

УДК 004.9

Л.О. Кириченко, С.С. Кротких, К.С. Крыгин, С.Г. Удовенко
**АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СИГНАЛОВ С
ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

Аннотация. В работе рассмотрен метод построения оптимального пакетного вейвлет-дерева, который дает возможность выявления характерных особенностей спектральной структуры нестационарных сигналов. В практических приложениях данный подход может быть эффективно использован в задачах вибродиагностики.

Ключевые слова: пакетное вейвлет-преобразование, оптимальное вейвлет-дерево, энтропия, сигнал, шум.

Введение

Основным инструментом анализа частотных характеристик сигнала являются спектральные методы, основанные на преобразовании Фурье (ПФ). В частности, количественным показателем меры сложности сигнала является спектральная энтропия, которая позволяет оценить меру упорядоченности сигнала. Практически вся энергия упорядоченного (например, гармонического) сигнала сконцентрирована в основных гармониках, что говорит о низкой энтропии сигнала. С другой стороны, зашумленный сигнал содержит широкий диапазон частот, следовательно, обладает высокой энтропией.

Спектральные методы достаточно просты для расчетов и имеют прозрачную интерпретацию результатов, однако обладают рядом недостатков, основным из которых является требование стационарности процесса. ПФ эффективно использовать в тех случаях, когда интервал наблюдений содержит большое число колебаний, а форма и периоды колебаний постоянны на всем интервале наблюдения. Спектральные методы могут дать неверные результаты для кратковременных сигналов с участками резкого изменения. В этих случаях можно использовать оконное ПФ. Однако при узком окне частотное разре-

шение будет мало, а при широком становится неточной временная локализация.

Как правило, реальные временные ряды или сигналы, которые требуется проанализировать, являются нестационарными, зашумленными и неоднородными. Вейвлет-преобразование (ВП) было разработано в середине 80-х годов как альтернатива ПФ для исследования временных рядов с сильной неоднородностью. ВП, обладающее подвижным частотно-временным окном, одинаково хорошо выявляет как низкочастотные, так и высокочастотные характеристики сигнала на разных временных масштабах. Вейвлет-анализ особенно эффективен для исследования нестационарных рядов, содержащих сегменты с различным характером поведения, для рядов, которые являются существенно неоднородными и обладают локальными особенностями

В данной работе предлагается подход для выявления характерных особенностей спектральной структуры сигналов, в частности, порожденных технологическими процессами, который основан на применении пакетного вейвлет-преобразования.

Пакетное вейвлет-преобразование

Вейвлет-преобразование в настоящее время широко используется для анализа сложных сигналов, удаления артефактов и шумов из них [1-3]. Вейвлет-преобразование одномерного сигнала – это его представление в виде обобщенного ряда или интеграла по системе базисных функций

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

полученных из материнского вейвлета $\psi(t)$, обладающего определенными свойствами за счет операций сдвига во времени b и изменения временного масштаба a . Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) строится с помощью кратномасштабного анализа, основная идея которого состоит в представлении сигнала в виде совокупности его последовательных приближений

Кратномасштабный анализ заключается в разбиении исследуемого сигнала $X(t)$ на две составляющие: аппроксимирующую и детализирующую, с последующим аналогичным дроблением аппроксимирующей до заданного уровня декомпозиции сигнала N . В результате декомпозиции сигнал $X(t)$ представляется в виде суммы аппрокси-

мирующей компоненты $\text{approx}_N(t)$ и детализирующих компонент $\text{detail}_j(t)$:

$$X(t) = \text{approx}_N(t) + \sum_{j=1}^N \text{detail}_j(t) =$$

$$= \sum_{k=1}^{N_a} \text{apr}(N, k) \varphi_{Nk}(t) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{N_j} \text{det}(j, k) \psi_{jk}(t),$$

где N – выбранный максимальный уровень разложения,

$\text{apr}(N, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \varphi_{Nk}(t) dt$ – аппроксимирующие вейвлет-

коэффициенты уровня N , $\text{det}(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{jk}(t) dt$ – детализирующие

вейвлет-коэффициенты уровня j , N_j – количество детализирующих коэффициентов на уровне j , N_a – количество аппроксимирующих коэффициентов на уровне N .

В обычном алгоритме быстрого вейвлет-преобразования при переходе с масштабного уровня m на уровень $m+1$ функция аппроксимирующих коэффициентов $\text{apr}(m, k)$ разделяется на низкочастотную $\text{apr}(m+1, k)$ и высокочастотную $\text{det}(m, k)$ части спектрального диапазона, и при дальнейшем увеличении масштабных уровней разложению подвергаются только низкочастотные аппроксимирующие функции. В пакетном алгоритме ВП операция последовательного частотного расщепления применяется как для низкочастотных аппроксимирующих, так и для высокочастотных детализирующих коэффициентов [2-4]. В результате возникает дерево расщепления, пример которого показан на рис. 1.

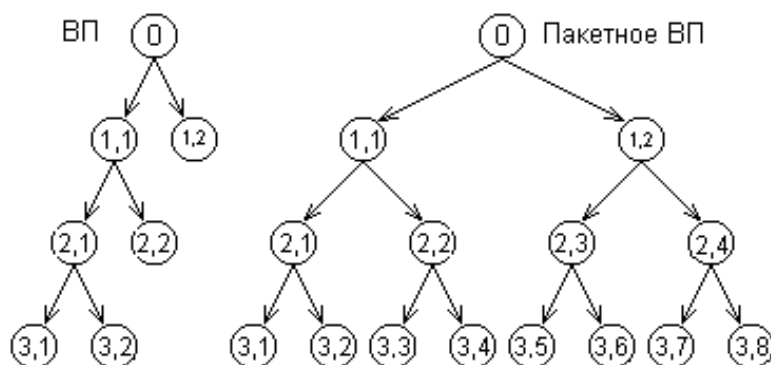


Рисунок 1 - Дерево стандартного ВП (слева) и пакетного ВП (справа)

Полный набор вейвлетных функций разложения называют вейвлет-пакетом. Пакетное вейвлет-преобразование является адаптивным и позволяет более точно приспособливаться к особенностям сигналов путем выбора соответствующей оптимальной формы дерева разложения. Используя пакетное вейвлет-преобразование, можно выделить частотные особенности исследуемого сигнала, в частности, наличие шумовых составляющих с разными спектральными составляющими.

Оптимальное вейвлет-дерево

Пакетное ВП часто графически представляют деревом, корнем которого является исходный сигнал. Пакеты, являющиеся ветками, можно соотнести с определенным частотным диапазоном. Пакеты, не содержащие информации о сигнале, можно рассматривать как шумовые. Мерой информативности набора коэффициентов служит показатель энтропии. Наиболее употребительными при обработке сигналов являются следующие типы расчета энтропии: энтропия Шеннона $E(s) = -\sum s_i^2 \log(s_i^2)$; норма пространства $E(s) = -\sum |s_i|^p$, $p \geq 1$; логарифм энергии $E(s) = \sum \log(s_i^2)$; пороговая энтропия $E(s) = \sum i$, при $|s_i| > \varepsilon$, ε – некоторое пороговое значение [3,4]. Во всех случаях величина s представляет собой массив вейвлет-коэффициентов рассматриваемого узла вейвлет-дерева.

Лучшее дерево находится по следующей схеме. Узел N разбивается на два узла $N1$ и $N2$, только если сумма энтропий узлов $N1$ и $N2$ меньше, чем энтропия узла N . Более отдаленные от корня узлы дерева содержат низкочастотные коэффициенты и несут в себе больше информации об исследуемом сигнале. Изменяя функцию энтропии узла и тип материнского вейвлета, можно подобрать оптимальный метод построения вейвлет-дерева для определенной задачи.

Построение вейвлет-деревьев модельных сигналов

Приведем результаты вейвлет-анализа модельных случайных сигналов с различной спектральной структурой и наличием периодической составляющей, характерных для многих практических приложений. Для моделирования случайных процессов были выбраны процессы авторегрессии первого порядка АР(1): $X(t) = \phi_1 X(t-1) + \varepsilon(t)$, где $\varepsilon(t)$ – некоррелированный белый шум, и

второго порядка $AR(2)$: $X(t) = \phi_1 X(t-1) + \phi_2 X(t-2) + \varepsilon(t)$. Изменяя коэффициенты авторегрессии ϕ_i , можно получать разную степень корреляции и, соответственно, различные спектральные составляющие сигнала. На рис. 2 представлены гармонический сигнал $X(t) = \sin(4\pi t) + \sin(7\pi t)$ (а), а также этот же сигнал с аддитивным коррелированным шумом, являющимся процессом $AR(1)$ с коэффициентом авторегрессии $\phi_1 = 0.8$ (б) и шумом $AR(2)$ с коэффициентами $\phi_1 = 0.9$, $\phi_2 = -0.4$ (в).

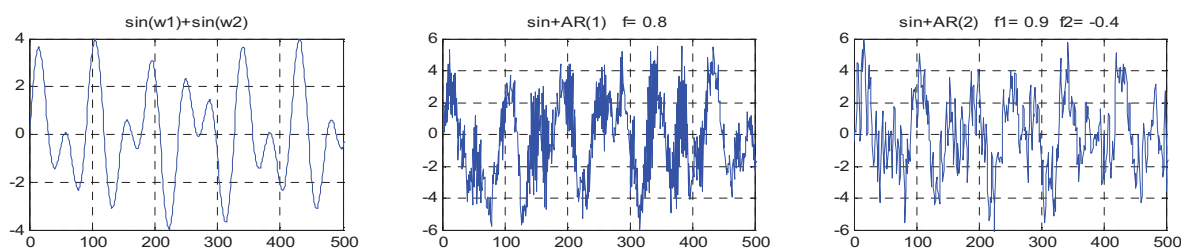


Рисунок 2 - а) гармонический сигнал; б) гармонический сигнал, зашумленный реализацией $AR(1)$; в) гармонический сигнал, зашумленный реализацией $AR(2)$

Для разных типов сигналов были построены оптимальные вейвлет-деревья. При построении оптимального дерева были рассмотрены различные виды энтропии, с целью выбрать ту, которая приводит к наибольшим различиям деревьев. Численные исследования показали, что наибольшие различия достигаются, если использовать энтропию нормы пространства или пороговую энтропию. Также при выполнении пакетного вейвлет-разложения на результирующий вейвлет-спектр значительно влияет правильный выбор материнской вейвлет-функции. Проведенные в работе исследования показали, что наиболее эффективными для решения поставленной задачи являются вейвлеты семейства Добеши 4-го и 5-го порядков. На рис. 3 показаны оптимальные деревья, соответствующие рассмотренным выше сигналам.

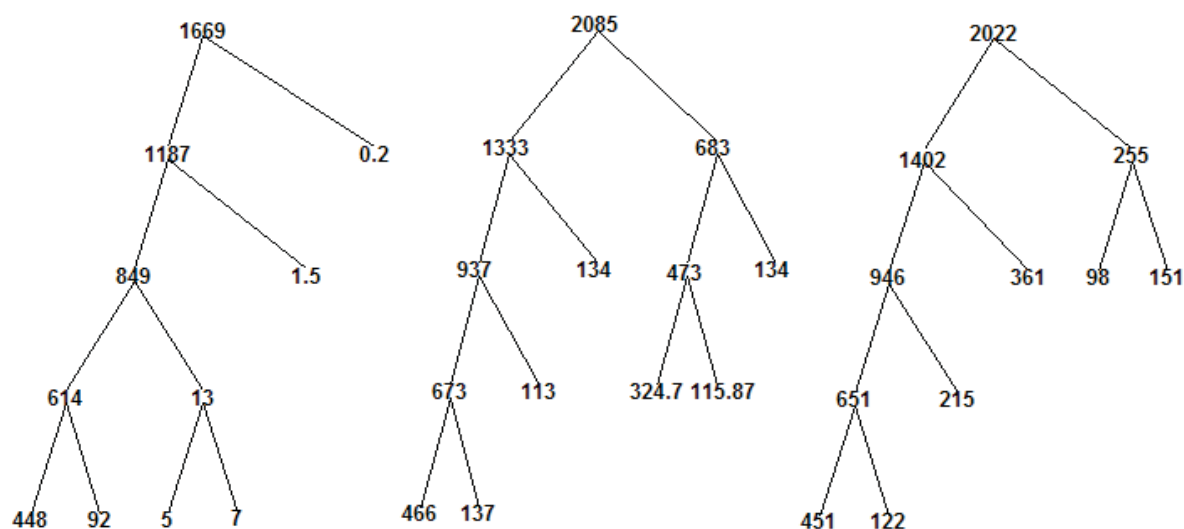


Рисунок 3 - Оптимальные деревья со значениями энтропии в узлах для: а) гармонического сигнала; б) гармонического сигнала, зашумленного реализацией AP(1); в) гармонического сигнала, зашумленного реализацией AP(2)

Деревья отражают основные частотные компоненты сигналов и отличаются структурой и значениями энтропии в узлах. Правильно выбрав материнский вейвлет и вейвлет-энтропию, можно однозначно определить тип исследуемого сигнала. В данном случае была использована энтропия нормы пространства с параметром $p = 1$ и вейвлет Добеши 5-го порядка.

Применение пакетных вейвлет-деревьев для распознавания типов вибросигналов

Одним из возможных применений пакетных вейвлет-деревьев является распознавание спектральной структуры нестационарных процессов. К таким процессам относятся сигналы, полученные при виброакустической диагностике. Одной из задач вибродиагностики является определение технического состояния деталей и узлов механизмов с целью раннего обнаружения неисправностей [5]. Как материалы для исследования были взяты экспериментальные данные, представленные на специализированном сайте [6]. Данные являются вибросигналами, полученными при использовании тестового двигателя с подшипниками, на которые были искусственно нанесены дефекты разного размера. На рис. 4 показаны участки вибросигналов для подшипников с дефектами на внутренней дорожке: а) размер дефекта

равен 0.007 дюйма, б) 0.014 дюйма, в) 0.021 дюйма.

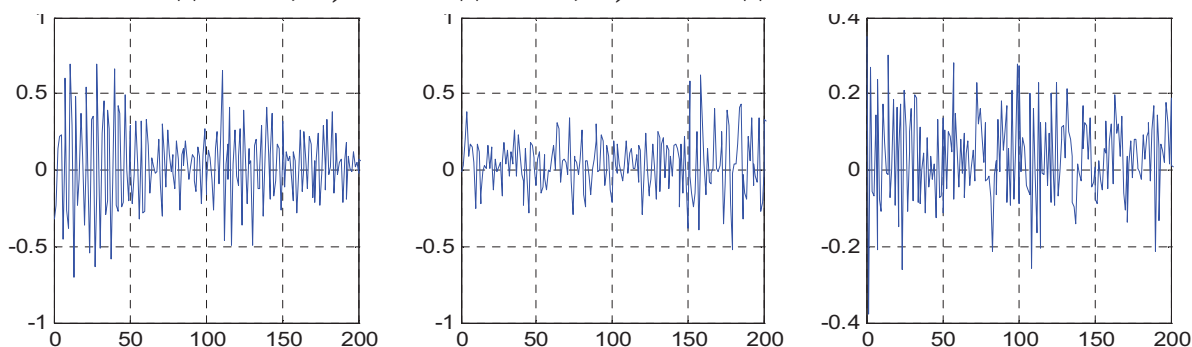


Рисунок 4 - Вибросигналы для подшипников с дефектами размером а) 0.007 дюйма, б) 0.014 дюйма, в) 0.021 дюйма

На рис. 5 показаны оптимальные деревья, построенные для указанных вибросигналов. При пакетном вейвлет-разложении была использована пороговая энтропия и вейвлет Добеши 5-го порядка. Очевидно, что оптимальные вейвлет-деревья для дефектов разного размера отличаются структурой и значениями энтропии в узлах, и позволяют идентифицировать вибросигналы с разными дефектами.

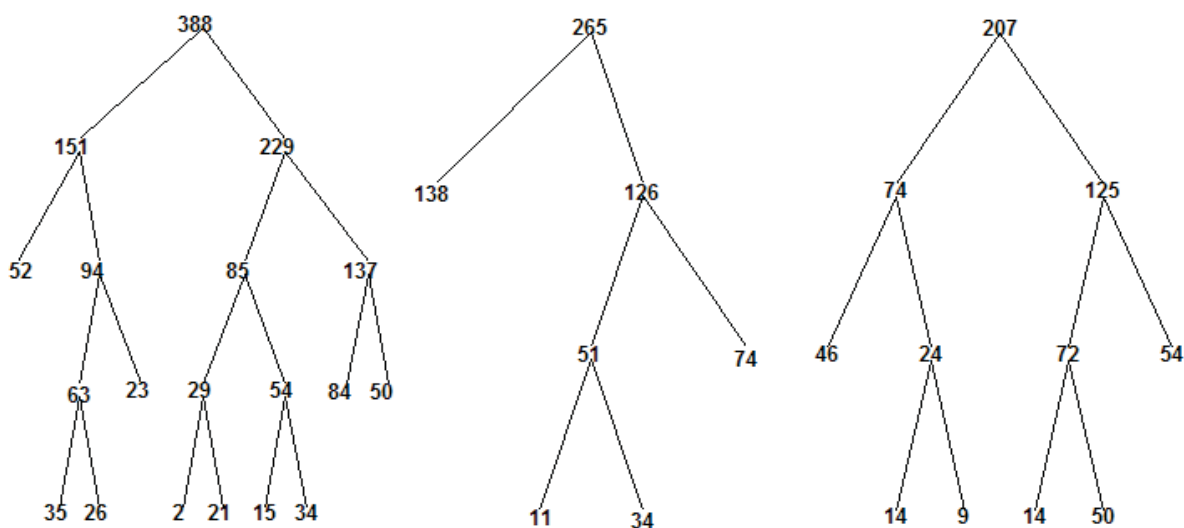


Рисунок 5 - Оптимальные деревья со значениями энтропии в узлах для вибросигналов с дефектами а) 0.007 дюйма, б) 0.014 дюйма, в) 0.021 дюйма

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что построение оптимального пакетного вейвлет-дерева дает возможность качественно и количественно оценить различие между сигналами, содержащими спектрально отличающиеся шумовые компоненты. В

практических приложениях это может быть, в частности, использовано при вибродиагностике различных механизмов для обнаружения дефектов. При проведении дальнейших исследований целесообразно усовершенствовать метод выбора параметров построения вейвлет-дерева и формализовать процедуру оценки близости деревьев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дремин И. М. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремин, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171, № 5. – С. 465–501.
2. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. / С. Малла. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
3. Дьяконов В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / Дьяконов В., Абраменкова И. – СПб.: Питер, 2002, 608 с.
4. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев. – М. : ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
5. Вибродиагностика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.vibration.ru/diagnostika.shtml>
6. Экспериментальные данные [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://csegroups.case.edu/bearingdatacenter/pages/download-data-file>