

УДК 681.876.2

А.И. Михалёв, Ю.В. Бабенко

ОЦЕНКА РАБОТЫ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА С МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ОПЕРАТОРАМИ МУТАЦИИ И ГЕНЕРАЦИИ НАЧАЛЬНОЙ ПОПУЛЯЦИИ

В работе проведено исследование работы генетического алгоритма при использовании различных хаотических генераторов, а также фрактального гауссовского шума.

*ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ, МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ,
ФРАКТАЛЬНЫЙ ГАУССОВСКИЙ ШУМ, ФРАКТАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ,
ПОКАЗАТЕЛЬ ХЕРСТА.*

Введение

Во многих областях современной науки часто возникает необходимость отыскания глобального экстремума функций одной или нескольких переменных. Сложная природа таких функций, как правило, является причиной их многоэкстремальности. Однако, развитие аналитических методов, которые позволили бы отыскать глобальные экстремумы многоэкстремальных функций, значительно отстают от прикладных исследований и разработок. Поэтому значительное внимание уделяется использованию эвристических (эволюционных) алгоритмов, в основе которых лежат модели различных естественных процессов: процесса естественного отбора, самоорганизации колоний организмов, процесса имитации отжига кристаллов и т.д.

Постановка проблемы

Формализуем постановку задачи. Для этого рассмотрим некоторую область $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, $d \in \mathbb{N}$, и зададим функцию $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$. Задача оптимизации функции f может быть сформулирована следующим образом: требуется (с достаточной точностью) вычислить $m(f) = \inf_{x \in \Omega} f(x)$ и $M(f) = \sup_{x \in \Omega} f(x)$, а также найти точки $\bar{x} \in \Omega$ (если они существуют), для которых либо $f(\bar{x}) = m(f)$, либо $f(\bar{x}) = M(f)$.

Ясно, что задаче оптимизации функции f можно придать чисто практическое содержание. Например, среди всех допустимых параметров x , $x \in \Omega$, некоторого процесса найти оптимальные параметры $\bar{x}$, т.е. параметры, которые оптимизируют критерии процесса, выраженные функцией f .

На практике при решении задач многомерной глобальной оптимизации оказались эффективными эволюционные алгоритмы поиска глобального экстремума. Поэтому, исследование самих алгоритмов и их модификаций может существенно расширить область их применимости, а также качественно улучшить сами алгоритмы.

В данной работе рассматривается один из эволюционных алгоритмов – генетический алгоритм и обсуждается вопрос о влиянии фрактальности на результаты его работы.

Анализ публикаций по теме исследования

Генетический алгоритм впервые опубликован Холландом [1] в начале 60-х годов. С этого времени генетический алгоритм приобретает популярность, а его практические и теоретические аспекты становятся объектом исследования многих ученых. Обстоятельный обзор современного состояния исследований генетического алгоритма можно найти в [3-5]. В работе [2] авторами рассмотрен вопрос о влиянии хаотичности на результаты работы генетического алгоритма.

Формулировка целей статьи

Генетический алгоритм (ГА) является недетерминированным. Это связано с тем, что при каждом выполнении ГА получает от некоторого генератора, обычно, генератора «псевдослучайных» чисел, новую последовательность чисел, приводящих весь алгоритм в «движение».

С другой стороны, известно, что любая конечная последовательность «псевдослучайных» (равномерно распределенных на конечном отрезке) чисел представляет собой выборку из некоторого фрактального сигнала, показатель Херста [6, 7] которого равен 0,5.

Цель данной работы – исследовать степени влияния фрактальности на результаты работы ГА. Отметим, что идея

применения фрактальных «псевдослучайных» последовательностей в операторах мутации и при генерации начальной популяции исходит из предположения о самоподобном поведении природных систем.

Формализм генетического алгоритма

В данное время ГА называют целый класс алгоритмов оптимизации, имеющих сходную терминологию и структуру. Пусть Ω – это область поиска, а $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ – целевая функция, экстремум которой необходимо найти. ГА решает эту задачу за счет выполнения следующих этапов:

1. *Создание начальной популяции.* На этом шаге из множества Ω некоторым образом выбирается начальная популяция, т.е. массив точек (особей) из множества Ω заданной мощности.

2. *Скрещивание.* На этом шаге все особи популяции или некоторое их подмножество скрещиваются, создавая одну или несколько новых особей – потомков.

3. *Мутация.* Некоторые особи популяции мутируют, т.е. изменяются в соответствии с некоторым оператором.

4. *Селекция.* Из старых особей популяции, их потомков и мутировавших особей отбираются те, которые

5. Операции 2–4 повторяются до достижения критерия останова. Как правило, критериями останова могут быть: ограничение на число шагов алгоритма, неизменность результатов алгоритма, и др.

Обычно, последовательности «псевдослучайных» равномерно-распределенных на отрезке $(0,1)$ чисел используются ГА на этапах создания начальной популяции и на этапе мутации [3]. Для удобства, обозначим эти последовательности Z_{ini} и Z_{mut} соответственно.

В данной работе исследуется вопрос о влиянии последовательностей Z_{ini} и Z_{mut} на результаты работы ГА. Поэтому в дальнейшем будем допускать, что последовательности Z_{ini} и Z_{mut} могут быть не только «псевдослучайными», но и фрактальными последовательностями, сгенерированными, например, при помощи генераторов Лоренца, Чуа, Ресслера [8,9], а также фрактального гауссовского шума [7].

Методика исследования и результаты

Исследование степени влияния фрактальности на результаты работы ГА, проводилось в среде программирования Matlab. Рассматривалось четыре класса последовательностей:

1) последовательности Z_{ini} и Z_{mut} создавались с помощью генератора «псевдослучайных» чисел Мерсена;

2) последовательность Z_{ini} создавалась с помощью генератора «псевдослучайных» чисел Мерсена, а последовательность Z_{mut} – с помощью одного из генераторов фрактальных последовательностей;

3) последовательность Z_{ini} создавалась с помощью одного из генераторов фрактальных последовательностей, а последовательность Z_{mut} – с помощью генератора «псевдослучайных» чисел Мерсена;

4) последовательности Z_{ini} и Z_{mut} создавались с помощью одного из генераторов фрактальных последовательностей.

В работе также использовались хаотические генераторы Лоренца, Чуа и Ресслера, а также генератор фрактального гауссовского шума (ФГШ) с разными показателями Херста ($H = 0,25$, $H = 0,5$ и $H = 0,75$). В таблице 1 приведены значения показателя Херста (полученные с помощью RS-метода [7]) для указанных фрактальных последовательностей.

Таблица 1
Оценка показателя Херста методом RS

	генератор Мерсена «псевдослучайных» чисел	генератор Лоренца	генератор Чуа	генератор Ресслера
показатель Херста	0.5063 ± 0.0022	0.3748 ± 0.0253	0.1890 ± 0.0050	0.0688 ± 0.0010

Была проведена серия экспериментов, в которых с использованием ГА решалась задача минимизации тестовых функций из набора De’Jonga [10] – функциях Швевеля, Гривонка, Растригина, Розенброкка, Изома, а также обычной сферической функции. Отметим, что ГА запускался при одинаковых параметрах (число особей 100, число поколений 100, вероятность мутации 3%) по 20 раз. Учитывался только наилучший из полученных результатов. Данные экспериментов приведены в таблицах 2 и 3 и содержат

информацию о наименьшем расстоянии до точки глобального минимума, найденном ГА.

Таблица 2
Результаты экспериментов

Функция	1 режим	2 режим			3 режим			4 режим		
		Лоренц	Чуа	Ресслер	Лоренц	Чуа	Ресслер	Лоренц	Чуа	Ресслер
Швефеля	0,001	0,032	0,032	0,023	0,009	0,000	0,016	0,0	0,0	0,004
Гривонка	7,074	8,969	6,275	5,447	5,440	7,048	5,428	0,0	0,0	7,023
Растригина	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Розенброкка	0,022	0,121	0,015	0,077	0,000	0,066	0,027	0,005	0,019	0,035
Изома	1,826	1,819	1,773	1,820	1,792	1,804	1,795	1,827	1,817	1,804
Сферическая	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Таблица 3
Результаты экспериментов для ФГШ

Функция	4 режим		
	ФГШ с Н=0,25	ФГШ с Н=0,5	ФГШ с Н=0,75
Швефеля	0,03908	0,01623	0,01611
Гривонка	5,43732	5,43419	5,37358
Растригина	0,0	0,0	0,0
Розенброкка	1,33544	0,22327	1,98678
Изома	1,82881	1,79736	1,82937
Сферическая	0,0	0,0	0,0

Выводы

В ходе проведенных экспериментов выявлена зависимость между результатами работы ГА в задачах оптимизации функций многих переменных и фрактальными свойствами последовательностей, которые используются при создании начальной популяции и оператором мутации ГА. Как показали проведенные исследования результаты работы ГА могут быть улучшены, если вместо стандартных «псевдослучайных» последовательностей использовать фрактальные последовательности, полученные при помощи хаотических генераторов Лоренца, Чуа или Ресслера, а также фрактального гауссовского шума.

ЛИТЕРАТУРА

1. Holland, J. H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, Ann Arbor
2. Михалёв А.И., Бабенко Ю.В. Исследование и сравнительный анализ классического и хаотического генетических алгоритмов в задачах глобальной оптимизации // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 3(74). – Днепропетровск, 2011. – С.106-112.
3. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы / Под ред. В.М. Курейчика. – 2-е изд. Испр. и доп. – М.: Физматлит, 2010. – 368 с.
4. Haupt, Randy L. *Practical genetic algorithms* / Randy L.Haupt, Sue Ellen Haupt, Hoboken, New Jersey.—2nd ed. – 261 p.
5. *Computational Intelligence: An Introduction.* Andries P. Engelbrecht 311 p.
6. Федер. Е. Фракталы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254с., с ил.
7. Шелухин О.И., Осин А.В., Смольский С.М. Самоподобие и фракталы. Телекоммуникационные приложения. / Под ред. О.И.Шелухина. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
8. Кузнецов С. П. Динамический хаос (курс лекций). – М.: Физматлит, 2001. – 296 с.
9. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М: Постмаркет, 2000. – 352 с.
10. Test functions for optimization needs. Marcin Molga, Czesław Smutnicki. 2005. — 60 с.