УДК 519.766.4

П.І. Бідюк, М.М. Коновалюк

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНОЇ ВОЛАТИЛЬНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ АЛГОРИТМУ ГІББСА

Анотація. Розглянуто особливості побудови та програмної реалізації алгоритму оцінювання параметрів нелінійної моделі стохастичної волатильності. Наведено процедури оцінювання параметрів цієї моделі з використанням методу Монте Карло для марковських ланцюгів на основі алгоритму Гіббса. Створено програмний продукт на Java, який можна застосовувати в режимі пакетної обробки даних і в реальному часі.

Ключові слова: волатильность, метод Монте Карло, марковські ланцюги, алгоритм Гіббса.

Вступ

Задача оцінювання параметрів моделі стохастичної волатильності (МСВ), яка застосовується для математичного опису нестаціонарних фінансових часових рядів, набула великої популярності завдяки коректності її структури. Це відображається великою кількістю публікацій, присвячених розв'язанню задач побудови і застосування таких моделей, особливо у сфері аналізу фінансових процесів. У більшості з них описуються теоретичні підходи до розв'язання цієї задачі [1]. Для того щоб досягти високого рівня адекватності моделі, необхідно коректно оцінити її параметри. Одним з можливих методів оцінювання параметрів цієї моделі є метод Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ), який по суті ґрунтується на множині алгоритмів генерування псевдовипадкових величин та їх належної обробки, а саме алгоритми Метрополіса, Метрополіса-Хастінгса та алгоритм Гіббса. Докладніше даний метод описано у роботі [2].

Робота присвячена реалізації алгоритму Гіббса для оцінювання параметрів МСВ, а саме реалізації на мові програмування Java. Відомим програмним засобом, який можна застосувати при оцінюванні параметрів лінійних і нелінійних моделей, зокрема МСВ, є середовище OpenBUGS (Open Bayesian using Gibbs sampler). Цей програмний продукт реалізовано на мові програмування Component Pascal. Він дає можливість запрограмувати бажану модель, до якої буде застосована процедура МКМЛ, використовуючи команди OpenBUGS. Оцінювання параметрів МСВ у середовищі OpenBUGS докладно описано у роботі [3]. Середовище OpenBUGS має певну ступінь універсальності, що дає можливість застосовувати його до різноманітних моделей, проте його використання потребує певних навичок програмування. Крім того, застосування цієї системи обмежено пакетним режимом обробки даних. У даній роботі представлено альтернативний варіант реалізації алгоритму Гіббса для оцінювання параметрів МСВ, розроблений на мові програмування Java. Ця реалізація не є універсальним середовищем (розглядається тільки МСВ), але на відміну від OpenBUGS, не потребує від користувача певних навичок та містить інші переваги, розглянуті у цій роботі. Важливо також порівняти результати, отримані за допомогою різних реалізацій методу оцінювання. Незважаючи на велику кількість теоретичних робіт, майже немає прикладних програмних продуктів, посилаючись на які можна порівнювати результати моделювання. Розроблена реалізація дає можливість порівнювати результати, отримані за допомогою різних програмно-технічних засобів. Мова програмування Java – сучасний інструмент, що має широке застосування, а тому використання цього інструментарію дає можливість подальшого застосування результатів дослідження у практичних задачах, пов'язаних з аналізом фінансового ринку та інших нестаціонарних (гетероскедастичних) процесів.

Модель стохастичної волатильності

Волатильність або ступінь мінливості досліджуваного процесу характеризують стандартним відхиленням, обчисленим за умовною дисперсією. Існує кілька моделей зі змінною волатильністю [4]. У даній роботі для моделювання обрано модель стохастичної волатильності з двома незалежними гаусівськими процесами білого шуму (неперервна МСВ), запропонована Тейлором [5]:

$$
\begin{aligned}
&y_t = e^{\frac{h_t}{2}} u_t, \quad t \geq 1 \\
&h_{t+1} = \mu + \phi(h_t - \mu) + \sigma_\upsilon \upsilon_t, \quad t \geq 1 \\
&h_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}\right),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

де y_t – значення доходності у момент часу t $(t = 1, \ldots, n)$; h_t – лог-волатильність у момент часу t; u_t, υ_t – два незалежних гаусівських процеси білого шуму з дисперсіями1 та σ_υ^2, відповідно; μ, ϕ, σ_υ^2 – параметри моделі, які по суті є константами.

Розглянемо деякі особливості цієї моделі. Друге рівняння моделі відображає послідовність лог-волатильностей, що утворює собою ланцюг Маркова, оскільки кожне майбутнє значення h_{t+1} залежить тільки від поточного значення h_t і не залежить від минулих. Ця послідовність лог-волатильностей утворює стаціонарний процес за умови, що $|\phi| < 1$, а при $|\phi| > 1$ процес нестаціонарний. При $\phi_t = 1$ процес буде не прогнозованим, оскільки майбутня поведінка h_{t+1} залежить тільки від випадкової величини. При моделюванні умова $|\phi| > 1$ призводить до неможливості знаходження оцінок параметрів. Загалом для коректного функціонування процедури оцінювання всі параметри моделі не повинні за модулем перевищувати 1 $\left(|\mu| < 1, \left|\sigma_\upsilon^2\right| < 1\right)$.

Реалізація у середовищі OpenBUGS

Пакет OpenBUGS – це програмний продукт з великою кількістю розроблених обчислювальних функцій для генерування розподілів та обчислення оцінок параметрів моделей; він має зручний графічний інтерфейс для користувачів операційної системи Windows. На початку моделювання у середовищі OpenBUGS необхідно завантажити або створити файл з вхідними даними, файл з початковими значеннями параметрів і файл з описом МСВ у синтаксисі OpenBUGS. Файл з описом МСВ та докладний опис процедури отримання оцінок параметрів МСВ у середовищі OpenBUGS розглянуто у роботі [3]. Варто відмітити, що у цій роботі, на відміну [3], використано інші вхідні дані, наведені нижче. Пакет OpenBUGS є готовим до застосування програмним продуктом, але реалізація алгоритму Гіббса у цьому середовищі не є достатньо прозорою (особливо для початківців), хоча деякі його основи наведено у роботі [3].

Застосування алгоритму Гіббса для МСВ

Опис математичних виразів, використаних у цьому розділі, ґрунтується на роботі [6]. Алгоритм Гіббса для МСВ складається з таких кроків: (1) – ініціалізація h_0 та μ, ϕ, σ_υ^2; (2) – моделювання h_t з $h_t \mid h_{\setminus t}, y, \mu, \phi, \sigma_\upsilon^2$, $t = 1, \ldots, n$; (3) – моделювання $\sigma_\upsilon^2 \mid y, h, \phi, \mu$; (4) – моделювання $\phi \mid h, \mu, \sigma_{\upsilon}^{2}$; (5) – моделювання $\mu \mid h, \phi, \sigma_{\upsilon}^{2}$; (6) – перехід до 2-го кроку.

Виконання пунктів з 2 по 5, включно, є однією ітерацією реалізації алгоритму. Моделювання за Гіббсом потребує виконання декількох тисяч ітерацій для генерування вибірки. В результаті моделювання отримуємо вектори оцінок параметрів: μ, ϕ, σ_{υ}^{2}. Перед початком моделювання потрібно завантажити коректні дані.

Опис даних

За дані для моделювання взято офіційний обмінний курс Гривня/Долар, представлений Національним Банком України (НБУ) за період з 09/2010 по 12/2011; величина вибірки $n = 566$. Нехай x_{t-1} та x_t – значення курсів валют в момент часу $t-1$ та t, відповідно. При зростанні курсу валют відношення $\frac{x_t}{x_{t-1}}$ буде більшим за одиницю, при зменшенні курсу – меншим одиниці. В МСВ (1) величиною доходності в момент часу t є величина y_t, що дорівнює логарифму відношення обмінного курсу валют, а саме:

$$y_t = \log \frac{x_t}{x_{t-1}} = \log x_t - \log x_{t-1},$$

яка може приймати додатні або від'ємні значення.

Може мати місце значна зміна в курсах обміну валют. Суттєва поступова зміна величини доходності y_t, на відміну від суттєвої точкової зміни у момент t, майже не впливає на остаточний результат. Тому доцільно зменшити вплив точкових збурень, які сильно впливають на точність результатів моделювання. З цією метою усереднимо значення доходності обмінних курсів за виразом:

$$y_t = \log x_t - \log x_{t-1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\log x_i - \log x_{i-1}),$$

де n величина вибірки $(n = 566)$.

Зміна між двома сусідніми величинами обмінних курсів зазвичай не суттєва, що приводить до малих значень величини y_t. Для покращення відображення результатів моделювання збільшимо порядок величини y_t таким чином:

$$y_t = 100 \times \left\{ \log x_t - \log x_{t-1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\log x_i - \log x_{i-1}) \right\}.$$

Після формування вибірки доходностей можна переходити до моделювання.

Моделювання

Виберемо S, кількість ітерацій алгоритму Гіббса, рівною 3000. Очевидно, що на початку сеансу моделювання значення оцінок параметрів досить далекі від стаціонарних. Тому оцінки параметрів, отримані на перших ітераціях алгоритму, не потрібно враховувати. Позначимо через S_0 порядковий номер ітерації алгоритму, після якого починається формування векторів параметрів;значення S_0 дорівнює 1000. Розмірність векторів дорівнює різниці кількості ітерацій алгоритму Гіббса та величини, після якої починається формування векторів параметрів: $n_{iteration} = S - S_0$. Значення, які добавляються у вектори, – це результат функціонування алгоритму Гіббса на кожній ітерації:

$$\overline{\mu} = \left(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{n_{iteration}}\right),$$

$$\overline{\phi} = \left(\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n_{iteration}}\right),$$

$$\overline{\sigma} = \left(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{n_{iteration}}\right).$$

Першим кроком реалізації алгоритму Гіббса є ініціалізація параметрів та вектора волатильності, розмірність якого дорівнює розмірності вектора доходності y_t (на одиницю менша за вхідну вибірку даних). Приймемо такі початкові значення: $h_t = 0$, $\phi = 0{,}975$, $\sigma_\upsilon^2 = 0{,}04$, $\mu = 0$. Другим кроком алгоритму є моделювання волатильності.

Моделювання h_t

Процедура отримання оцінки волатильності $h_t \mid h_{\setminus t}, y, \theta$, $(t = 1, \ldots, n)$ складається з таких кроків: (1) оцінювання середнього h_t^*; (2) оцінювання дисперсії ν^2; (3) оцінювання середнього μ_t; (4) оцінювання середньоквадратичного відхилення υ; (5) оцінювання волатильності h_t.

Значення h_t^* розраховується для кожного t $(t = 1, \dots, n-1)$ за виразами:

$$h_1^* = \mu(1-\phi) + \phi h_1, \text{ для } t = 1;$$

$$h_t^* = \mu + \frac{\phi\{(h_{t-1} - \mu) + (h_{t+1} - \mu)\}}{(1+\phi^2)}, \text{ для } t = 2, \dots, n-2;$$

$$h_{n-1}^* = \mu \ (1-\phi) + \phi \ h_{n-1}, \text{ для } t = n-1.$$

Дисперсія дорівнює: $\nu^2 = \dfrac{\sigma_\upsilon^2}{(1+\phi^2)}$ для всіх t, крім $t = 1$ та $t = n-1$. Для цих значень t дисперсія визначається так: $\nu^2 = \sigma_\upsilon^2$.

Наступним кроком є оцінювання середнього μ_t:

$$\mu_t = h_t^* + \frac{\nu^2}{2}\left[y_t^2 e^{-h_t^*} - 1\right].$$

Необхідно зазначити, що саме у цьому рівнянні значення доходності y_t впливає на результати оцінювання. На оцінювання h_t^* та ν^2 значення доходності y_t обмінних курсів валют впливу не має, хоча саме значення h_t^* має остаточний вплив на те, яка оцінка волатильності буде отримана в результаті реалізації однієї ітерації алгоритму Гіббса.

Значення параметрів, визначені на попередній ітерації, впливають на оцінювання h_t^*, в той час як оцінювані значення параметрів залежать від оціненого значення волатильності. Саме тому суттєве точкове збурення в обмінних курсах, а отже і у доходності, призводить до великого значення μ_t. Тоді для наступного t значення h_t^* буде великим. Результатом таких дій є нестаціонарність оцінок, що обчислюються. Тому для отримання точніших результатів оцінювання варто приділити увагу відсутності суттєвих точкових збурень у вхідних даних.

Останнім кроком є застосування процедури «прийняття-відхилення» результатів моделювання волатильності h_t з розподілом $f(h_t \mid h_{\setminus t}, \theta, y)$. Спочатку пропонуємо значення h_t з розподілом $f_N(h_t \mid \mu_t, \nu^2)$. Потім ця оцінка волатильності

$$h_t = \mu_t + \nu_t \varepsilon_t \text{, де } \varepsilon_t \sim N(0,1),$$

приймається з ймовірністю

$$\frac{f^*}{g^*} = \exp\left[-\frac{y_t^2}{2}\left(e^{-h_t} - e^{-h_t^*}(1 - h_t + h_t^*)\right)\right].$$

Інакше пропонується нове значення h_t. Отримане значення волатильності буде використано у подальших кроках оцінювання параметрів за алгоритмом Гіббса.

Моделювання σ_υ^2

Згідно з алгоритмом Гіббса, для розрахунку параметра σ_υ^2 необхідно знати оцінки параметрів μ, ϕ та волатильність h_t. Припустивши, що $\sigma_\upsilon^2 \mid \phi, \mu \sim IG\left(\frac{\sigma_r}{2}, \frac{S_\sigma}{2}\right)$, параметр σ_υ^2 можна змоделювати розподілом:

$$\sigma_\upsilon^2 \mid y, h, \phi, \mu \sim IG\left\{\frac{n + \sigma_r}{2}, \frac{S_\sigma + (h_1 - \mu)^2(1 - \phi^2) + \sum_{t=1}^{n-1}\left((h_{t+1} - \mu) - \phi(h_t - \mu)\right)^2}{2}\right\},$$

де IG – обернений гамма розподіл.

Тоді значення параметра σ_υ^2 дорівнює:

$$\sigma_\upsilon^2 \mid h, \phi, \mu = \frac{S_\sigma + (h_1 - \mu)^2(1 - \phi^2) + \sum_{t=1}^{n-1}\left((h_{t+1} - \mu) - \phi(h_t - \mu)\right)^2}{n + \sigma_r - 2}.$$

Приймаються $\sigma_r = 5$ та $S_\sigma = 0{,}01 \times \sigma_r$.

 ISSN 1562-9945

Моделювання ϕ

Для оцінювання параметра ϕ необхідно знати оцінки параметрів σ_{υ}^{2} та μ, а також отримані раніше оцінки волатильності. Перед початком моделювання потрібно ініціалізувати необхідні для оцінювання змінні: $\widehat{\phi}=0$, $\phi_k=0$, $\phi^{(1)}=20$, $\phi^{(2)}=1{,}5$, $p=0$, $\phi=0$, $e=0.98$, $prob=-1{,}0^{10}$ та інші. Запропоноване значення ϕ^{*} визначається з розподілу $N(\widehat{\phi},V_{\phi})$, де $\widehat{\phi}$ та V_{ϕ} визначаються таким чином:

$$\widehat{\phi}=\frac{\sum_{t=1}^{n-1}\left(h_{t+1}-\mu\right)\left(h_t-\mu\right)}{\sum_{t=1}^{n-1}\left(h_t-\mu\right)^2},$$

$$V_{\phi}=\frac{\sigma_{\upsilon}^{2}}{\sum_{t=1}^{n-1}\left(h_t-\mu\right)^2}.$$

Якщо $\widetilde{\phi}<0{,}8$, то доцільно присвоїти $e=\widehat{\phi}$. Для корегування параметра $\widehat{\phi}$ до нього додається значення ϕ_k, яке перед цим визначається у наступному циклі:

$$e=\widehat{\phi}+\phi_k,$$

$$\phi_k=\left\{\frac{\phi^{(1)}-1}{1+e}-\frac{\phi^{(2)}-1}{1-e}\right\}\times V_{\phi}.$$

Достатньо повторити цикл декілька разів , наприклад 4 рази:

$$\widehat{\phi}=\widehat{\phi}+\phi_k.$$

Запропоноване значення ϕ_t розраховується відповідно до нормального розподілу:

$$\phi_t=\widehat{\phi}+\sqrt{V_{\phi}}\varepsilon_t,\ \varepsilon_t\sim N(0,u_t),$$

та приймається, якщо $\log(\eta)<prob$, де випадкова величина $\eta\in(0{,}1)$. Процедура оцінювання ϕ_t повторюється до того моменту, поки ϕ_t не стане меншим за 0,995. Як тільки ϕ_t стане меншим

0,995, то розраховується величина $prob$. Розглянемо докладніше процедуру отримання дисперсії нормального розподілу u та значення $prob$. Величина $prob$ є результатом застосування окремої функції, яка повертає таку різницю:

$$prob = \left\{\left(\phi^{(1)} - 1\right)\log\left(1 + \phi\right) + \left(\phi^{(2)} - 1\right)\log\left(1 - \phi\right)\right\}$$
$$-\left\{\left(\phi^{(1)} - 1\right)\log\left(1 + \exp Pt\right) + \frac{\phi - \exp Pt}{1 + \exp Pt} + \left(\phi^{(2)} - 1\right)\log\left(1 - \exp Pt\right) - \frac{\phi - \exp Pt}{1 - \exp Pt}\right\}$$

При цьому дисперсія нормального розподілу u_t є добутком двох випадкових величин:

$$u_t = \varepsilon_t \eta_t \,,\ \eta_t \sim N(l,\, 0)\,,$$

де змінна l дорівнює:

$$l = \frac{(0{,}995 - \phi)}{\sqrt{V_\phi}}\,.$$

Основні часові витрати під час моделювання зумовлені тим, що при близьких до 1 значеннях $\widehat{\phi}$, а відповідно і ϕ_t, потрібна велика кількість ітерацій, щоб отримати значення, яке менше за 0,995. Це значно сповільнює роботу алгоритму. Розв'язати цю проблему можна коректним вибором початкових значень змінних $\phi^{(1)}$ та $\phi^{(2)}$. Вибір цих початкових значень має безпосередній вплив на остаточні значення величини ϕ_t на одній ітерації алгоритму Гіббса та загалом на результати моделювання параметрів. Наприклад, при більшому значенні $\phi^{(2)}\left(\phi^{(2)} = 9{,}5\right)$, величина ϕ_k приймає менше значення, а тому значення ϕ_t буде також меншим. Крім зміни значень параметра ϕ_t, це має прямий вплив і на кількість необхідних ітерацій для того щоб ϕ_t було менш за 0,995 і, відповідно, на функціонування всього алгоритму.

Моделювання μ

Моделювання параметра μ потребує параметрів ϕ, σ^2 та значень волатильності. Параметр μ має нормальний розподіл

ISSN 1562-9945

$\mu \mid h, \phi, \sigma_\eta^2 \sim N\left(\hat{\mu}, \sigma_\mu^2\right)$. Отже для його визначення необхідно знайти $\hat{\mu}$ та σ_μ^2:

$$\hat{\mu} = \sigma_\mu^2 \left\{ \frac{\left(1-\phi^2\right)}{\sigma_\eta^2} h_1 + \frac{(1-\phi)}{\sigma_\eta^2} \sum_{t=1}^{n-1} \left(h_{t+1} - \phi h_t\right) \right\},$$

та $$\sigma_\mu^2 = \frac{\sigma_\eta^2}{(n-1)(1-\phi)^2 + \left(1-\phi^2\right) + \sigma_\eta^2}.$$

Параметр μ_t дорівнює:

$$\mu_t = \hat{\mu} + \delta_t \sqrt{\sigma_\eta^2 \sigma_\mu^2},\ \text{де}\ \delta_t \sim N(1, 1).$$

Формування векторів параметрів

Останнім кроком алгоритму Гіббса на кожній ітерації є формування векторів параметрів шляхом внесення значень параметрів, які оцінені на цій ітерації алгоритму. Необхідно зауважити, що значення параметрів, отриманих на перших ітераціях алгоритму, не потрібно враховувати, оскільки вони далекі від стаціонарності. Врахування цих значень параметрів, коли коливання їх значні, може мати відображення у похибці *MCSE* та мати невірний кінцевий результат. Тому на перших *iStart* ітераціях вектори параметрів не формуються. Нагадаємо, що значення *iStart* прийнято рівним 1000.

Сумарна статистика отриманих результатів

Після формування векторів параметрів застосуємо інструментарій МКМЛ для обробки змодельованих значень параметрів. Сумарна статистика складається з таких складових: (1) середнього значення вибірки; (2) оцінки похибки середнього значення MCSE (Monte Carlo Standard Error) з використанням ядра Парзена; (3) обчислення статистики IACT (integrated autocorrelation time). Описана статистика буде однаковою для кожного параметра, представленого відповідним вектором оцінок b. Розглянемо докладніше представлену процедуру для конкретного параметра.

Середнє значення дорівнює: $(1/n)\sum_{t=1}^{n} b_t$, де b_t – значення параметра у векторі $b = \left(b_1, \ldots, b_n\right)$ у момент t. Оцінювання похибки середнього є складнішою процедурою. Для її виконання потрібно задати ширину полоси пропускання, яка визначається емпірично. Нехай вона дорівнює (500, 500, 100) відповідно для кожного параметра, представленого вектором оцінок. Оцінка похибки середнього розраховується так:

$$\hat{R}_{B_M} = \frac{1}{M}\left[G_0 + 2\frac{B_M}{B_M - 1}\sum_{i=1}^{B_M} K\left(\frac{i}{B_M}\right)G_i\right],$$

де G_i оцінка автокореляції вектора, $K\left(\frac{i}{B_M}\right)$ – ядро Парзена; M – розмірність вектора b; а B_M – відповідна оцінена полоса пропускання. Ядро Парзена має таке означення [7]:

$$K(z) = \begin{cases} 1 - 6z^2 + 6z^3, & z \in \left[0, \frac{1}{2}\right], \\ 2(1 - z^3), & z \in \left[\frac{1}{2}, 1\right], \\ 0, & z \notin [0, 1] \end{cases}$$

У процедурі оцінювання похибки MCSE спочатку варто знайти автокореляцію у початковий момент, яка визначена так:

$$G_l = \frac{1}{n-1}\sum_{k=l+1}^{n}\left(b_k - \bar{b}\right)\left(b_{k-1} - \bar{b}\right),$$

де $\bar{b}$ – середнє значення вектора b. При $l = 0$ автокореляція G_l дорівнює дисперсії: $G_0 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}\left(b_k - \bar{b}\right)^2$. Якщо B_M дорівнює одиниці, то $\hat{R}_{B_M} = \frac{G_0}{M}$.

Якщо B_M не дорівнює одиниці, то

$$\hat{R}_{B_M} = \frac{1}{M}\left(G_0 + 2\frac{B_M}{B_M - 1}\sum_{i=1}^{L_M} K\left(\frac{i}{B_M}\right)G_i\right).$$

На практиці оцінка похибки середнього визначається так: $\sqrt{\hat{R}_{B_M}}$. Останнім елементом сумарної статистики для кожного параметра, представленого вектором оцінок, є статистика IACT:

$$IACT = n \frac{\hat{R}_{B_M}}{\text{var}(b)}.$$

Описана вище процедура повторюється для кожного параметра.

Реалізація на Java

Розроблений модуль на мові програмування Java дозволяє виконувати процедуру оцінювання параметрів МСВ незалежно від операційної системи. Програма розроблена таким чином, що користувачу необхідно мати лише файл, що містить інформацію про курс валют за період, який цікавить користувача. Програма автоматично перетворює вхідні дані до форми, необхідної для процедури моделювання. Наведені характеристики є значною перевагою порівняно з існуючими програмними засобами.

Вхідний файл повинен мати розширення «.xls». Програма автоматично прочитає та збереже вміст файлу в обраний тип сховища. Серед великого розмаїття можливих сховищ, що надає Java, обрано клас колекції «ArrayList», який параметризовано класом-оболонкою «Double». Саме застосування колекцій є актуальнішим, ніж інші варіанти, оскільки воно зумовлене великими обсягами оброблюваної інформації. При великій кількості об'єктів (декілька тисяч) застосування масивів не забезпечує відповідної швидкості та економії ресурсів.

Процедури обробки вхідних даних та моделювання знаходяться в різних пакетах програми. Процедура моделювання розбита на класи: оцінювання волатильності, оцінювання параметрів та клас моделювання за алгоритмом Гіббса. Загалом більшість методів є статичними, що зроблено з метою зменшення кількості об'єктів, тобто зменшення необхідних ресурсів пам'яті.

Порівняння результатів, отриманих у середовищі OpenBUGS і на Java

Нижче наведено таблиці 1, 2, 3, 4 зі значеннями оцінок параметрів, отриманих при моделюванні у середовищі OpenBUGS та за допомогою програми, розробленої на мові Java. Вхідні дані та модель, що застосовуються при моделюванні у двох середовищах, є однаковими. Реалізація алгоритму Гіббса різна у двох середовищах. У середовищі OpenBUGS алгоритм Гіббса працює для будь-якої моделі,описаної на синтаксисі середовища. У випадку із реалізацією на Java алгоритм

Гіббса реалізовано саме для МСВ. Це є ключовою різницею у цих двох реалізаціях.

Таблиця 1

Значення волатильності та оцінок параметрів у середовищі OpenBUGS (для курсу валют Доллар/Гривня)

	Середнє	Середньо-квадратичне відхилення	Значення похибки	2,5 % медіани	Медіана	97,5 % медіани	Початкова ітерація	Кількість ітерацій
μ	-7,159	6,601	0,8905	-14,22	-12,3	0,7071	1	3000
$\beta = e^{\frac{\mu}{2}}$	0,0278 896395							
ntau	1,957	2,655	0,3576	0,0198	0,02499	7,666	1	3000
ϕ	0,6646	0,2897	0,03902	0,3312	0,4677	0,9991	1	3000
ϕ^*	0,8323	0,1448	0,01951	0,6656	0,7338	0,9995	1	3000
h_0	-1,648	6,342	0,5838	-17,15	0,07918	10,33	1	3000
h_1	8,324	12,32	1,651	-5,254	0,7053	28,32	1	3000
h_2	-3,0	2,418	0,2801	-7,017	-2,874	0,5117	1	3000
h_3	-11,29	8,627	1,129	-22,39	-15,11	0,1611	1	3000
h_4	-3,113	1,629	0,1762	-5,846	-3,335	0,0625	1	3000
h_5	-11,56	8,074	1,046	-22,1	-14,61	-0,379	1	3000
h_6	-5,168	2,54	0,3001	-8,922	-5,452	-0,508	1	3000
h_7	-5,296	2,366	0,2773	-8,848	-5,494	-0,646	1	3000
h_8	-5,991	2,744	0,323	-10,19	-6,302	-1,114	1	3000
h_9	-5,029	1,912	0,2054	-8,047	-5,238	-1,334	1	3000
h_{10}	-12,31	7,417	0,9575	-22,07	-14,72	-1,468	1	3000
h_{11}	-4,49	1,552	0,1546	-6,61	-4,828	-0,736	1	3000
h_{12}	-12,68	7,273	0,9424	-22,21	-15,21	-1,47	1	3000
h_{13}	-6,22	2,094	0,2437	-9,12	-6,752	-1,596	1	3000
h_{14}	-13,0	7,203	0,9327	-22,49	-15,74	-1,119	1	3000
h_{15}	-7,124	2,454	0,3065	-10,34	-7,62	-1,53	1	3000
h_{16}	-13,65	7,517	0,9896	-22,41	-17,02	-1,156	1	3000
h_{17}	-13,99	7,661	1,019	-22,48	-18,35	-1,507	1	3000

 ISSN 1562-9945

В результаті моделювання, яке грунтується на даних курсу валют Доллар/Гривня, виконаного у середовищі OpenBUGS та за допомогою розробленої на Java програми, видно, що значення отриманих оцінок параметрів (табл.1 та 2) у обох середовищах дещо відрізняються. Але виконане аналогічне моделювання на даних курсу валют Доллар/Фунт дає результати оцінювання у цьому випадку достатньо близькі (табл. 3 і 4).

Варто звернути увагу на показник похибки (MCSE), що характеризує точність отриманих результатів. А саме – величину коливань значень волатильності на протязі всіх ітерацій. За цим показником кращі результати моделювання отримано за програмою, реалізованою на мові Java.

Таблиця 2

Значення оцінок параметрів μ, σ_υ та ϕ, які є результатом роботи програми на Java (для курсу валют Доллар/Гривня)

	Середнє	Значення похибки	IACT
ϕ	0,984616378263049	3,5061101701869084E-4	2,408234728720736
σ_υ	0,6345097155606851	0,021770358524105575	14,37233750574505
$\beta = e^{\frac{\mu}{2}}$	0,668203583218184	0,0221129810255213	1,9070742100801392

Висновки

Використання методу Монте Карло для марковських ланцюгів дає можливість оцінювати параметри лінійних і нелінійних моделей процесів довільної природи. Використання реалізацій цього методу у відомих комп'ютерних системах обмежує його застосування режимом пакетної обробки даних. Запропонована реалізація методу у вигляді автономного програмного модуля дає можливість застосовувати його у власних розробках, які можуть функціонувати у реальному часі. В результаті виконання ряду обчислювальних експериментів встановлено, що реалізований програмно алгоритм оцінювання параметрів нелінійної моделі дає прийнятні результати стосовно точності оцінок. Зокрема, програмний продукт можна застосовувати для оцінювання параметрів моделі стохастичної волатильності. Програма дає можливість виконувати моделювання з використанням будь-якої операційної системи і не потребує спеціальної підготовки користувача.

Отриманим технічним інструментарієм на мові програмування Java можна скористатись для розв'язання задачі прогнозування рівня та волатильності випадкових змінних. У подальших дослідженнях необхідно застосовувати кілька альтернативних алгоритмів генерування псевдовипадкових послідовностей і застосовувати їх для оцінювання параметрів математичних і статистичних моделей.

Таблиця 3

Значення оцінок волатильності та параметрів, отриманих усередовищі OpenBUGS (для курсу валют Доллар/Фунт)

	Середнє	Середньо-квадратичне відхилення	Значення похибки	2.5 % медіани	Медіана	97.5 % медіани	Початкова ітерація	Кількість ітерацій
μ	-0,3951	0,343	0,04489	-1,13	-0,2963	0,0227	1	3000
$\beta = e^{\frac{\mu}{2}}$	0,8207 3910							
Ntau	20,85	9,376	1,246	5,393	20,44	42,49	1	3000
ϕ	0,9691	0,02302	0,0029	0,8964	0,9763	0,992	1	3000
ϕ^*	0,9845	0,01151	0,00145	0,9482	0,9881	0,996	1	3000
h_0	-0,276	0,4136	0,04879	-1,006	-0,311	0,6108	1	3000
h_1	-0,162	0,481	0,06169	-0,932	-0,267	0,764	1	3000
h_2	-0,111	0,4451	0,05346	-0,781	-0,192	0,9366	1	3000
h_3	-0,113	0,4249	0,04859	-0,811	-0,186	0,8967	1	3000
h_4	-0,093	0,3981	0,04362	-0,779	-0,135	0,8455	1	3000
h_5	-0,066	0,3779	0,04211	-0,733	-0,092	0,7786	1	3000
h_6	-0,119	0,3814	0,04314	-0,877	-0,123	0,7656	1	3000
h_7	-0,131	0,3859	0,04241	-0,878	-0,130	0,7089	1	3000
h_8	-0,153	0,3958	0,04374	-0,826	-0,145	0,7301	1	3000
h_9	-0,197	0,3662	0,03945	-0,854	-0,198	0,5858	1	3000
h_{10}	-0,211	0,3549	0,03641	-0,888	-0,225	0,44	1	3000
h_{11}	-0,212	0,3466	0,03678	-0,882	-0,189	0,403	1	3000
h_{12}	-0,306	0,3646	0,03946	-1,053	-0,268	0,3868	1	3000
h_{13}	-0,377	0,3936	0,04345	-1,131	-0,337	0,2881	1	3000
h_{14}	-0,450	0,4262	0,04844	-1,353	-0,398	0,2708	1	3000
h_{15}	-0,512	0,4402	0,0513	-1,374	-0,489	0,3354	1	3000
h_{16}	-0,567	0,4559	0,05505	-1,331	-0,578	0,2239	1	3000
h_{17}	-0,582	0,4723	0,05723	-1,396	-0,585	0,3091	1	3000

 ISSN 1562-9945

Таблиця 4

Значення оцінок параметрів μ, σ_υ та ϕ, які є результатом застосування програми на Java (для курсу валют Доллар/Фунт)

	Середнє	Значення похибки	IACT
ϕ	0,9853340665540052	0,0010071579551911912	42,37591635418782
σ_υ	0,1378340557106563	0,005354612937519591	136,8096609285979
$\beta = e^{\frac{\mu}{2}}$	0,8102103962283373	0,009262405549490186	5,813445321318249

ЛІТЕРАТУРА

1. Jacquier E., Polson N., Rossi P. Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models // Journal of Business & Economic Statistics. — 1994. — Vol. 12. —P. 69 – 89.
2. Chib S., Greenberg E. Markov Chain Monte Carlo Simulation Methods in Econometrics // Econometric Theory. — 1996. — Vol. 12, — P.409 – 431.
3. Коновалюк М.М. Байєсівський аналіз моделі стохастичної волатильності в середовищі OpenBUGS // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2011. — № 2. — С. 77 – 84.
4. Бідюк П.І., Коновалюк М.М. Визначення величини ризику VaR на основі оцінок параметрів моделі стохастичної волатильності // Науково-технічний журнал «Системні дослідження та інформаційні технології». — 2011.
5. Taylor S.J. Modeling Financial Time Series // John Wiley, Chichester, 1986. – 268 p.
6. Kim S., Shephard N., Chib S. Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models //Review of Economic Studies. — 1998. — Vol. 65, — P. 361–393.
7. Liesenfeld R., Richard J. Classical and Bayesian Analysis of Univariate and Multivariate Stochastic Volatility Models // Econometric Reviews.—2006. — Vol. 25, Issue: 2 – 3, — P. 335 – 360.