

О.Н. Кукушкин, А.В. Жаданос, А.В. Киричек, Ю.П. Лукашевич

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА
ПЛАСТИНЫ МЕТОДОМ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВА
В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ MBTU**

Аннотация. В программной системе MBTU с использованием метода дискретизации пространства разработана компьютерная модель распространения тепла в пластине. Для титановой пластины выполнено моделирование и получены графики распределения температур.

Ключевые слова. Компьютерное моделирование, программный пакет MBTU, плоская задача распространения тепла, уравнение теплопроводности, граничные условия, метод дискретизации пространства, типовые подсистемы.

Постановка задачи исследования

Производство стали и ферросплавов характеризуется весьма сложными теплообменными процессами в системе расплав (шихта) - футеровка металлургических агрегатов – окружающая среда. Большинство задач, связанных с моделированием таких процессов, можно свести к плоским задачам распространения тепла, обеспечив при этом заданную точность расчетов. Существуют как аналитические, так и конечно-разностные схемы решения этих задач, которые, например, приведены в [1]. Одной из задач систем управления металлургических процессов является контроль теплового состояния футеровки металлургических агрегатов, сталеразливочных и промежуточных ковшей. Для интеграции теплофизических моделей в состав АСУ ТП необходимо их представить в виде совокупности последовательного соединения типовых блоков, что позволит контролировать тепловое состояние в различных зонах. Одним из компьютерных пакетов, позволяющих решить подобную задачу является программная система MBTU, находящийся в свободном доступе. Продемонстрируем возможности моделирования в этом пакете на примере решения задачи распространения тепла в пластине.

Математическая модель процесса распространения тепла в пластине

Дифференциальное уравнение теплопроводности для двух пространственных координат имеет вид [1]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{q_v}{c \cdot \rho}, \quad (1)$$

где $\frac{\partial u}{\partial t}$ – частная производная температуры по времени; $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ – част-

ная производная второго порядка температуры по координате x ; $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ –

частная производная второго порядка температуры по координате y ; a – коэффициент температуропроводности; q_v – тепловой поток внутренних источников тепла [Вт/м²]; ρ – плотность [кг/м³]; c – теплоемкость [Дж/кг·град].

Коэффициент температуропроводности можно вычислить по формуле [1]

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad (2)$$

λ – коэффициент теплопроводности [Вт/м·град].

Подставляя выражение (2) в уравнение (1), учитывая отсутствие внутренних источников тепла получаем уравнение (3)

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

При решении задачи на границах пластины принимаем граничные условия первого рода. При этом необходимо учитывать, что часть поверхности нагревается внешним источником тепла, а остальная часть – контактирует с окружающей средой (рис. 1)

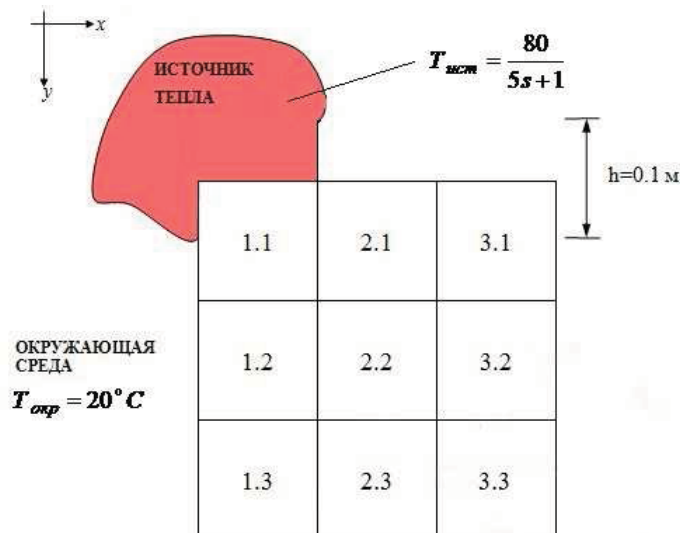


Рисунок 1 - Схема теплообмена в системе пластина-источник тепла – окружающая среда

Тогда граничные условия запишутся следующим образом:

- Для границы контакта с источником тепла

$$T_{пл} = T_{ист} = \frac{60}{5 \cdot t + 1};$$

- Для границы контакта с окружающей средой $T_{пл} = T_{окр}$.

Задачу моделирования нагрева пластины в пакете МВТУ решается методом дискретизации пространства [2]. Объекты управления с распределенными параметрами разделяются на 2 класса:

1) существенно распределенные – в которых для целей управления необходимо знать распределение хотя бы одной фазовой переменной в некоторой области в пространстве, если управляющее воздействие распределено в пространстве;

2) объекты приводимые к сосредоточенным – в которых для целей управления достаточно знать значение выходных переменных и управлений в конечном числе фиксированных точек пространства.

Используя метод дискретизации пространства, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений с одной переменной - временем [3].

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 n^2 (U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1}), \quad (4)$$

где u - функция времени (в нашем случае функция распределения температуры).

Компьютерная реализация модели

Реализация модели и моделирование нагрева пластины проводилось в программном пакете МВТУ, преимуществом которого является мощное математическое обеспечение, широкий спектр подсистем, являющихся готовыми типовыми решениями, достаточно простой интерфейс, а также открытый доступ этого пакета.

Пластина условно разбивалась на девять одинаковых по размерам частей (рис. 1). Для модели каждой части создавалась подсистема (рис 2).

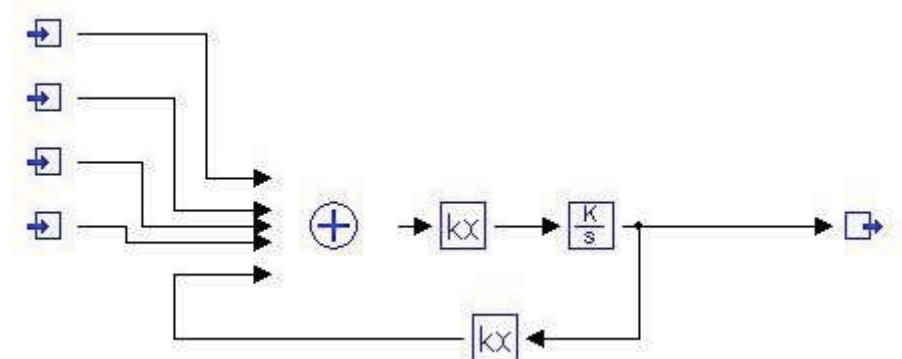


Рисунок 2 - Типовая подсистема в ПС МВТУ

Входным сигналом служила функция изменения температуры по времени. На внешние грани пластины подавалась величина, равная температуре окружающей среды. В результате получили модель (рис. 3)

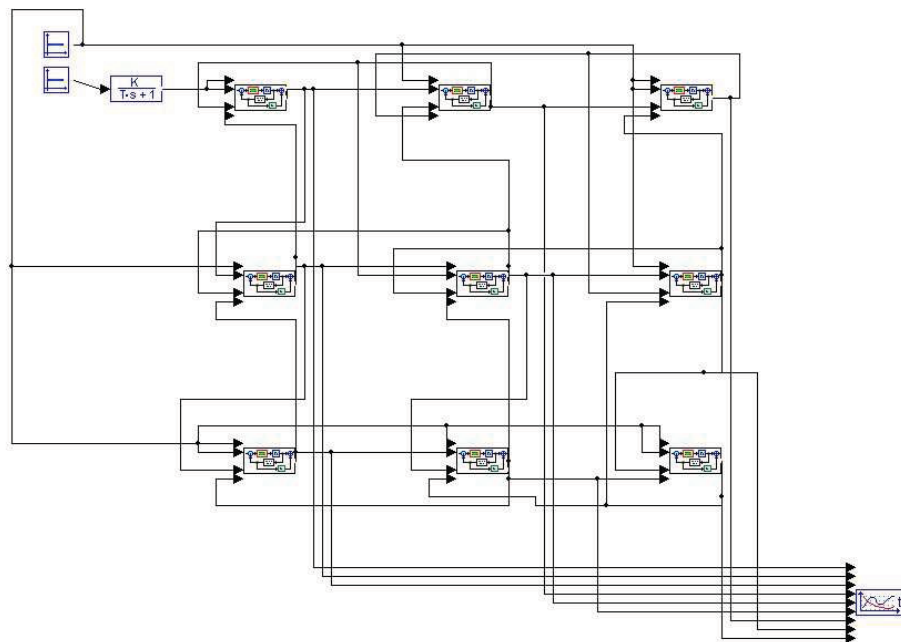


Рисунок 3 - Структурная схема модели нагрева пластины

Пример моделирования представлен для условий, когда нагрев осуществляется с верхнего левого угла пластины на рис. 4.

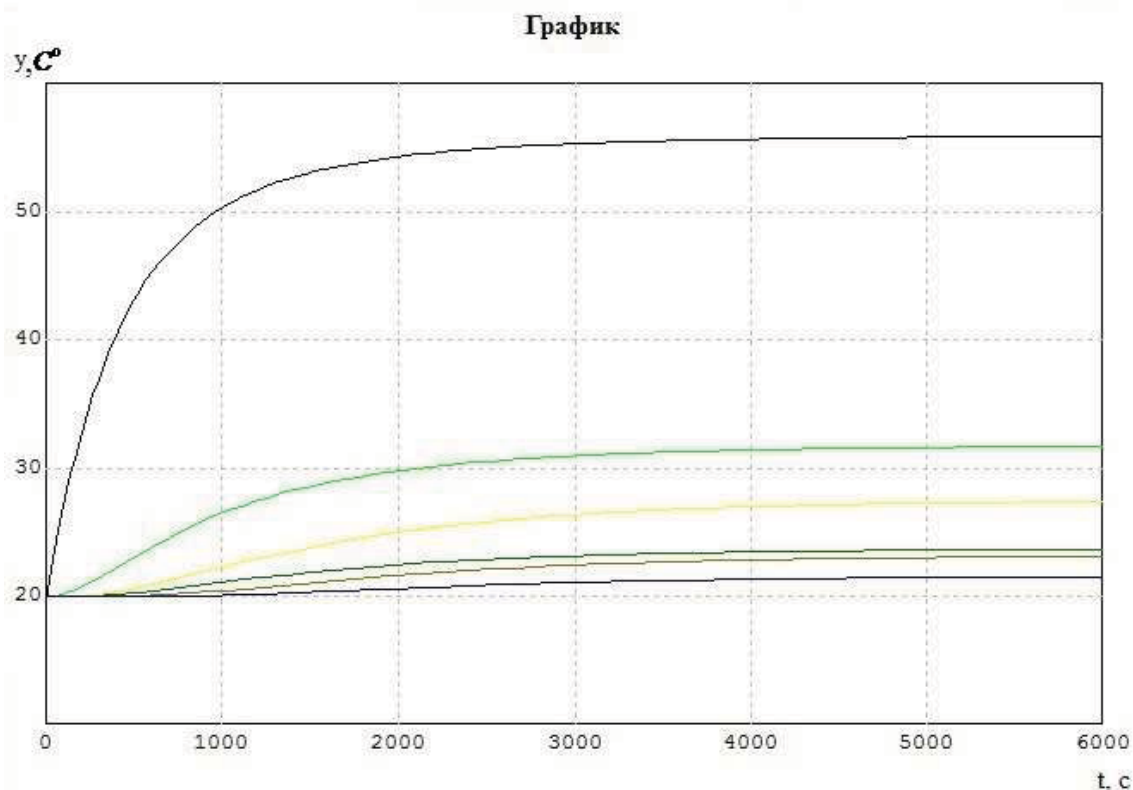


Рисунок 4 - Результаты моделирования процесса нагрева пластины

Таким образом, в работе наглядно показаны возможности программной системы МВТУ при моделировании процессов распространения тепла на примере задачи нагрева пластины. Данный пакет является хорошим инструментом для реализации теплофизических моделей в составе АСУ технологических процессов с целью контроля и управления тепловыми режимами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Димніч А.Х. Теплопровідність: [навчальний посібник] / А.Х. Димніч, О.А. Троянський – Донецьк, 2003. – 370 с.
2. Виттенберг И.М. Программирование аналоговых вычислительных машин / И.М. Виттенберг - М.: Машиностроение, 1972. - 240 с.
3. Трудоношин В.А. Системы автоматизированного проектирования: Кн. 4. Математические модели технических объектов: [учеб. пособие для вузов] / В.А. Трудоношин, Н.В. Пивоварова; под ред. И.П. Норенкова. – М.: Высш. шк., 1986. – 160 с.