

А.И. Михалёв, В.И. Кузнецов, Н.Н. Ковалик, Г.Л. Теплякова

**ИНТЕГРАЦИЯ МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО  
АНАЛИЗА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В СИСТЕМЕ  
ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ**

*Аннотация. Рассмотрены концепция создания СППР на основе интеграции методов многокритериального анализа (МКА) и алгоритмы программной реализации процедур интеграции трёх наиболее широко применяемых методов МКА – метода анализа иерархий (МАИ), метода матрицы решений (ММР) и метода взвешенных сумм (МВС).*

*Ключевые слова: СППР, интеграция МКА, МАИ, ММР и МВС, диагностика*

**Введение**

Методы системного анализа, в частности, методы многокритериального сравнительного анализа (анализа решений), обладают большой общностью, что позволяет использовать их для решения задач в организационной, финансовой, технической, медицинской сфере, а также в сфере обучения [5]. Это, прежде всего, задачи многокритериального ранжирования (составление рейтингов, классификация), оценивания кредитоспособности, оценки рисков проектов, многокритериального выбора лучшей альтернативы, распределения ресурсов, проектирования сложных систем по количественным и качественным критериям, медицинской и технической диагностики [6]. Эти методы, в свою очередь, позволяют объединить при решении сложных проблем детерминированные и статистические модели с экспертными оценками, учитывать, при этом: знания, предпочтения и «неосязаемые ресурсы» участников. В частности, они позволяют свести многокритериальную оптимизацию к скалярной и, соответственно, не ограничиться нахождением множества Парето-оптимальных решений, а получить однозначный ответ [9].

Классификация и характеристика методов анализа решений приведены во многих книгах, например, в [1,7,8]. В [8] приведена структурная схема проблем и методов принятия решений. Отметим

лишь, что эти методы делятся на количественные и вербальные. Количественные (именно они входят в библиотеку методов учебной СППР) в свою очередь делятся на методы аксиоматические, прямые, компенсации, порогов несравнимости, интерактивные («человеко-машинные») и методы анализа иерархий и сетей [1,3].

Многокритериальный анализ позволяет учесть количественные и качественные факторы влияния, объективные и экспертные оценки, статистику и индивидуальные особенности на основе анализа влияний и взаимосвязей в сложных системах. Особенно важно, что методы многокритериального анализа позволяют интегрировать, объединить результаты, полученные с использованием других подходов. Например, перспективно применение методов многокритериального анализа в актуальной проблеме диагностики.

Сферы применения методов многокритериального анализа в диагностике:

1. Определение наиболее вероятного диагноза в объединении экспертных знаний со статистическими данными.
2. Определение лучших методов: лечения болезни – в медицине, усовершенствования технологических процессов, управления качеством – в технологиях.
3. Решение задач диагностики при недостаточной статистике и в ситуации уникального выбора.

#### **Основная часть**

На кафедре информационных технологий и систем НМетАУ разработано информационное и методическое обеспечение дисциплин «Системный анализ и проектирование компьютерных информационных систем» и «Системный анализ информационных процессов». В статье приводится обзор сделанного по системе поддержки принятия решений (СППР), ведётся разработка обучающей системы поддержки принятия решений (ОСППР), обсуждаются перспективы её развития.

К настоящему времени в ОСППР программно реализованы следующие методы:

1. Метод анализа иерархий.
2. Метод анализа иерархий, работающий с нечёткими числами.
3. Метод взвешенных сумм;
4. Метод взвешенных сумм, работающий с нечёткими числами.

5. Метод ранжирования весов критериев.
6. Метод матрицы решений.
7. Метод анализа сетей (случай доминантных иерархий).

Программируется метод анализа сетей для «сложных» иерархий – с горизонтальными и обратными связями общего вида для учебных целей и практических задач. Например, для задачи динамической диагностики.

С использованием разработанных программных модулей решены следующие задачи:

1. Оценка рисков комплексных проектов методом анализа иерархий на основе концепции тактического выбора.
2. Аппликационный скоринг потенциальных кредитополучателей на основе объединения метода анализа иерархий и метода взвешенных сумм.
3. Распределение дискретного ресурса на основе объединения метода анализа иерархий и задачи целочисленного линейного программирования.

#### **Интеграция многокритериальных методов**

Сложные системные задачи могут потребовать одновременного использования нескольких методов, что потребует применения одного из двух возможных подходов:

- 1) создание в составе системы поддержки принятия решений (СППР) библиотеки методов с блоком адаптивного выбора метода для решения конкретной задачи;
- 2) разработка нового метода, ассоциативно объединяющего несколько методов многокритериального анализа (МКА), с последующим его включением в библиотеку методов СППР.

Рассмотрим концепцию и алгоритм объединения трёх наиболее широко применяемых методов МКА – метода анализа иерархий (МАИ), метода матрицы решений (ММР) и метода взвешенных сумм (МВС).

Метод анализа иерархий (МАИ) и метод, представляющий его дальнейшее развитие – метод анализа сетей (МАС), предназначены для ответственных задач многокритериального ранжирования и выбора, а также и для более сложных задач, основанных на ранжировании и выборе. Метод анализа сетей (МАС) позволяет исследовать влияния в иерархиях с горизонтальными и обратными связями и в

сетевых структурах. Примеры использования этих методов в самых разных сферах приведены, например, в книге [3]. Недостатком МАИ является сравнительно малое число критериев (не более 7-10), при которых метод устойчиво работает.

Примеры использования этих методов (МАИ и МАС) в самых разных сферах приведены, например, в книге [3].

Метод взвешенных сумм (МВС) позволяет работать с большим количеством критериев сложной иерархической структуры (Рис.1) и большим количеством сравниваемых объектов. В этой связи он в основном используется для составления рейтингов и классификации объектов [1,7]. Метод неустойчив и подвержен манипулированию. Основная проблема метода – согласованное определение весов критериев (эта проблема хорошо решается в МАИ/МАС).

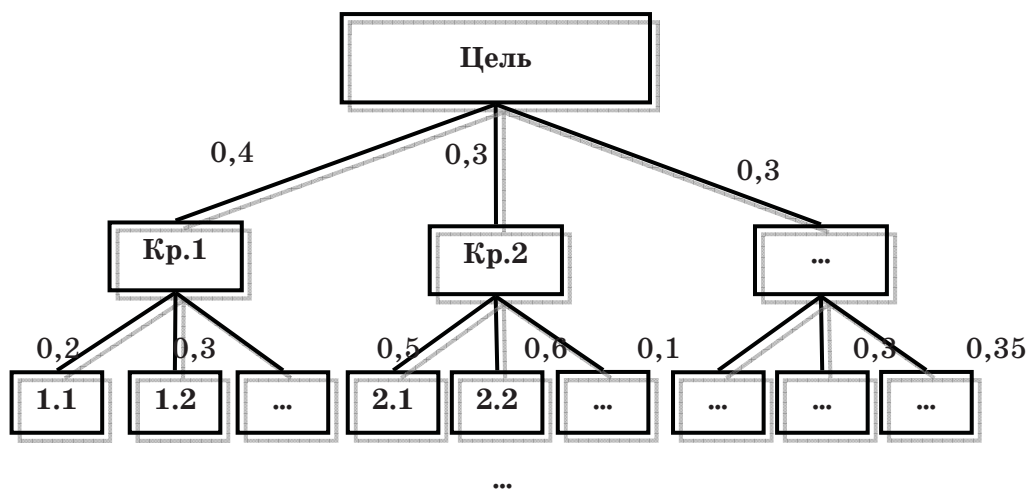


Рисунок 1

Эти два метода (МАИ и МВС) будут весьма эффективны в широком диапазоне критериев и для различных задач.

Интеграция (объединение) МАИ и МВС, предлагаемое в работе, достаточно очевидно, т.к. критерии в МАИ и МВС – это факторы, важные для решения проблемы: веса критериев на каждом уровне (ветви) древовидной иерархической структуры метода взвешенных сумм предлагается определять с использованием матриц парных сравнений МАИ.

Метод матрицы решений позволяет учитывать так называемые «варианты внешних условий», относящиеся к прогнозируемому бу-

дущему [4, 9]. В этом методе критериями называются правила выбора лучшей альтернативы. То есть термин «критерий» здесь имеет смысл, который существенно отличается от смысла термина «критерий» в МАИ/МАС и МВС. В методе матрицы решений критерий – это формула или алгоритм. Разработан ряд таких критериев. Это критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица, Лапласа, Байеса-Лапласа, Ходжа-Леманна, Гермейера и другие [1, 4, 6, 8]. Задача выбора лучшего для конкретной задачи критерия представляет самостоятельную проблему.

С точки зрения теории, да и практических приложений, более интересно рассмотреть объединение МАИ и ММР.

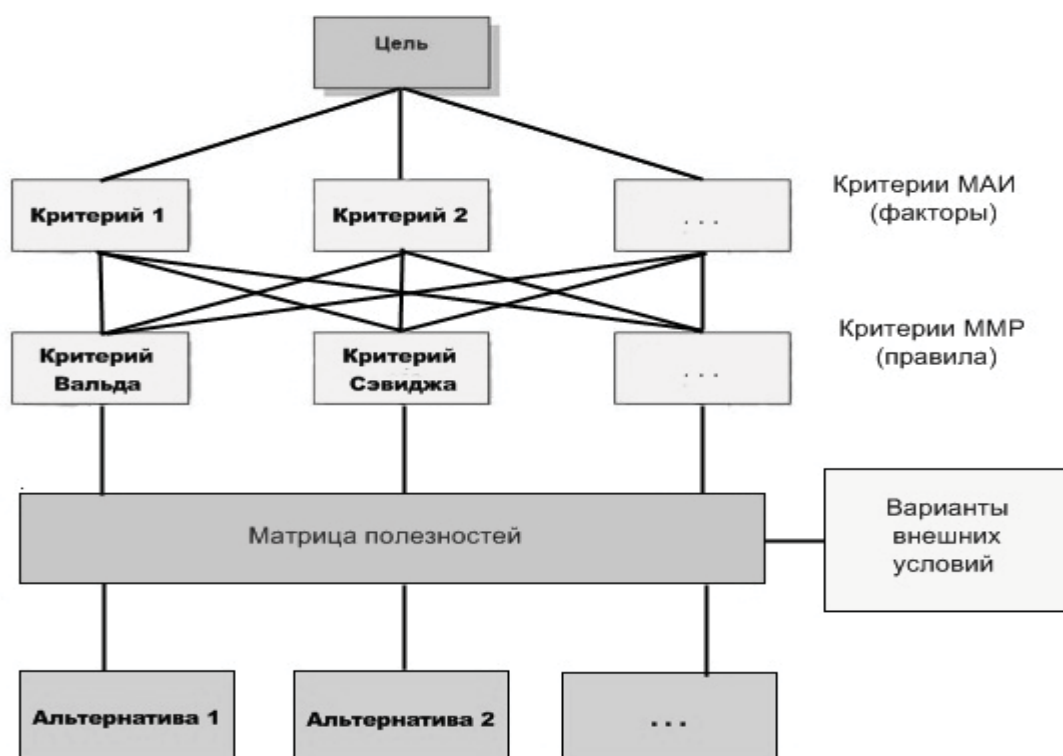


Рисунок 2

Авторами разработана алгоритмическая процедура объединения, включающая следующие этапы:

1. Из библиотеки критериев ММР формируется набор критериев (исходя из целей исследования, существа проблемы и доступных исходных данных). Критериев ММР должно быть не менее двух, исходя из ограничений МАИ – не более 7...10.

2. При нескольких (2...10) критериях МАИ рассчитываются приоритеты этих критериев в соответствии с общей целью. Критерии могут иметь двухуровневую структуру: комплексные – частные. Затем методом анализа иерархий определяются приоритеты критериев ММР по критериям МАИ. Используется шкала Т. Л. Саати 1-9.

3. Формируется матрица решений: набор рассматриваемых альтернатив  $A_i$ , набор вариантов внешних условий  $V_j$ ; вероятности наступления  $V_j$ , параметры риска и доверия (для соответствующих критериев при наличии информации).

4. Рассчитывается по методикам (или оценивается экспертно) матрица полезностей  $\|u_{ij}\|_{m \times n}$ , где  $m$  – число альтернатив,  $n$  – число вариантов внешних условий.

5. Рассчитываются обобщённые полезности  $u_i$  альтернатив  $A_i$  для всех выбранных критериев. Обобщённые полезности – это все действия в критерии ММР, относящиеся к строке  $i$ . Все, кроме последнего, – выбора лучшей обобщённой полезности (между строками).

6. Альтернативы сравниваются методом анализа иерархий попарно в шкале отношений по каждому из выбранных критериев ММР. Рассчитываются локальные приоритеты матриц парных сравнений альтернатив по критериям ММР.

7. Методом анализа иерархий синтезируются глобальные приоритеты альтернатив.

8. Глобальные приоритеты альтернатив – это решение задачи, позволяющее выбрать лучшую альтернативу по совокупности критериев ММР с использованием матрицы внешних условий. При необходимости это решение может быть сравнено с выбранными критериями ММР.

При наличии в структуре проблемы зависимостей и обратных связей вместо метода анализа иерархий (МАИ) следует использовать метод анализа сетей (МАС).

### Пример работы алгоритма

#### I. Постановка задачи

Цель: определить оптимальную величину закупаемого сырья, при минимизации затрат и максимизации прибыли.

Критерии:

1. Размер издержек, связанных со складированием этого сырья (К1)
2. Расходы, связанные с размещением заказа на приобретаемое сырьё (К2)

Альтернативы:

1. Закупить минимально необходимый объём сырья (на 1 оборотный цикл) – А1
2. Закупить сырьё на 2 оборотных цикла – А2
3. Закупить сырьё на 4 оборотных цикла – А3

Варианты внешних условий:

1. Цена на сырьё упадёт – В1
2. Цена на сырьё не изменится – В2
3. Цена на сырьё вырастет – В3

#### II. Решение

1. Матрица полезностей

	В1	В2	В3
А1	115	90	65
А2	50	91	145
А3	20	92	175
Рj	0,10	0,30	0,60

2. Критерии ММР (критерии, учитывающие вероятности наступления вариантов внешних условий):

1) Критерий Байеса — Лапласа (BL)

$$u = \max_i \left( \sum_{j=1}^n u_{ij} p_j \right)$$

2) Критерий Ходжа – Лемана (HL) (при

$$v = 0,6) \quad u = \max_i \left( v \sum_{j=1}^n u_{ij} p_j + (1-v) \min_j u_{ij} \right)$$

3) Критерий Гермейера (G)

$$u = \max_i \min_j u_{ij} p_j$$

3. Рассчитаем приоритеты критериев К1 и К2 (МАИ):

	К1	К2	$\sqrt[3]{\frac{\Pi}{j}}$	$\frac{N}{i}$
К1	1,00	3,00	1,73	0,75
К2	0,33	1,00	0,58	0,25

4. Рассчитаем методом анализа иерархий приоритеты критериев ММР по критериям К1 и К2:

1) МПС критериев ММР по К1

2) МПС критериев ММР по К2

	BL	HL	G	$\sqrt[3]{\frac{\Pi}{j}}$	$\frac{N}{i}$
BL	1,00	0,50	2,00	1,00	0,29
HL	2,00	1,00	4,00	2,00	0,57
G	0,50	0,25	1,00	0,50	0,14

	BL	HL	G	$\sqrt[3]{\frac{\Pi}{j}}$	$\frac{N}{i}$
BL	1,00	2,00	4,00	2,00	0,57
HL	0,50	1,00	2,00	1,00	0,29
G	0,25	0,50	1,00	0,50	0,14

3) Найдём приоритеты критериев ММР:

$$\text{Пр.}(BL) = 0,75 \times 0,29 + 0,25 \times 0,57 = 0,36$$

$$\text{Пр.}(HL) = 0,75 \times 0,57 + 0,25 \times 0,29 = 0,5$$

$$\text{Пр.}(G) = 0,75 \times 0,14 + 0,25 \times 0,14 = 0,14$$

5. Рассчитаем обобщённые полезности альтернатив А1 – А3 для всех выбранных критериев ММР:

	B1	B2	B3	BL	HL	G
A1	115	90	65	77,50	72,50	11,50
A2	50	91	145	119,30	91,58	5,00
A3	20	92	175	134,60	88,76	2,00
p <sub>j</sub>	0,10	0,30	0,60			

$$u_i(BL) = \sum_{j=1}^n u_{ij} p_j$$

$$u_i(HL) = v \sum_{j=1}^n u_{ij} p_j + (1-v) \min_j u_{ij}$$

$$u_i(G) = \min_j u_{ij} p_j$$

6. Сравним

альтернативы методом

анализа иерархий попарно в шкале отношений по каждому из выбранных критериев ММР:



## 1) МПС по критерию Байеса – Лапласа (BL)

	A1	A2	A3	$\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$	N i
A1	1	77,5/119,3	77,5/134,6	0,72	0,23
A2	119,3/77,5	1	119,3/134,6	1,11	0,36
A3	134,6/77,5	134,6/119,3	1	1,25	0,41

## 2) МПС по критерию Ходжа – Лемана (HL)

	A1	A2	A3	$\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$	N i
A1	1	72,5/91,58	72,5/88,76	0,86	0,29
A2	91,58/72,5	1	91,58/88,76	1,09	0,36
A3	88,76/72,5	88,76/91,58	1	1,06	0,35

## 3) МПС по критерию Гермейера (G)

	A1	A2	A3	$\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$	N i
A1	1	11,5/5	11,5/2	2,36	0,62
A2	5/11,5	1	5/2	1,03	0,27
A3	2/11,5	2/5	1	0,41	0,11

7. Методом анализа иерархий синтезируем глобальные приоритеты альтернатив:

$$\text{Гл. Пр. (A1)} = 0,36 \times 0,23 + 0,5 \times 0,29 + 0,14 \times 0,62 = 0,316$$

$$\text{Гл. Пр. (A2)} = 0,36 \times 0,36 + 0,5 \times 0,36 + 0,14 \times 0,27 = 0,348$$

$$\text{Гл. Пр. (A3)} = 0,36 \times 0,41 + 0,5 \times 0,35 + 0,14 \times 0,11 = 0,336$$

**III. Вывод:**

Альтернатива №2 (закупка сырья объёмом на 2 цикла) является оптимальным вариантом.

Но, если проанализировать результаты по критериям ММР в отдельности, то можно увидеть, что каждый из этих критериев даёт разный результат. Таким образом, если бы приоритеты критериев

ММР имели иные значения, то в результате оптимальным вариантом могла бы оказаться другая альтернатива.

### **Многокритериальный подход к проблеме диагностики**

Т.Л. Саати разработал многокритериальный подход, основанный на методе анализа сетей (МАС) [3].

Подход к диагностике, разработанный Т.Л. Саати базируется на его же методах: анализа иерархий и анализа сетей. Он включает две задачи:

1) определение вероятности диагнозов (D), рассматриваемых как альтернативы по совокупности симптомов (S);

2) выбор метода (методов) лечения (A) из множества альтернативных методов.

Как видно – это многокритериальная методология. Отметим, что в своей теоретической основе не базируется явно на понятии условной вероятности и статистике (как байесовский подход), но позволяет объединить данные статистики с экспертными оценками индивидуальных особенностей рассматриваемой проблемы. Это особенно ценно для управления качеством.

В этом многокритериальном подходе экспертные суждения по схеме парных сравнений МАИ заменяют и (или) дополняют условные вероятности. Если же условные вероятности известны и надёжны, то они могут использоваться вместо суждений в матрицах парных сравнений.

Т.Л. Саати доказал, что при отсутствии зависимостей между признаками (симптомами), приоритеты в предельной суперматрице совпадают с результатами вычислений по формуле Байеса в матричной форме. Но при наличии горизонтальных и обратных зависимостей теорема Байеса не даёт корректных ответов в диагностике.

Методология МАИ/МАС позволяет уйти от комбинаторных проблем с огромным числом сочетаний признаков. В практическом плане этот подход представляет собой компромисс между байесовским подходом, требующим для диагностики статистических данных и

«субъективным» экспертным подходом, когда специалисты используют информацию из различных источников, личный опыт и знания, эксперимент и статистику.

Авторами разработана сетевая модель динамической диагностики, развивающая подход Т.Л. Саати. Учитывается, что в процессе лечения (устранения технологической проблемы) и диагностики (D) и симптомы (S) зависят от альтернативных методов лечения (A): симптомы после применения выбранного метода меняются, диагнозы уточняются.

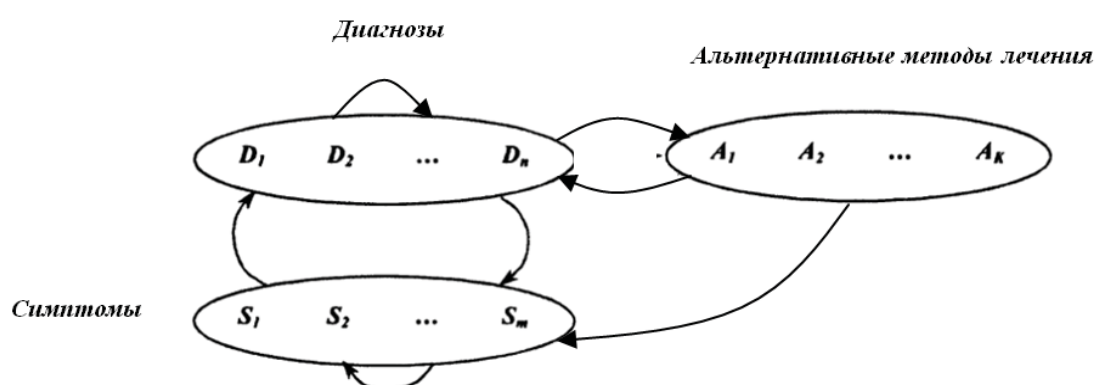


Рисунок 3 - «Схема динамической диагностики»

Компонент	Блок (узел)	Диагнозы			Симптомы		Альтернативы	
		d1	d2	d3	s1	s2	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
Диагнозы	d1	0,200	0,143	0,250	0,333	0,250	0,200	0,300
	d2	0,648	0,200	0,167	0,167	0,143	0,500	0,200
	d3	0,152	0,657	0,583	0,500	0,607	0,300	0,500
Симптомы	s1	0,900	0,833	0,166	0,100	0,500	0,333	0,125
	s2	0,100	0,167	0,834	0,900	0,500	0,667	0,875
Альтернативы	A <sub>1</sub>	0,143	0,200	0,111	0,000	0,000	0,000	0,000
	A <sub>2</sub>	0,857	0,800	0,889	0,000	0,000	0,000	0,000

Рисунок 4 - «Пример суперматрицы динамической диагностики»

В свою очередь сами методы зависят от изменяющихся симптомов и диагнозов: происходит расширение-сжатие множества альтернативных методов. Образуется обратная связь адаптивного управления на основе многокритериального анализа: диаграммы причин и результатов позволяют определить структуру влияний, в то время как диаграммы Парето позволяют выявить ведущие факторы, а метод анализа сетей количественно оценить интенсивности влияний, выбрать лучшую технологию. При многоходовом выборе методы МАИ и МАС могут быть дополнены деревом решений, характеристики которого определяются на основе статистики и многокритериального анализа методами МАИ и МАС.

### **Выводы**

Предлагаемая комплексная методология интеграции МКА на основе разработанных алгоритмов многокритериальной диагностики реализуется в виде системы поддержки принятия решений (СППР) для решения практических и учебных задач.

Перспективно развитие исследований по следующим направлениям, работа над которыми ведется: пополнение библиотеки СППР методами, как известными по публикациям, так оригинальными, разработанными авторами; дальнейшее развитие комбинированного метода МАИ/МАС + ММР + МВС. В направлении прикладных задач - такие задачи, как многокритериальная оценка эффективности проектов на основе метода анализа иерархий: методология ВОСР + инвестиционное проектирование (ВОС) + тактический выбор (R); многокритериальная диагностика на основе метода анализа сетей.

Проводятся также исследования, направленные на интеграцию в единой программной среде многокритериальных методов и методов нечёткого вывода. Накоплен теоретический потенциал для создания веб-контента ОСППР с учебной литературой, методическими указаниями, примерами и т.п. Проводится улучшение интерфейса и расширение возможностей по визуализации результатов.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987.
2. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. М.: Наука, 1979. – 200 с.
3. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 360 с.
4. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. – М.: Мир, 1990. – 208 с.
5. Катренко А.В. Системний аналіз: Підручник. – Львів: «Новий Світ – 2000», 2009. – 396 с.
6. Сорока К.О. Основы теории систем і системного аналізу: Навч. посібник. – Х.: Тимченко, 2005. – 288 с.
7. Хомяков П.М. Системный анализ: Экспресс-курс лекций: Учебное пособие / Под ред. В.П. Прохорова. Изд. 4-е. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 216 с.
8. Коваленко И.И., Гожий А.П. Системные технологии генерации и анализа сценариев: Монография. – Николаев: Изд-во НГГУ им. Петра Могилы, 2006. – 160с.
9. Микони С. В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив : учебное пособие. – СПб.: Изд.-во «Лань», 2009. – 272с.