УДК 681.876.2

А.И. Гуда, А.И. Михалев

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИ СИНТЕЗЕ КРИТЕРИЯ АДАПТИВНО-ПОИСКОВОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОРЕНСА

В статье показаны физические основы при создании работоспособного критерия идентификации нелинейной хаотической системы Лоренса. Проведены исследования свойств полученного критерия. Создана и проверена модель системы идентификации на основе полученного критерия.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ, ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА, КРИТЕРИЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ, НЕЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА ЛОРЕНСА.

Введение

Системы хаотической динамики являются одними из самых сложных объектов для методов идентификации. Даже системы адаптивно-поисковой идентификации [2], демонстрирующие работоспособность для широкого класса задач, в чистом виде оказываются непригодными для идентификации хаотических систем. В этих случаях, для построения эффективной системы идентификации требуется синтез специального критерия, отображающего интересующие свойства динамики системы.

При синтезе данного критерия на эмпирических принципах [9], возможно создание работоспособной системы идентификации, но, как правило, скорость и точность работы полученной системы будут посредственными. Лучшие результаты достигаются, как правило, при синтезе критерия идентификации, основанного на физических свойствах рассматриваемой системы [4, 10].

Динамическая система Лоренса [1] является одной из наиболее изученных хаотических систем. При этом, существует множество физических систем, для описания которых применима модель Лоренса. Это дает определённые основания предполагать, что синтез критерия идентификации, основанного на физических принципах, для данной системы будет успешным.

Постановка задачи

Динамика системы Лоренса описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma\left(y - x\right); \\ \dot{y} = x\left(r - z\right) - y; \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \tag{1}$$

где x, y, z – переменные состояния системы, σ , r, b – параметры.

Наиболее важным параметром, определяющим режим работы системы, является r. Как следствие, идентификация данного параметра представляет наибольший интерес.

Система проявляет хаотическую динамику в широком диапазоне параметров. Помимо этого, спектр данной системы в хаотическом режиме довольно широк (см. рис. 1), и не имеет доминирующих частот, что не характерно для многих систем динамического хаоса.

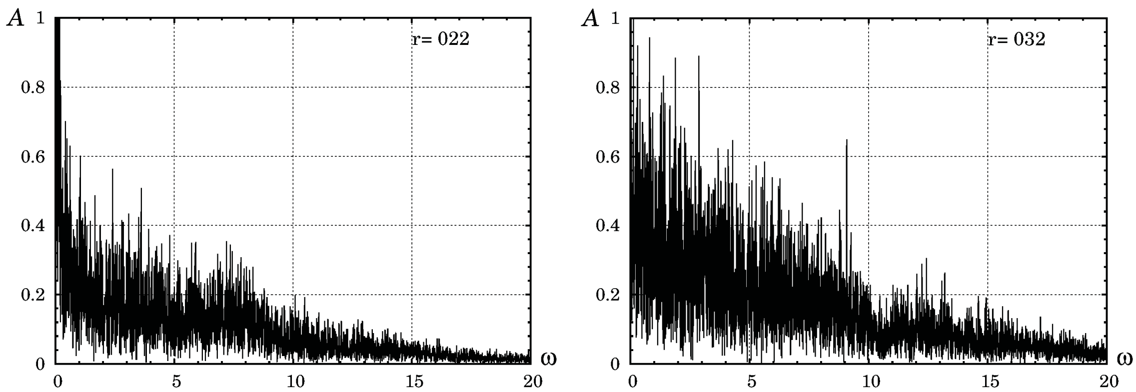

Рис 1. – Спектры системы (1) при $r = 23$, $r = 32$, $b = 2.667$ и $\sigma = 10$

Только при высоких значениях параметра r, когда система демонстрирует сложно-периодическое движение, в спектре проявляются характерные пики (рис. 2)

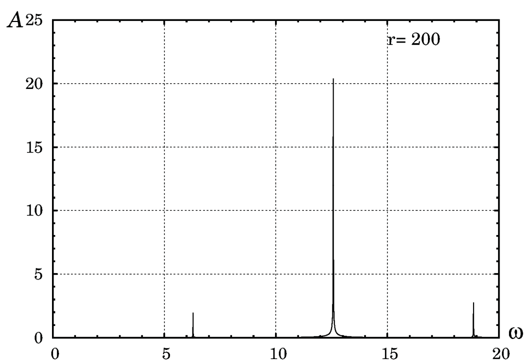

Рис 2. – Спектры системы (1) при $r = 200$, $b = 2.667$ и $\sigma = 10$

 ISSN 1562-9945

Синтез критерия идентификации

Для синтеза критерия идентификации параметра r системы (1), рассмотрим набор физических систем, для моделирования которых применяется система Лоренса.

Исторически первой такой системой, рассмотренной самим Лоренсом, является задача о тепловой конвекции жидкости в плоском слое. Исходная система уравнений гидродинамики имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}\nabla\right)\vec{v} = -\dfrac{\nabla p}{\rho} + \nu\Delta\vec{v} + \vec{g}; \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho\vec{v}\right) = 0; \\ \dfrac{\partial T}{\partial t} + \nabla\left(T\vec{v}\right) = \chi\Delta T; \\ \rho = \rho_0\left(1 - \gamma\left(T - T_0\right)\right). \end{cases} \tag{2}$$

где $\vec{v}$ – поле скоростей, T – поле температуры, T_0 и $T + \Delta T$ T_0 – температуры на верхней и нижней границе соответственно, ρ и p – поля плотности и давления, g – ускорение свободного падения, ν, χ и γ – коэффициенты кинематической вязкости, температуро–проводности и теплового расширения.

При приближении системы (2) к виду (1), переменные и параметры системы Лоренса определяются следующим образом: x задаёт скорость вращения валов течения, y, z – соответствуют распределению температуры по горизонтали и вертикали. σ – число Прандтля (отношение коэффициентов кинематической вязкости и температуропроводности). Параметр b определяет отношения размеров ячейки. r – (идентифицируемый параметр) – приведённое число Релея, определяющее энергетические параметры конвекционного течения.

Из трёх переменных состояния проще всего наблюдению поддаётся переменная x. С другой стороны, так как параметр r определяет энергетические соотношения в системе, то и критерий качества должен представлять собой квадратичную форму от x, причём усреднённую на интервале времени, существенно большем, чем характерное время оборота жидкостного вала.

Другой системой, для моделирования которой применяется система Лоренса – это модель одномодового лазера. В этой модели переменной x соответствует амплитуда поля в резонаторе, y – поляризации, z – инверсии заселённости квантовых уровней активной среды. Параметры σ, b определяются отношениями коэффициентов релаксации, а искомый параметр r определяется удельной мощностью накачки.

Как и в случае гидродинамической системы, наиболее просто наблюдаемым параметром является x – именно он определяет выходную интенсивность. И опять же, по аналогии – идентифицируемый параметр r определяет энергетику системы. При переходе от амплитуды к мощности совершенно аналогично следует использовать квадратичную зависимость.

Таким образом, информационный параметр Q для синтеза критерия идентификации имеет смысл определить следующим образом:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\tau}\left(x(t) - Q(t)\right) \tag{3}$$

Полученная в результате моделирования зависимость $Q(r)$ представлена на рис. 3.

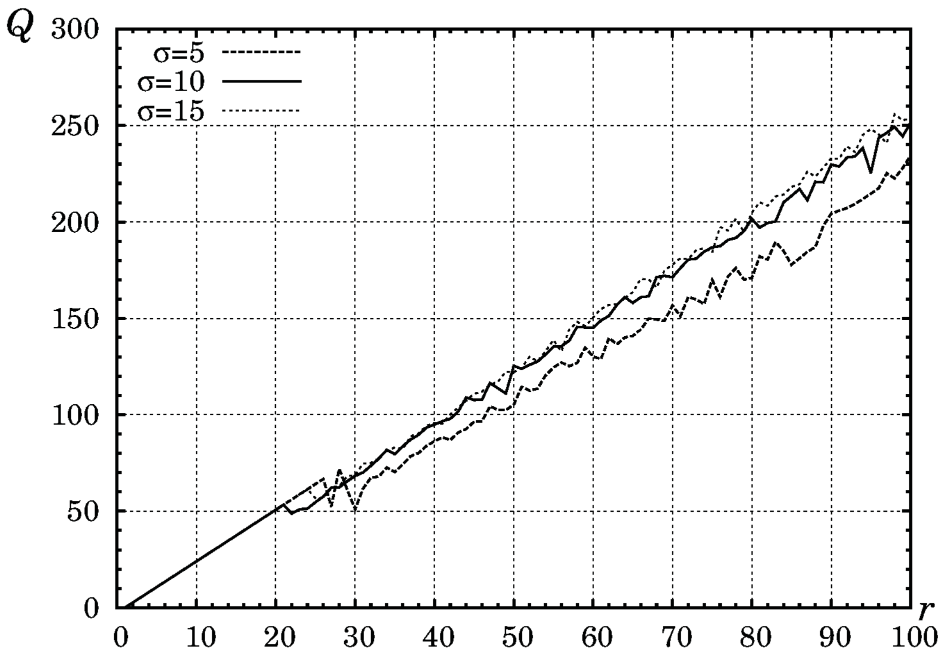

Рис. 3 – Зависимость $Q(r)$ для системы (1) при различных значениях σ

Из графика следует, что в исследуемом диапазоне значений параметра r эта зависимость имеет практически линейный характер. Не наблюдается никаких существенных отклонений при смене

 ISSN 1562-9945

режима динамики системы. Все это даёт основания полагать, что величина Q, определённая по (3) является хорошей основой при построении критерия идентификации.

Для масштабирования информационного параметра и приведения к критерию идентификации, используется стандартный приём адаптивно-поисковой идентификации:

$$F = \exp\left(-\gamma(Q_o - Q_m)^2\right). \tag{4}$$

где Q_o и Q_m – величины, определяемые (3) для модели и объекта соответственно, γ – чувствительность критерия.

Следует также отметить, что значения на графике рис. 3 были получены при $\tau \approx 3$, соответствующем приблизительно пяти-десяти характерным временам системы (1). Это дают основания полагать, что система идентификации будет обладать хорошим быстродействием.

Моделирование процесса идентификации

Для моделирования процесса идентификации системы вида (1) адаптивно-поисковым методом с двумя УГПК и предлагаемым критерием вида (3) была собрана соответствующая схема в программе qmo2 (рис. 4).

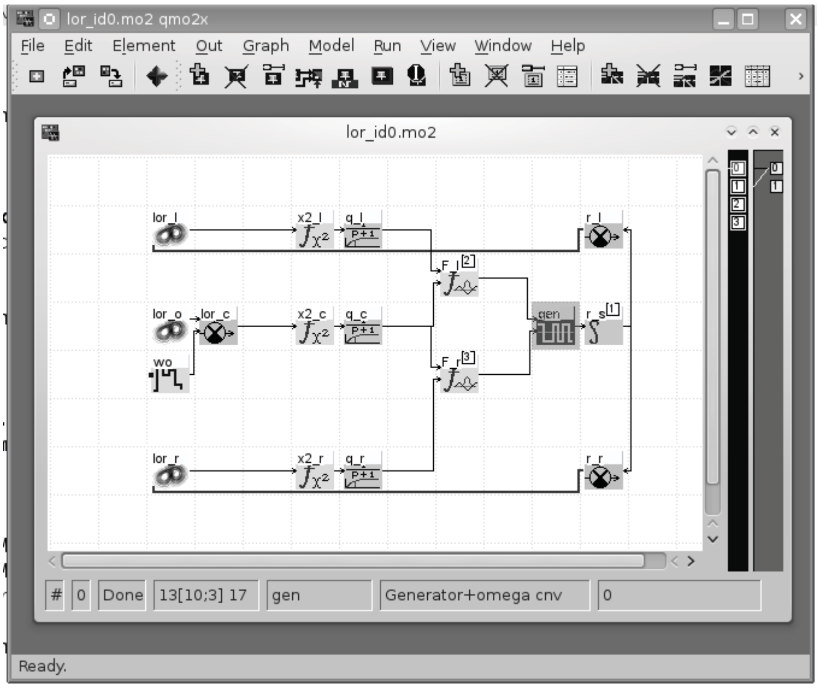

Рис. 4 – Моделируемая система идентификации в программе qmo2

Проводилось моделирование процесса идентификации с критерием, основанным на величине Q, определённой по (3).

Результаты моделирования процесса идентификации для различных начальных значений коэффициента r:

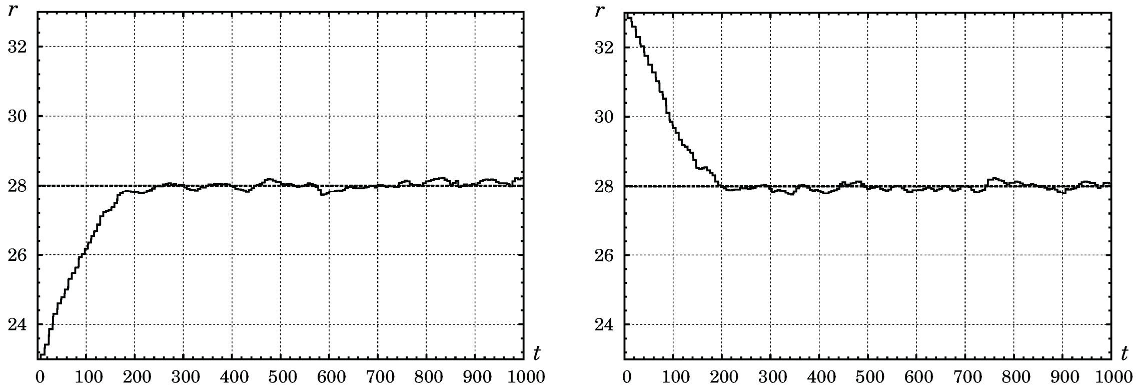

Рис. 5 – Результаты моделирования процесса идентификации параметра r при различных начальных значениях

Следует также отметить, что скорость поиска выше, чем для системы Чуа [10], и как минимум на порядок выше, чем для систем Ван-Дер-Поля [2, 8], Дуффинга [5] и Рёсслера [9]. Это подтверждает тезис о том, что правильный выбор физического обоснования критерия идентификации позволяет достичь лучших результатов, чем эмпирический подход.

Выводы

Результаты моделирования динамики нелинейной автоколебательной системы Лоренса позволяют сделать следующие выводы:

1. применение физических принципов при синтезе критерия идентификации для системы Лоренса показало хорошие результаты;

2. анализ различных физических объектов, описываемых моделью Лоренса, даёт одинаковые предпосылки для создания критерия;

3. скорость и точность работы полученной системы идентификации превосходят аналогичные параметры для системы Чуа, и практически не уступают соответствующим показателям систем идентификации нехаотических объектов.

 ISSN 1562-9945

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). / С.П. Кузнецов – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 296с.
2. Михалёв А.И. Выбор критерия при адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Ван-Дер-Поля / А.И. Михалёв, А.И. Гуда // Адаптивные системы автоматического управления. – 2010. – № 16(36). – С. 154–160.
3. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. / В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман, Г.И. Стрелкова, Л Шиманский-Гайер. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 544 стр.
4. Михалёв А.И. Синтез критерия идентификации нелинейных динамических систем на физических принципах / А.И. Михалёв, А.И. Гуда, Е.Ю. Новикова // Адаптивные системы автоматического управления. – 2007. – № 11(31). – С. 136–142.
5. Михалёв А.И. Адаптивно-поисковая идентификация хаотической динамической системы Дуффинга / А.И. Михалёв, А.И. Гуда // Адаптивные системы автоматического управления. – 2008. – № 12(32). – С. 166–171.
6. Магницкий Н.А. Новые методы хаотической динамики. / Н.А. Магницкий, С.В. Сидоров – М.: Едиториал УРСС, 2004 – 320 с.
7. Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров. / Ф. Мун – М.: Мир, 1990. – 312 с.
8. Гуда А.И. Исследование альтернативного критерия при адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Ван-Дер-Поля / А.И. Гуда, А.И. Михалёв // Адаптивные системы автоматического управления. – 2010. – № 17(37). – С. 149–154.
9. Гуда А.И. Адаптивно-поисковая идентификация хаотической динамической системы Рёсслера / А.И. Гуда, А.И. Михалёв // Адаптивные системы автоматического управления. – 2009. – № 14(34). – С. 124–129.
10. Гуда А.И. Синтез критерия при адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Чуа / А.И. Гуда, А.И. Михалев // Адаптивные системы автоматического управления. – 2011. – № 18(38). – С. 140 – 146.