

АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ И СИНТЕЗ ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СИНГУЛЯРНОМ БАЗИСЕ ВЛОЖЕННЫХ ВЕКТОРОВ

Аннотация. Исследован новый метод адаптивной фильтрации нелинейных нестационарных систем, не требующий априорной информации о статистических и спектральных характеристиках шумов. Показано преимущество отображения фазовых портретов таких систем в новом информационном базисе, по сравнению с известными вариантами на примерах анализа электрокардиограмм.

Ключевые слова: нелинейная система, сингулярный базис, адаптивная фильтрация, фазовый портрет, электрокардиограмма.

Постановка проблемы. Распространенным методом анализа динамических особенностей нелинейных систем является построение их фазовых портретов в системе координат $\{g(t), dg(t)/dt, d^2g(t)/dt^2\}$ [1]. Проблемой такого подхода является то обстоятельство, что операции вычисления производных чувствительны к шумам, что приводит к необходимости фильтрации. Однако, например, при анализе электрокардиограмм (ЭКГ), отсутствует априорная информация о характеристиках шумов. Помимо измерительных шумов, к ним могут относиться и физиологические шумоподобные компоненты, что не позволяет использовать методы оптимальной фильтрации. На рис. 1а представлен фрагмент ЭКГ, полученный из открытой базы данных «Physionet», а также его первая и вторая производные.

Вторая производная (рис. 1в) носит шумоподобный характер, что затрудняет ее практическое использование.

Для частичной нейтрализации влияния шумов, во многих работах предлагается характеризовать трехмерную динамику нелинейной системы в координатах $\{g(t), g(t+\tau), g(t+2\tau)\}$, где τ рассматрива-

ется как глубина вложения, определяемая по первому нулю автокорреляционной функции анализируемой характеристики [2]. Однако, в [3] было отмечено, что параметр τ должен изменяться в зависимости от скорости изменения сигнала. Поскольку для ЭКГ характерно наличие участков с существенной разницей в динамике, то применение такого подхода (как показано ниже) так же затруднительно.

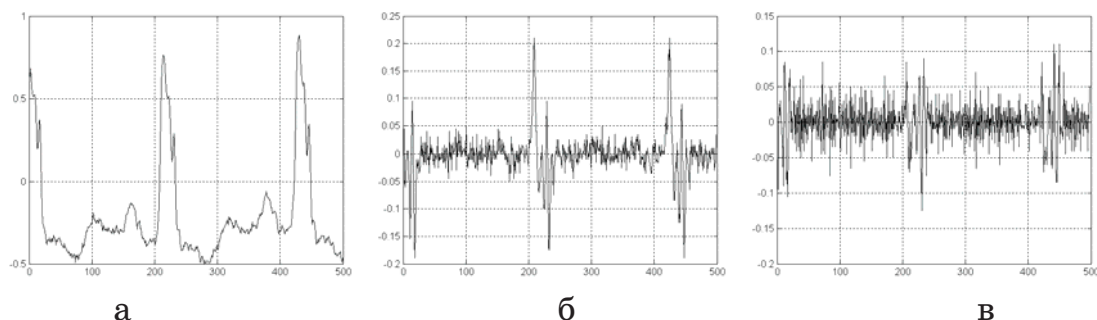


Рисунок 1 – ЭКГ (а) и его первая (б) и вторая (в) производные ($\Delta t = 0.004$ сек)

Целью работы является демонстрация информационных возможностей нового метода адаптивной фильтрации ЭКГ, не требующего априорных сведений о спектральных и статистических характеристиках шумов и обеспечивающего синтез устойчивых фазовых портретов в отличие от известных методов.

Основная часть. Структура адаптивного алгоритма включает в себя следующие этапы.

1. Исходя из максимальной протяженности L ожидаемого интервала корреляции (вложения) зашумленной ЭКГ $g(t_i)$ формируется прямоугольная матрица вложенных векторов G анализируемой ЭКГ вида

$$G = \begin{bmatrix} g(t_1) & g(t_2) & \dots & g(t_L) \\ g(t_2) & g(t_3) & \dots & g(t_{L+1}) \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ g(t_{N-L+1}) & g(t_{N-L+2}) & \dots & g(t_N) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

размерностью $(N - L + 1) \times L$, причем $N \gg L$.

2. Проводится сингулярное разложение матрицы G [4]

$$G = U W V^T, \quad (2)$$

где $U = [U_1 U_2 \dots U_L]$ – матрица сингулярных векторов размерностью $(N - L + 1) \times L$, формирующая ортонормированный базис пространства натянутого на столбцы матрицы G ; W – диагональная

матрица, элементы которой w_i $i=1,2,\dots,L$ являются сингулярными числами матрицы G , причем $w_1 \geq w_2 \geq \dots w_L \geq 0$. Они являются собственными значениями матрицы $G^T G$, а V – представляет собой ортогональную матрицу размерностью $(L \times L)$.

Следует отметить, что само по себе представление одномерного сигнала в виде (1) с последующим использованием его сингулярного разложения не ново. Впервые оно было использовано в [5] под названием «сингулярный спектральный анализ». Позднее, этот же вариант, под названием метод «гусеница» [6], был использован для задач прогнозирования случайных процессов, а в работе [7], под названием «метод автоморфного отображения», был обобщен для решения задач повышения чувствительности анализа слабоконтрастных изображений. В данной работе рассматривается возможность применения такого подхода для анализа динамики ЭКГ и сравнения его известными методами.

Выяснение информационного аспекта столбцов матрицы U , т.е. сингулярных векторов было проведено на числовой модели. На рис. 2а приведен сигнал, не имеющий шума, его первые три сингулярных вектора (U_1, U_2, U_3), первая и вторая производные.

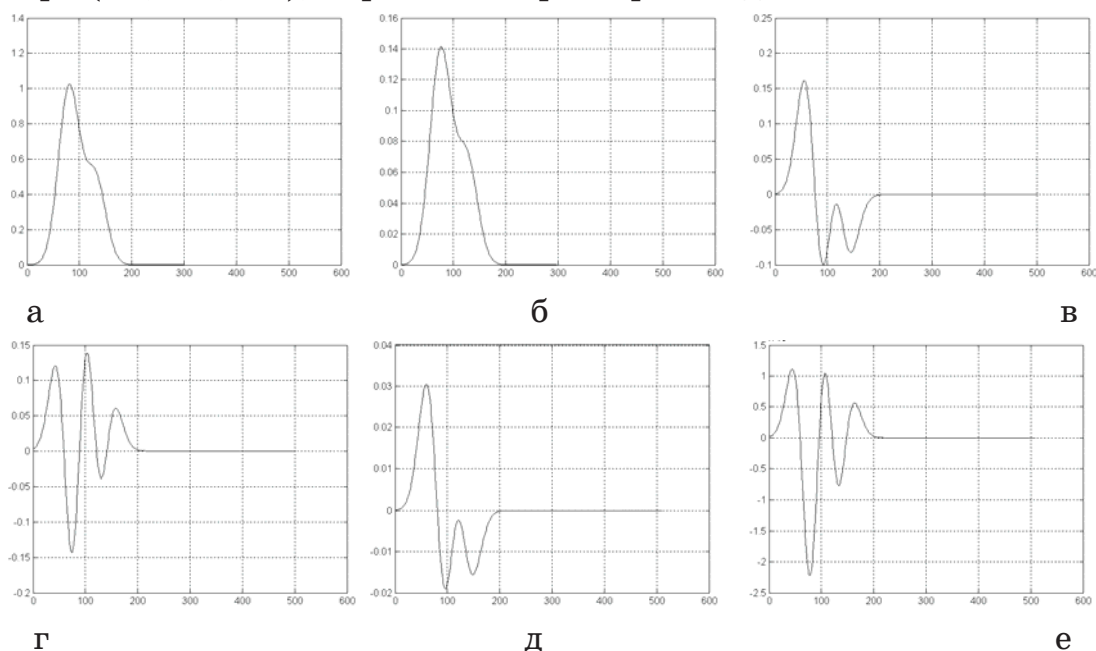


Рисунок 2 – Сопоставление операций сингулярного разложения не зашумленного сигнала (а) с операциями численного дифференцирования: а – сигнал $g(t)$; б – U_1 ; в – U_2 ; г – U_3 ; д – $dg(t)/dt$; е –

$$d^2g(t)/dt^2$$

Из рассмотрения представленных графиков видно, что U_1 подобно исходному сигналу, а U_2 и U_3 – первой и второй производным, соответственно. На рис. 3 представлены результаты эксперимента для сигнала с наличием шумовой составляющей.

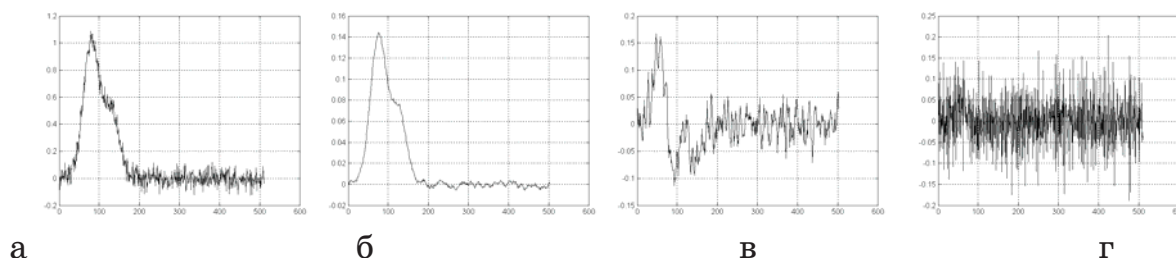


Рисунок 3 – Результат операции сингулярного разложения зашумленного сигнала: а – сигнал $g(t)$; б – U_1 ; в – U_2 ; г – $dg(t)/dt$

Сопоставление рис. 2 а и рис. 3 б показывает, что и в данном случае компонента U_1 соответствует отфильтрованному исходному сигналу. Подчеркнем, что фильтрация осуществлена без использования априорной информации об исходном сигнале и характеристиках шума. Аналогично, можно сделать вывод о соответствии компонент U_2 , U_3 отфильтрованным первой и второй производным исходного сигнала (сравнение рис. 3 в и рис. 2 в, рис. 3 г рис. 2 г).

На рис. 4 представлены первые три сингулярных вектора ЭКГ (рис. 1 а) при выборе глубины вложения $L=30$.

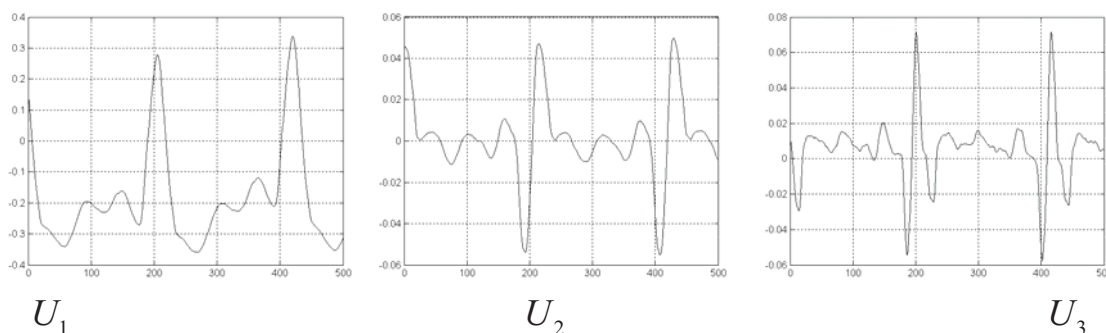
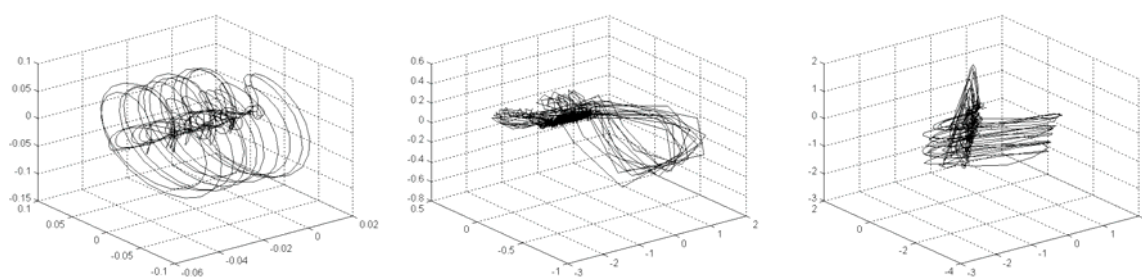


Рисунок 4 – Первые три сингулярных вектора ЭКГ

Сумма нормированных сингулярных чисел этих трех векторов ($\hat{w}_1 = 75.73\%$, $\hat{w}_2 = 17.14\%$, $\hat{w}_3 = 4.09\%$) составляет $\approx 98\%$, т.е. оставшиеся 27 сингулярных векторов отображают лишь 2% особенностей динамики ЭКГ, что позволяет эффективно отображать динамику ЭКГ в системе координат $\{U_1, U_2, U_3\}$.

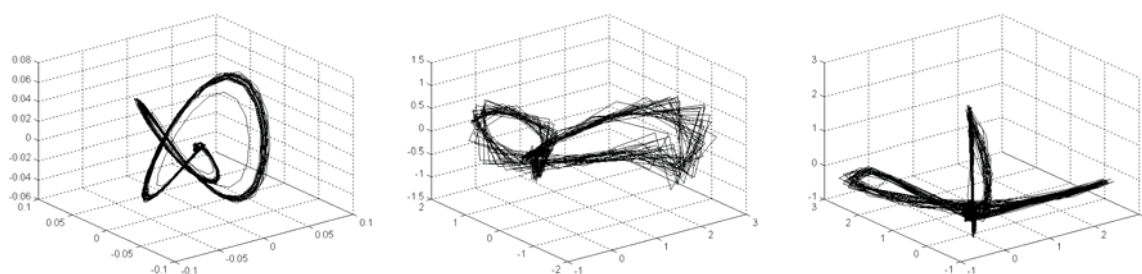
На рис. 5 а в системе координат $\{U_1, U_2, U_3\}$ представлен фазовый портрет аномальной ЭКГ (мерцательная аритмия) в сопоставлении с известными методами в системах координат $\{g(t), dg(t)/dt, d^2g(t)/dt^2\}$ (рис. 5 б) и $\{g(t), g(t+\tau), g(t+2\tau)\}$ для $\tau=6$ (рис. 5 в).



а б в

Рисунок 5 – Фазовые портреты аномальной ЭКГ в различных системах координат: а – $\{U_1, U_2, U_3\}$; б – $\{g(t), dg(t)/dt, d^2g(t)/dt^2\}$; в – $\{g(t), g(t+\tau), g(t+2\tau)\}$

Для сопоставимости, на рис. 6 представлены фазовые портреты нормальной ЭКГ в тех же координатных системах.



а б в

Рисунок 6 – Фазовые портреты нормальной ЭКГ в различных системах координат: а – $\{U_1, U_2, U_3\}$; б – $\{g(t), dg(t)/dt, d^2g(t)/dt^2\}$; в – $\{g(t), g(t+\tau), g(t+2\tau)\}$

Сопоставление рис. 5 и рис. 6 показывает, что с точки зрения визуального анализа и качественной интерпретации топологических особенностей фазового портрета ЭКГ система координат $\{U_1, U_2, U_3\}$, обеспечивает большую эффективность по сравнению с известными методами.

Выводы.

1. Предложен новый помехоустойчивый метод адаптивной фильтрации для качественного анализа топологических особенностей динамики ЭКГ в ортонормированном базисе сингулярного разложения вложенных векторов.

2. Метод не требует априорной информации о спектральных и статистических характеристиках шумов.

3. Характерные особенности фазовых портретов ЭКГ проявляются в базисе первых трех сингулярных векторов, при этом первый сингулярный вектор следует рассматривать в виде отфильтрованного исходного сигнала, а второй и третий – результата фильтрации его первой и второй производных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики / – М.: Наука, 1989. – 472 с.
2. Perc M. Nonlinear time series analysis of the human electrocardiogram // European Journal of Physics. – 2005. – Vol. 26. – P. 757–768.
3. Никульчев Е.В. Идентификация динамических систем на основе симметрий реконструированных аттракторов /– М.: МГУП. –2010. –100 с.
4. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры /– М.: Наука, 1983. – 455 с.
5. Broomhead D. S., King G. P. Extracting qualitative dynamics from experimental data // Physica D. – 1986. – P.217–236.
6. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»–SSA: анализ временных рядов: Учебное пособие / – СПб.: СПУ, –2004. – 76 с.
7. Ахметшин А.М., Ахметшина Л.Г. Повышение чувствительности анализа рентгеновских снимков методом автоморфного отображения в базисе собственных изображений // Клиническая информатика и телемедицина. – 2008. – Т. 4. – № 5. – С. 30 – 36.