УДК 539.3

В.М. Ахундов, Т.А. Скрипочка

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВАРНОГО РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКОГО ШАРНИРА. ОСЕВОЙ СДВИГ

В задаче об осевом сдвиге цилиндрического тела моделируется деформационное поведение цилиндрического шарнира под воздействием взаимно уравновешенных осевых сил, приложенных к его внутренней и наружной металлическим обоймам.

Ключевые слова: тело цилиндрическое, деформации большие, сдвиг осевой материал эластомерный

Деформация осевого сдвига цилиндра нашла свое рассмотрение в [1–3]. В этих работах представлены основные соотношения данной деформации цилиндрического тела из несжимаемого эластомерного материала и результаты, полученные на их основе. В настоящей статье приводятся результаты изучения деформации осевого сдвига полого цилиндра из эластомерного материала с учетом его сжимаемости.

1. Постановка задачи. Достаточно длинное цилиндрическое тело с поперечным сечением круглой кольцевой формы с радиусами внутренней и наружной поверхностей $r = a$ и $r = b$ находится в условиях осевого сдвига (рис. 1). Деформация осевого сдвига обусловливается перемещением $\hat{u}_{1b}$ наружной поверхности цилиндра относительно внутренней вдоль его осевой линии. Деформация растяжения или сжатия задается кратностью $\hat{L}$ удлинения цилиндра.

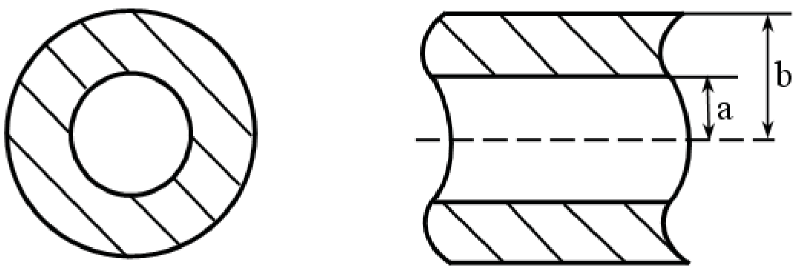

Рисунок 1 - Поперечное и продольное сечения цилиндра в исходном состоянии

Условия симметрии задачи приводят к нелинейным зависимостям осевой $\hat{u}_{(1)}$ и радиальной $\hat{u}_{(3)}$ компонент по радиальной координате r и к нулевому значению окружной компоненты $\hat{u}_{(2)}$ вектора перемещений:

$$\hat{u}_{(1)} = \hat{u}_{(1)}(r),\ \hat{u}_{(2)} = 0,\ \hat{u}_{(3)} = \hat{u}_{(3)}(r).$$

На рис. 2 представлена схема компонент $\hat{u}_{(1)}$ и $\hat{u}_{(3)}$ перемещений r− координатной линии относительно отсчетной системы координат. В результате данных перемещений материальные отрезки цилиндра с радиальной ориентацией трансформируются в кривые линии, расположенные в меридиональных плоскостях.

Уравнения математической модели осевого сдвига цилиндра построили исходя из общих соотношений нелинейной механики упруго деформируемого тела [3]. В итоге получили разрешающую систему обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка относительно основных искомых величин.

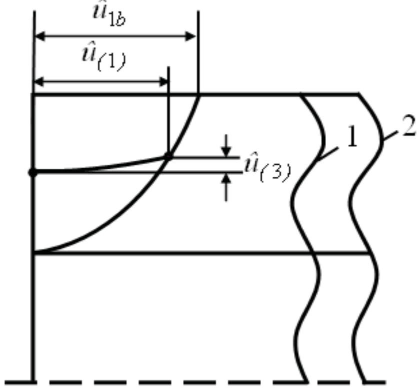

Рисунок 2 - Схема компонент $\hat{u}_{(1)}$ и $\hat{u}_{(3)}$ перемещений r−координатной линии относительно отсчетной системы координат: (1) и (2) – осевые сечения цилиндра в исходном и деформированном состояниях

В качестве основных искомых величин принимали осевую $\hat{u}_{(1)}$ и радиальную $\hat{u}_{(3)}$ компоненты вектора перемещений, касательное $\hat{p}_{31}$ и нормальное $\hat{p}_{33}$ напряжения в цилиндрических поверхностях тела.

2. Методы исследования. В основу численного решения задачи об осевом сдвиге цилиндра положили метод конечных разностей.

 ISSN 1562-9945

Производные первого порядка от основных величин, содержащиеся в уравнениях решаемой краевой задачи аппроксимировали с помощью конечно–разностных соотношений второго порядка точности. С привлечением соответствующих граничных условий в итоге формируется система нелинейных уравнений относительно значений основных искомых величин в узловых точках интервала краевой задачи $a \le r \le b$. Полученная система уравнений решается на основе процедуры дискретного метода Ньютона [4]. Решение краевой задачи производится поэтапно на основе продолжения по осевому перемещению $\hat{u}_{1b}$ наружной лицевой поверхности относительно внутренней.

3. Результаты исследования. Проведены исследования деформации осевого сдвига цилиндра, жестко связанного с недеформируемыми обоймами. Исходная конфигурация цилиндра характеризуется радиусами внутренней $a = 100$ мм и наружной $b = 200$ мм поверхностей, находящихся в жестком контакте с соответствующими поверхностями обойм – втулок. Резиновый материал цилиндра описывали с помощью трехконстантного потенциала Левинсона–Буржеса [5] с упругими параметрами $E_m =$ 4 МПа, $\nu_m = 0{,}49$, $\beta_m = 1$. Нагружение цилиндра задавали, изменяя величину осевого перемещения наружной поверхности цилиндра относительно внутренней в диапазоне $0 \le \hat{u}_{1b} \le 100$ мм.

$$W_m = \frac{E_m}{4(1+\nu_m)}\left[\beta_m(I_1 - 3) + (1-\beta_m)\left(I_2 I_3^{-1} - 3\right) + 2(1-2\beta_m)(\sqrt{I_3} - 1)\right] + \\ + \left(2\beta_m + \frac{4\nu_m - 1}{1 - 2\nu_m}\right)\left(\sqrt{I_3} - 1\right)^2$$

На рис. 3 показана деформация меридиональных сечений цилиндра при перемещениях наружной поверхности $\hat{u}_{1b} = 20$ мм, 40 мм, ..., 100 мм. Деформация меридиональных сечений имеет место как результат их перемещений $\hat{u}_{(1)}$ и $\hat{u}_{(3)}$ и представляется кривыми линиями в этих же сечениях, в которые трансформируются материальные отрезки с радиальной ориентацией в исходном состоянии. Кривые линии, берущие свое начало на радиальном отрезке, представляют собой траектории перемещения материальных точек r=120 мм, 140 мм, ..., 200 мм при деформировании цилиндра в диапазоне сдвигового перемещения $0 \le u_{1b} \le 100$ мм.

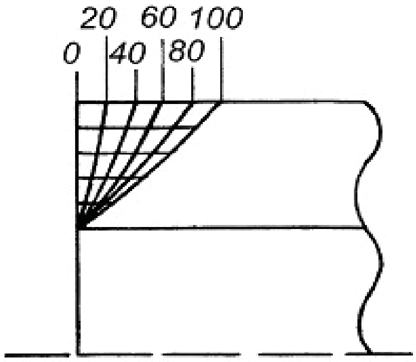

Рисунок 3 - Деформация меридиональных сечений цилиндра при перемещениях наружной поверхности $\hat{u}_{1b}$=20мм, 40мм, ..., 100мм

На рис. 4 изображены зависимости для кратностей удлинений цилиндра $\hat{\lambda}_2$(кривые 1) и $\hat{\lambda}_3$(кривые 2) в окружном и радиальном направлениях. Кратность удлинений $\hat{\phi}-$ координатных линий (окружностей) на внутренней $r=a$ и наружной $r=b$ поверхностях цилиндров $\hat{\lambda}_2=1$. Для внутренних точек цилиндра $a<r<b$ окружная деформация однородного цилиндра также $\hat{\lambda}_2$=1. Это означает, что радиальные перемещения $\hat{u}_{(3)}=\hat{r}-r$ для однородного цилиндра отсутствуют. Радиальная деформация $\hat{\lambda}_3$ цилиндра монотонно уменьшается в направлении от внутренней поверхности $r=a$ к наружной $r=b$. При этом данная деформация изменяется в диапазоне $1{,}76 \le \hat{\lambda}_3 \le 1{,}23$.

На рис. 5 показаны изменения по толщине стенки цилиндра нормальных напряжений $\hat{p}_{11}^{-}$ (кривая 1) и $\hat{p}_{22}^{-}$ (кривая 2) в плоскостях поперечного и меридионального сечений, а также нормального $\hat{p}_{33}^{-}$(кривая 3) и касательного $\hat{p}_{31}^{-}$ (кривая 4) напряжений в поверхности цилиндрического сечения деформированного цилиндра. Окружное $\hat{p}_{22}^{-}$ и радиальное $\hat{p}_{33}^{-}$ напряжения равняются нулю. Осевое напряжение $\hat{p}_{11}$ является также всюду растягивающим и убывает в направлении от внутренней поверхности к наружной. Убывает и касательное напряжение по направлению к наружной поверхности. Значение касательного напряжения $\hat{p}_{31}$ на внутренней поверхности в 2 раза превосходит значение этого же напряжения в наружной поверхности в соответствии с соотношением радиусов граничных поверхностей $b / a = 2$.

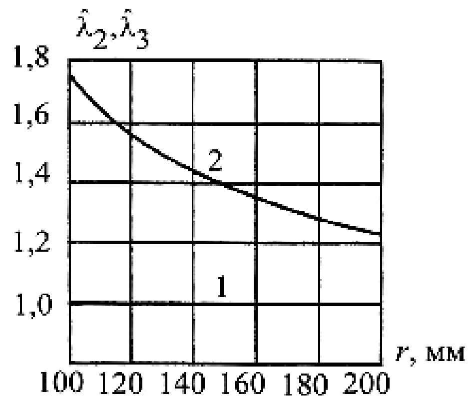

Рисунок 4 - Изменения по толщине стенки цилиндра кратностей удлинений $\hat{\lambda}_2$(1) и $\hat{\lambda}_3$(2) в окружном и радиальном направлениях

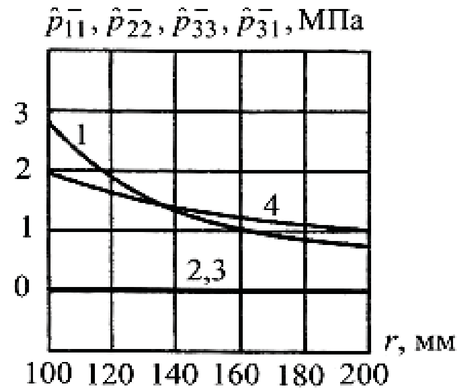

Рисунок 5 - Изменения по толщине стенки цилиндра нормальных $\hat{p}_{11}$(1), $\hat{p}_{22}$(2), $\hat{p}_{33}$(3) и касательного $\hat{p}_{31}$ (4) напряжений

На рис. 6 (а) показано изменение удельной силы сдвига $\hat{F}_c = 2\pi \hat{r} \hat{p}_{3\bar{1}}$ в зависимости от величины осевого смещения. Сила сдвига прямо пропорциональна осевому смещению $\hat{u}_{1b}$ на всем интервале значений $0 \le \hat{u}_{1b} \le 100$мм.

На рис. 6 (б) показано изменение осевой силы в поперечных сечениях цилиндра $\hat{F} = \int_a^b 2\pi \hat{r} \hat{p}_{1\bar{1}} d\hat{r}$ в зависимости от величины смещения $\hat{u}_{1b}$ наружной поверхности цилиндра относительно внутренней. Осевая сила $\hat{F}$ и удельная сила сдвига $\hat{F}_c$ связаны соотношением $\hat{F} = \hat{F}_c \cdot \hat{u}_{1b}$, которое вытекает из условия равновесия части цилиндрического тела, заключенной между поперечными эйлеровой и лагранжевой поверхностями. Сила сдвига $\hat{F}_c$ прямо пропорциональна осевому смещению $\hat{u}_{1b}$ на всем интервале значений $0 \le \hat{u}_{1b} \le 100$мм. Осевая сила F является силой растяжения. На всем интервале $0 \le \hat{u}_{1b} \le 100$мм сила $\hat{F}$ прямо пропорциональна квадрату осевого смещения $\hat{u}_{1b}$. Это является следствием прямо пропорциональной зависимости силы сдвига $\hat{F}_c$ от $\hat{u}_{1b}$.

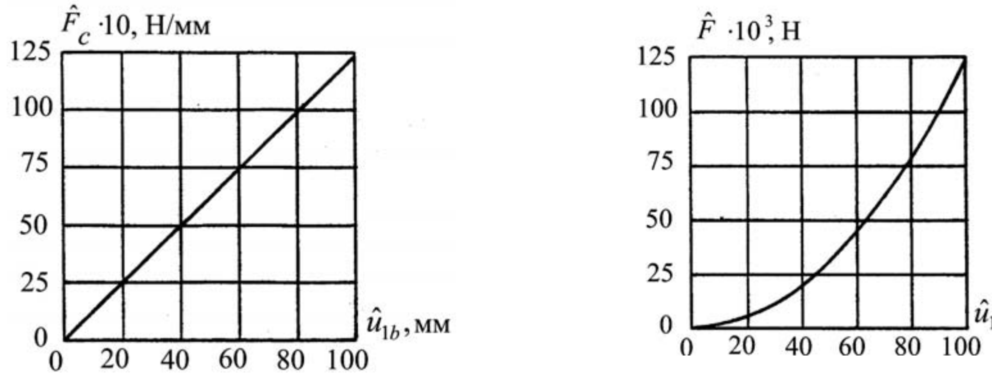

Рисунок 6 - Изменения удельой силы сдвига $\hat{F}_c$ (а) и осевой силы $\hat{F}$ (б) в поперечном сечении цилиндра в зависимости от величины смещения $\hat{u}_{1b}$ его наружной поверхности относительно внутренней

4. Выводы. Получены уравнения эластичного цилиндра при больших деформациях осевого сдвига. На базе этих уравнений проведены исследования резинового цилиндра, жестко связанного с недеформируемыми обоймами. Выявляется деформационная характеристика цилиндра, определяющая силу осевого сдвига в зависимости от взаимного смещения в осевом направлении наружной и внутренней поверхностей цилиндра. Эта характеристика линейная на рассмотренном интервале значений смещения. Результирующая осевая сила в поперечных сечениях находится в квадратичной зависимости от сдвигового смещения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бидерман В.Л. Расчеты резиновых и резино–кордных деталей / Под ред. С.Д. Пономарева. – В кн.: Расчеты на прочность в машиностроении. Т.2.– М.: Машиностроение, 1958. – 975 с.
2. Дымников С.И. Расчет сдвиговой жесткости резино–металлического шарнира при сдвиге и скручивании // Каучук и резина. – 1975. – № 4. – С. 36–38.
3. Черных К.Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах. – Л.: Машиностроение, 1986. – 336 с.
4. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – М.: Мир, 1975. – 558 с.
5. Levinson M., Burgess I.W. A comparison of some simple constitutive relations for slightly compressible rubber–like materials // Int. J. Mech. Sci. – 1971. – Vol. 13. – P. 563–572.

 ISSN 1562-9945