УДК 622.647.82:51.001.57

Р.В. Кирия

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АККУМУЛИРУЮЩЕГО БУНКЕРА КОНВЕЙЕРНЫХ ЛИНИЙ УГОЛЬНЫХ ШАХТ

На основе теории марковских процессов с помощью метода Ховарда получена математическая модель функционирования аккумулирующего бункера, работающего в системе подземного конвейерного транспорта угольных шахт. Определено среднее количество груза в бункере в зависимости от параметров загружаемого и разгружаемого грузопотоков для различных состояний надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

АККУМУЛИРУЮЩИЙ БУНКЕР, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ, ЛЕНТОЧНЫЙ КОНВЕЙЕР УГОЛЬНОЙ ШАХТЫ.

В настоящее время широкое распространение в системах подземного конвейерного транспорта угольных шахт получили аккумулирующие бункеры.

Аккумулирующие бункеры предназначены для обеспечения независимой работы смежных технологических звеньев транспорта в периоды их кратковременных отказов в работе или остановок по той или иной причине, а также для уменьшения влияния простоев конвейерных линий на работу очистных и подготовительных забоев.

Применение аккумулирующих бункеров в системах подземного конвейерного транспорта позволяет значительно повысить пропускную способность и надежность их работы.

Для эффективной работы аккумулирующих бункеров в системе подземного конвейерного транспорта угольных шахт в бункере необходимо поддерживать некоторый объем груза. Причем величина этого объема зависит от места расположения бункера в системе конвейерного транспорта.

Однако эффективность функционирования аккумулирующих бункеров на угольных шахтах невысокая из-за недостаточной автоматизации процесса его управления.

Одним из путей повышения эффективности процесса управления аккумулирующими бункерами угольных шахт является применение

 ISSN 1562-9945

компьютерных технологий на основе контроллеров (промышленных компьютеров). Но для управления аккумулирующими бункерами на основе контроллеров необходимо моделировать процессы, происходящие в аккумулирующем бункере при его работе в системе подземного конвейерного транспорта угольных шахт.

При математическом моделировании функционирования аккумулирующих бункеров загружаемый в бункер грузопоток можно представить в виде прямоугольных импульсов с высотой, равной средней минутной производительности загружаемого грузопотока, и интервалов его отсутствия, распределенных по экспоненциальному закону (рис. 1).

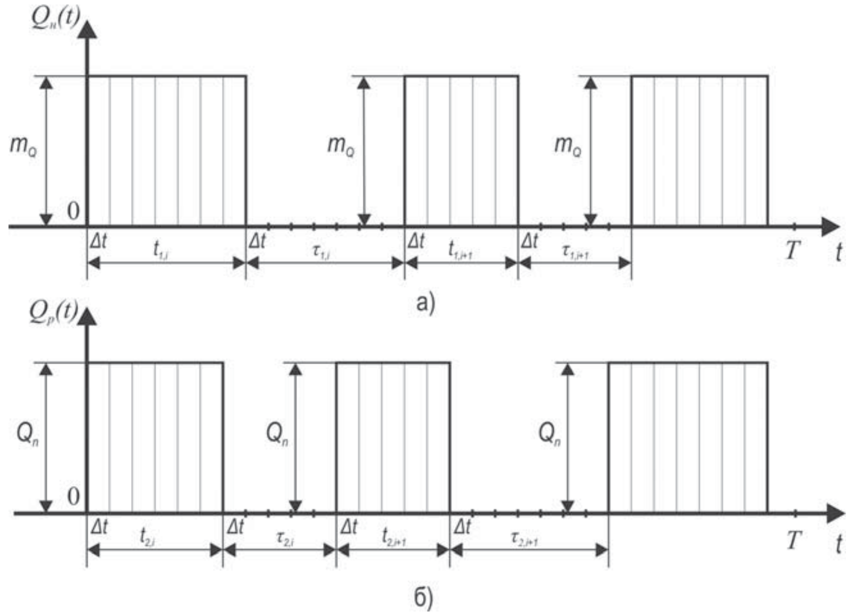

Рис. 1. Графики поступающего в аккумулирующий бункер грузопотока (а) и выходящего из аккумулирующего бункера грузопотока (б)

При этом, согласно [1,2], интервалы работы t и простоя τ конвейерного оборудования распределены по экспоненциальному закону с плотностью распределения

$$f(t) = \lambda\, exp(-\lambda t),$$
$$f(\tau) = \mu\, exp(-\mu \tau),$$

где $\lambda = 1/T_{cp}$ – параметр распределения времени поступления груза в бункер, 1/мин; Тср – среднее время поступления груза в бункер, равное среднему времени работы конвейерной линии, мин; $\mu = 1/T_{cn}$ – параметр распределения времени отсутствия груза, 1/мин; Тсп –

среднее время отсутствия поступления груза в бункер, равное среднему времени простоя конвейерной линии.

Предположим, что при поступлении груза в бункер средняя производительность надбункерной конвейерной линии постоянна и равная m_{Q1}, а в месте разгрузки бункера средняя производительность питателя постоянна и равна m_{Q2}. Тогда грузопоток, поступающий в бункер, согласно [3,4], описывается случайной функцией ζ_1 с математическим ожиданием, дисперсией и корреляционной функцией, равными

$$M[\zeta_1] = m_{Q1} \cdot \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}, \quad D[\zeta_1] = m_{Q1}^2 \cdot \frac{\lambda_1 \mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2},$$

$$R_{Q1}(\tau) = m_{Q1}^2 \frac{\lambda_1 \mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot e^{-(\mu_1 + \lambda_1)\tau}, \tag{1}$$

где λ_1, μ_1 –параметры экспоненциального закона распределения времени работы и времени простоя надбункерной конвейерной линии, соответственно, 1/мин.

По аналогии с предыдущим, разгружаемый из бункера грузопоток описывается случайной функцией ζ_2 с математическим ожиданием, дисперсией и корреляционной функцией, равными

$$M[\zeta_2] = m_{Q2} \cdot \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}, \quad D[\zeta_2] = m_{Q2}^2 \cdot \frac{\lambda_2 \mu_2}{(\lambda_2 + \mu_2)^2},$$

$$R_{Q2}(\tau) = m_{Q2}^2 \frac{\lambda_2 \mu_2}{(\lambda_2 + \mu_2)^2} \cdot e^{-(\mu_2 + \lambda_2)\tau}, \tag{2}$$

где λ_2, μ_2 –параметры экспоненциального закона распределения времени работы и времени простоя подбункерной конвейерной линии, соответственно, 1/мин.

При этом вероятности работы надбункерной и подбункерной конвейерных линий равны

$$P_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}, \quad P_2 = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}. \tag{3}$$

Обозначим через $V_б$ количество груза, находящегося в данный момент t в бункере.

Рассмотрим вначале случай, когда $m_{Q1} > m_{Q2}$. Величина $V_б$ является случайной функцией, которая определяется согласно корреляционной теории [5] по формуле

$$V_б = \int_0^t (\zeta_1 - \zeta_2) dt \tag{4}$$

 ISSN 1562-9945

или

$$V_б = \int_0^t \zeta_1 dt - \int_0^t \zeta_2 dt \quad . \qquad (5)$$

При больших m_{Q1}, на много больших m_{Q2} ($m_{Q1} >> m_{Q2}$), согласно закону больших чисел [1], случайная функция $V_б$ распределена по нормальному закону, ее математическое ожидание и дисперсия равны

$$M[V_б] = \int_0^t M[\zeta_1]dt - \int_0^t M[\zeta_2]dt \quad , \qquad (6)$$

$$D_V = D_{V1} + D_{V2} \quad , \qquad (7)$$

где

$$D_{V1} = 2\int_0^t (t-\tau) R_{Q1}(\tau) d\tau \; ; \quad D_{V2} = 2\int_0^t (t-\tau) R_{Q2}(\tau) d\tau \; .$$

Подставляем значения $M[\zeta_1]$, $M[\zeta_2]$, $R_{Q1}(\tau)$, $R_{Q2}(\tau)$, определенные по формулам (1) и (2), в (6) и (7), после интегрирования получим

$$M[V_б] = (P_1 \cdot m_{Q1} - P_2 \cdot m_{Q2}) \cdot t \quad , \qquad (8)$$

$$D_{V1} = \frac{2\mu_1\lambda_1}{(\lambda_1+\mu_1)} m_{Q1}^2 \left[\frac{e^{-(\lambda_1+\mu_1)t}}{(\lambda_1+\mu_1)} + \frac{t}{\lambda_1+\mu_1} - \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)^2} \right] , \qquad (9)$$

$$D_{V2} = \frac{2\mu_2\lambda_2}{(\lambda_2+\mu_2)} m_{Q2}^2 \left[\frac{e^{-(\lambda_2+\mu_2)t}}{(\lambda_2+\mu_2)} + \frac{t}{\lambda_2+\mu_2} - \frac{1}{(\lambda_2+\mu_2)^2} \right] . \qquad (10)$$

Среднее квадратическое отклонение функции $V_б$ определяется по формуле

$$\sigma_V = \sqrt{D_{V1} + D_{V2}} \; . \qquad (11)$$

Полученные соотношения (8)–(11), описывающие процесс функционирования аккумулирующих бункеров, справедливы при $m_{Q1} > m_{Q2}$. Однако при $m_{Q1} \leq m_{Q2}$ эти соотношения не справедливы.

При $m_{Q1} \leq m_{Q2}$ процесс накопления угля в бункере можно описать уравнением Колмогорова, справедливым для двухфазных марковских процессов [2].

Решение этих уравнений связано с большими математическими трудностями, поэтому для исследования процессов, происходящих в аккумулирующих бункерах, применим метод Ховарда, справедливый для марковских процессов с доходами [6].

Рассмотрим процесс накопления груза в бункере как марковский процесс с непрерывным временем и четырьмя состояниями.

В первом состоянии этого процесса надбункерная и подбункерная конвейерные линии работают. В этом случае в аккумулирующий бункер в единицу времени поступает количество груза m_Q и убывает из него количество груза Q_n. Следовательно в этом состоянии количество груза в бункере в единицу времени увеличивается на величину $q_1 = (m_Q - Q_n)/\gamma$ (м^3).

Во втором состоянии надбункерная конвейерная линия простаивает, подбункерная конвейерная линия работает. В этом случае количество груза в бункере в единицу времени увеличивается на величину $q_2 = -Q_n/\gamma$ (м^3).

В третьем состоянии надбункерная конвейерная линия работает, а подбункерная конвейерная линия простаивает. В этом случае в аккумулирующем бункере в единицу времени количество груза увеличивается на величину $q_3 = m_Q/\gamma$ (м^3).

В четвертом состоянии одновременно простаивают надбункерная и подбункерная конвейерные линии. В этом случае в аккумулирующем бункере количество груза в единицу времени не изменяется, т.е. $q_4 = 0$.

Полагая, что параметры потоков отказов и восстановлений надбункерной и подбункерной конвейерных линий равны соответственно λ_1, μ_1 и λ_2, μ_2, систему уравнений доходов Ховарда [6] запишем в виде

$$\begin{cases} \dfrac{dV_1}{dt} = q_1 - (\lambda_1 + \lambda_2)V_1 + \lambda_1 V_2 + \lambda_2 V_3, \\ \dfrac{dV_2}{dt} = q_2 + \mu_1 V_1 - (\lambda_2 + \mu_1)V_2 + \lambda_2 V_4, \\ \dfrac{dV_3}{dt} = q_3 + \mu_2 V_1 - (\lambda_1 + \mu_2)V_3 + \lambda_1 V_4, \\ \dfrac{dV_4}{dt} = q_4 + \mu_2 V_2 + \mu_2 V_3 - (\mu_1 + \mu_2)V_4, \end{cases} \tag{12}$$

где V_1, V_2, V_3, V_4 – объемы груза в бункере в начальный момент времени t, соответствующие первому, второму, третьему и четвертому состояниям процесса накопления груза в бункере, м^3.

При этом начальные условия имеют вид: при $t = 0$ $V_1 = V_2 = V_3 = = V_4 = 0$.

Решение системы уравнений (12) в общем случае связано с большими математическими трудностями.

 ISSN 1562-9945

Поэтому упростим задачу, воспользуясь тем, что простой одновременно надбункерного и подбункерного конвейеров является маловероятным событием.

В этом случае система уравнений Ховарда (12) примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dV_1}{dt} = q_1 - (\lambda_1 + \lambda_2)V_1 + \lambda_1 V_2 + \lambda_2 V_3, \\ \dfrac{dV_2}{dt} = q_2 + \mu_1 V_1 - \mu_1 V_2, \\ \dfrac{dV_3}{dt} = q_3 + \mu_2 V_1 - \mu_2 V_3. \end{cases} \qquad (13)$$

При этом выполняются начальные условия: при $t = 0$ $V_1 = V_2 = = V_3 = 0$.

Запишем систему уравнений (13) в матричной форме:

$$\frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{Q} + \overline{A} \cdot \overline{V}, \qquad (14)$$

где

$$\overline{V} = \begin{Vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Vmatrix}; \quad \overline{Q} = \begin{Vmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Vmatrix}; \qquad (15)$$

$$\overline{A} = \begin{Vmatrix} -(\lambda_1 + \lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1 & -\mu_1 & 0 \\ \mu_2 & 0 & -\mu_2 \end{Vmatrix}. \qquad (16)$$

Для решения (13) применим преобразование Лапласа [7]. С учетом начальных условий получим решение уравнения (14) в изображениях в матричном виде:

$$\overline{V}(s) = \frac{1}{s}\left(s\overline{I} - \overline{A}\right)^{-1}\overline{Q}, \qquad (17)$$

где $\overline{I}$ – единичная матрица; s – параметр преобразований Лапласа.

Подставляя значения $\overline{Q}$ и $\overline{A}$ из (15) и (16) в (17), после преобразования получим

$$\begin{cases} \overline{V}_1(s) = \dfrac{(s+\mu_1)(s+\mu_2)}{\Delta} q_1 + \dfrac{\lambda_1(s+\mu_2)}{\Delta} q_2 + \dfrac{\lambda_2(s+\mu_1)}{\Delta} q_3, \\ \overline{V}_2(s) = \dfrac{\mu_1(s+\mu_2)}{\Delta} q_1 + \dfrac{(s+\lambda_1+\lambda_2)(s+\mu_2) - \lambda_2\mu_2}{\Delta} q_2 + \dfrac{\lambda_2\mu_1}{\Delta} q_3, \\ \overline{V}_3(s) = \dfrac{\mu_2(s+\mu_1)}{\Delta} q_1 + \dfrac{\lambda_1\mu_2}{\Delta} q_2 + \dfrac{(s+\lambda_1+\lambda_2)(s+\mu_1) - \lambda_1\mu_1}{\Delta} q_3, \end{cases} \qquad (18)$$

где $\bar{V}_1(s), \bar{V}_2(s), \bar{V}_3(s)$ – изображения функций $V_1(t), V_2(t), V_3(t)$;

$\Delta = s^2(s+\lambda_1+\mu_1)(s+\lambda_2+\mu_2)$.

Произведя обратные преобразования Лапласа к левым и правым частям выражения (18), получим решение системы уравнений (13) в виде:

$$\begin{aligned}
V_1(t) &= (\mu_1\mu_2 q_1 + \lambda_1\mu_2 q_2 + \lambda_2\mu_1 q_3)a_0 t + \\
&+ \left\{\left[\mu_1\mu_2 b_0 + (\mu_1+\mu_2)a_1\right]q_1 + (\lambda_1\mu_2 b_0 + \lambda_1 a_1)q_2 + (\lambda_2\mu_1 b_0 + \lambda_2 a_1)q_3\right\} + \\
&+ \left\{\left[\mu_1\mu_2 c_0 + (\mu_1+\mu_2)b_1 - \frac{1}{\lambda_1+\mu_1-\lambda_2-\mu_2}\right]q_1 + (\lambda_1\mu_2 c_0 + \lambda_1 b_1)q_2 + \right. \\
&\left. + (\lambda_2\mu_1 c_0 + \lambda_2 b_1)q_3\right\} e^{-(\lambda_1+\mu_1)t} + \\
&+ \left\{\left[\mu_1\mu_2 d_0 + (\mu_1+\mu_2)c_1 + \frac{1}{\lambda_1+\mu_1-\lambda_2-\mu_2}\right]q_1 + (\lambda_1\mu_2 d_0 + \lambda_1 c_1)q_2 + \right. \\
&\left. + (\lambda_2\mu_1 d_0 + \lambda_2 c_1)q_3\right\} e^{-(\lambda_2+\mu_2)t}; \qquad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_2(t) &= (\mu_1\mu_2 q_1 + \lambda_1\mu_2 q_2 + \lambda_2\mu_1 q_3)a_0 t + \\
&+ \left\{\left(\mu_1\mu_2 b_0 + \mu_1 a_1\right)q_1 + \left[\lambda_1\mu_2 b_0 + (\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)a_1\right]q_2 + \lambda_2\mu_1 b_0 q_3\right\} + \\
&+ \left\{\left(\mu_1\mu_2 c_0 + \mu_1 b_1\right)q_1 + \left[\lambda_1\mu_2 c_0 + (\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)b_1 - \frac{1}{\lambda_1+\mu_1-\lambda_2-\mu_2}\right]q_2 + \right. \\
&\left. + \lambda_2\mu_1 c_0 q_3\right\} e^{-(\lambda_1+\mu_1)t} + \\
&+ \left\{\left(\mu_1\mu_2 d_0 + \mu_1 c_1\right)q_1 + \left[\lambda_1\mu_2 d_0 + (\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)c_1 + \frac{1}{\lambda_1+\mu_1-\lambda_2-\mu_2}\right]q_2 + \right. \\
&\left. + \lambda_2\mu_1 d_0 q_3\right\} e^{-(\lambda_2+\mu_2)t}; \qquad (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_3(t) &= (\mu_1\mu_2 q_1 + \lambda_1\mu_2 q_2 + \lambda_2\mu_1 q_3)a_0 t + \\
&+ \left\{\left(\mu_1\mu_2 b_0 + \mu_2 a_1\right)q_1 + \lambda_1\mu_2 b_0 q_3 + \left[\lambda_2\mu_1 b_0 + (\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)a_1\right]q_3\right\} + \\
&+ \left\{\left(\mu_1\mu_2 c_0 + \mu_2 b_1\right)q_1 + \lambda_1\mu_2 c_0 q_2 + \right. \\
&\left. + \left[\lambda_2\mu_1 c_0 + (\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)b_1 - \frac{1}{\lambda_1+\mu_1-\lambda_2-\mu_2}\right]q_3\right\} e^{-(\lambda_1+\mu_1)t} + \\
&+ \left\{\left(\mu_1\mu_2 d_0 + \mu_2 c_1\right)q_1 + \lambda_1\mu_2 d_0 q_2 + \right. \\
&\left. + \left[\lambda_2\mu_1 d_0 + (\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)c_1 + \frac{1}{\lambda_1+\mu_1-\lambda_2-\mu_2}\right]q_3\right\} e^{-(\lambda_2+\mu_2)t}, \qquad (21)
\end{aligned}$$

 ISSN 1562-9945

где $a_0 = a_1 = \dfrac{1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)}$, $b_0 = -\dfrac{(\lambda_1 + \mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}{(\lambda_1 + \mu_1)^2(\lambda_2 + \mu_2)^2}$,

$$c_0 = -\frac{1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)},\ d_0 = \frac{1}{(\lambda_2 + \mu_2)^2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)},$$

$$b_1 = \frac{1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)},\ c_1 = -\frac{1}{(\lambda_2 + \mu_2)(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)},$$

$$q_1 = \frac{m_Q - Q_n}{\gamma};\ q_2 = -\frac{Q_n}{\gamma};\ q_3 = \frac{m_Q}{\gamma}. \tag{22}$$

При достаточно больших t ($t \to \infty$) членами при экспонентах в формулах (19)–(21) можно пренебречь. После подстановки параметров из (22) для больших t ($t \to \infty$) формулы (19)–(21) после преобразования примут вид

$$\begin{cases} V_1(t) = \left(\dfrac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}\cdot\dfrac{m_Q}{\gamma} - \dfrac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}\cdot\dfrac{Q_n}{\gamma}\right)t + \dfrac{\lambda_1}{\left(\lambda_1 + \mu_1\right)^2}\cdot\dfrac{m_Q}{\gamma} - \dfrac{\lambda_2}{\left(\lambda_2 + \mu_2\right)^2}\cdot\dfrac{Q_n}{\gamma}, \\ V_2(t) = \left(\dfrac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}\cdot\dfrac{m_Q}{\gamma} - \dfrac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}\cdot\dfrac{Q_n}{\gamma}\right)t - \dfrac{\mu_1}{\left(\lambda_1 + \mu_1\right)^2}\cdot\dfrac{m_Q}{\gamma} - \dfrac{\lambda_2}{\left(\lambda_2 + \mu_2\right)^2}\cdot\dfrac{Q_n}{\gamma}, \\ V_3(t) = \left(\dfrac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}\cdot\dfrac{m_Q}{\gamma} - \dfrac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}\cdot\dfrac{Q_n}{\gamma}\right)t + \dfrac{\lambda_1}{\left(\lambda_1 + \mu_1\right)^2}\cdot\dfrac{m_Q}{\gamma} + \dfrac{\mu_2}{\left(\lambda_2 + \mu_2\right)^2}\cdot\dfrac{Q_n}{\gamma}. \end{cases} \tag{23}$$

Из последних равенств (23) следует, что при больших t ($t \to \infty$) и скорости питателя Q_n, близкой к значению Q_n^*, равному

$$Q_n^* = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{\lambda_2 + \mu_2}{\lambda_1 + \mu_1}\right)m_Q, \tag{24}$$

т.е. при $Q_n \to Q_n^*$ объем груза в бункере, независимо от первоначального состояния, принимает постоянное (стационарное) значение.

Из последнего равенства видно, что при $t \to \infty$, значениях Q_n, приближающихся к Q_n^*, средний объем груза в аккумулирующем бункере V_c приближается к нулю, т.е. при $Q_n \to Q_n^*$ ($t \to \infty$) $V_c \to 0$.

Среднее количество груза в бункере, независимо от начального состояния надбункерного и подбункерного конвейеров, согласно формуле полной вероятности [1] определяется по формуле:

$$V_c = P_1 V_1(t) + P_2 V_2(t) + P_3 V_3(t), \tag{25}$$

где P_1 – вероятность того, что надбункерный и подбункерный конвейеры работают одновременно; P_2 – вероятность того, что надбункерный конвейере простаивает, а подбункерный конвейер работает; P_3 – вероятность того, что надбункерный конвейере работает, а подбункерный конвейер простаивает.

Величины P_1, P_2, P_3 определяются как вероятности состояний системы, состоящей из последовательно независимых надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

Согласно [8] имеем

$$P_1 = \frac{\mu_1\mu_2}{(\lambda_1+\mu_1)(\lambda_2+\mu_2)};\quad P_2 = \frac{\lambda_1\mu_2}{(\lambda_1+\mu_1)(\lambda_2+\mu_2)};\quad P_3 = \frac{\lambda_2\mu_1}{(\lambda_1+\mu_1)(\lambda_2+\mu_2)}. \quad (26)$$

Подставляя последние равенства (26) в выражение (25), после преобразования получим

$$V_c = \left(\frac{\mu_1}{\lambda_1+\mu_1}\cdot\frac{m_Q}{\gamma} - \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2}\cdot\frac{Q_n}{\gamma}\right)t + \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1+\mu_1)(\lambda_2+\mu_2)}\left(\frac{\mu_1}{\lambda_1+\mu_1}\cdot\frac{m_Q}{\gamma} - \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2}\cdot\frac{Q_n}{\gamma}\right). \quad (27)$$

В равенстве (27), в силу малости произведения $\lambda_1\lambda_2$ ($\lambda_1\lambda_2 << 1$), пренебрегаем вторым слагаемым. В результате средний объем груза в бункере определяется по формуле

$$V_c = \frac{1}{\gamma}\left(\overline{m}_Q - \overline{Q}_n\right)t. \quad (28)$$

Следовательно, средний объем груза в аккумулирующем бункере прямо пропорционален разности средних производительностей поступающего и разгружаемого грузопотоков и времени работы бункера.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.
2. Черкесов Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью / Г. Н. Черкесов. – М.: Советское радио, 1974. – 296 с.
3. Шахмейстер Л. Г. Вероятностные методы расчета транспортных машин / Л. Г. Шахмейстер, В. Г. Дмитриев. – М.: Машиностроение, 1983. – 256 с.
4. Кирия Р. В. Минимальный объем аккумулирующего бункера / Р. В. Кирия, Д. Д. Брагинец // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2007. – Вып. 69. – С. 43–50.
5. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций / А. А. Свешников. – М.: Наука, 1968. – 464 с.

6. Ховард Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М.: Советское радио, 1964. – 192 с.
7. Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – М.: Наука, 1987. – 688 с.
8. Гнеденко Б. В. Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.