дані про ціну товару, кількість проданого товару і залишок товару на кінець місяця.

Таблиця 1

Вихідна інформація

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ціна товару, (р) грн	1,14	1,05	1,05	1,04	1,04	1,04	1,09	1,11	1,15	1,16	1,14	1,15
К-ть прода-ного	112	89	102,5	98	85,5	120	111,5	102	108	97	105,5	98,5
Зали-шок на кінець	205	156	234	127	146	118	104	116	104	117	108	110

Пропозиція формується як сума проданого товару, і товару, що залишився. Застосовуючи метод найменших квадратів, визначимо коефіцієнти a_i, b_i, c_i.

$a_1 = 93.243$, $b_1 = 30.33$, $c_1 = 60.775$, $a_2 = 218.417$, $b_2 = -1162.033$, $c_2 = 936.67$

Отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = -x_1 - 3.602\,x_2, \end{cases} \tag{8}$$

де $\tau = 0.378\,t$.

Початкові умови:

$x_1(0) = p_0$, $x_2(0) = 0$

Так як $\delta > 1$, то особлива точка – стійкий вузол (рис.3).

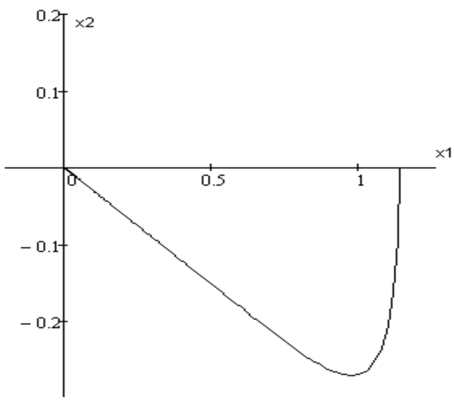

Рисунок 2 - Фазовий портрет системи (8)

Розв’язок системи (8) має вид:

$$p(t) = 1.255e^{-0.303t} - 0.115e^{-3.299t}$$

Висновки

Проведені дослідження дають можливість зробити висновок, що сукупний вплив зовнішніх факторів, таких як, політична стабільність, регулювання економіки державою, рівень інфляції, наявність та рівень конкуренції, впливають на рівноважну ціну. Побудована математична модель рівноваги попиту та пропозиції, в якій попит і пропозиція розглядаються як функції ціни, її зміни q та зміни величини q дає можливість досліджувати вплив цих факторів. З аналізу диференціального рівняння для знаходження рівноважної ціни отримано, що при будь-яких значеннях параметрів рівняння, дисипативна система (4) характеризується єдиним глобально стійким станом рівноваги в нулі фазових координат. При цьому незалежно від вибору початкових умов спостерігається загасаючий коливальний або аперіодичний рух ціни.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дідур С.В. Регулювання попиту і пропозиції на макрорівні: Монографія.– К.: Наук. світ, 2005. – 319 с.
2. Иваниенко В.В., Чечетов М.В. Ценообразование. – Харьков, ИД «ИНЖЕК», 2004. – 221 с.
3. Эванс Дж.Р., Берман Б. Маркетинг. Пер. с англ. — М: Сирин, 2002 г., 308 с.
4. Андрейшина Н.Б., Гоцуленко В.В. Повышение эффективности деятельности торгового предприятия оптимальным выбором цены как функции времени //Вестник Национального технического университета "ХПИ". 2006. № 39. - С. 81-85.
5. Ловецкий К.П., Севастьянов Л.А. Математическое моделирование. Часть 1: Осциллятор. – М.: РУДН – 2007, 64 с.

 ISSN 1562-9945