УДК 621.391

О.О. Дробахин, С.Г. Лебедев

# ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ ПУТЕМ МИНИМИЗАЦИИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ, ПОСТРОЕННОЙ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛА КВАЗИДЛИТЕЛЬНОСТИ

Аннотация. Предложен метод оценки частоты синусоидального сигнала при наличии выбросов в данных. Оценка частоты производится на основе коэффициентов линейного предсказания, полученных путем минимизации функционала квазидлительности с применением генетических алгоритмов.

Ключевые слова: генетические алгоритмы, функционал квазидлительности, импульсные помехи, линейное предсказание

**Постановка проблемы.** Оценка значения частоты синусоиды возникает во многих приложениях. Одним из них является определение частоты вибраций по данным бесконтактных измерений с помощью СВЧ методов. Другим типичным приложением является определение доплеровской частоты в радиолокации малоскоростных целей, например, в технологической радиолокации для определения скорости движения элементов оборудования. При этом и в первом, и во втором случаях одним из наиболее важных критериев выбора алгоритма оценивания является его корректная работа, как в условиях гауссовского шума, так и при наличии импульсных помех.

**Анализ публикаций по теме исследования.** Для определения частот гармонического сигнала наиболее широко используются метод Прони [1] и метод пучка матриц [2], они применимы в случае гауссовского шума и могут работать с сигналом, состоящим из нескольких компонент, но наличие импульсных помех приводит к появлению некорректных результатов. Оценка частоты одной компоненты возможна так же и с помощью квазиоптимального алгоритма оценки частоты сигнала, полученного на основе модели авторегрессии–скользящего среднего с использованием метода максимального правдоподобия при допущении независимости значений порождающего




ISSN 1562-9945

процесса и малом уровне шума [3]. Он прост в реализации и требует незначительных вычислительных ресурсов. Этот метод используется при наличии гауссовского шума или импульсных выбросов, но для случая комбинации этих двух видов помехи результаты значительно ухудшаются.

**Формулирование целей статьи.** Обеспечение высокой точности оценки частоты уединенной гармонической компоненты при наличии как аддитивного гауссовского шума, так и импульсной помехи.

**Основная часть.** Рассматриваемый сигнал имеет вид

$$y_n = \cos(2\pi f n) \tag{1}$$

Уравнения линейного предсказания для сигнала (1) имеют такой же вид, как и в методе Прони:

$$\begin{aligned} a_1 y_2 + a_2 y_1 + y_0 &= e_0 \\ a_1 y_3 + a_2 y_2 + y_1 &= e_1 \\ &\dots \end{aligned} \tag{2}$$

где $a_1$ и $a_2$ - коэффициенты линейного предсказания, $e_i$ - ошибки, зависящие от искажений сигнала и от правильности определения коэффициентов линейного предсказания.

Из-за вещественности сигнала (1) и отсутствия затухания коэффициент $a_1$ всегда равен единице, поэтому достаточно найти только $a_2$. Подставляя (1) в первое уравнение из (2), считая что $e_0 = 0$, получаем:

$$\cos(4\pi f) + \cos(2\pi f) a_2 + 1 = 0 \tag{3}$$

Решая это уравнение, находим следующие значения частоты $f$:

$$f = \frac{1}{2\pi} \arccos\left(-\frac{a_2}{2}\right) \tag{4}$$

Известно, что метод Прони дает коэффициенты линейного предсказания, полученные по методу наименьших квадратов [1]. Это равносильно минимизации ошибки с квадратичной целевой функцией:

$$\rho_i = e_i^2 \tag{5}$$

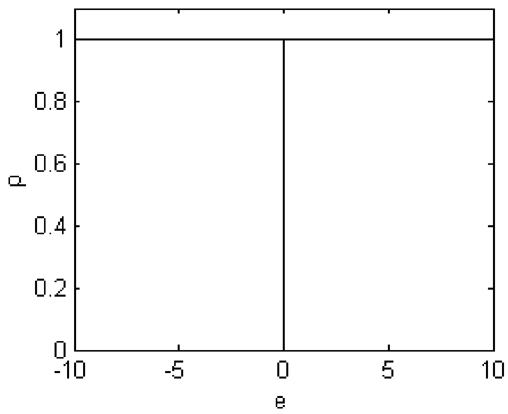
Такой подход является оптимальным при наличии гауссовского шума. Если же сигнал искажается импульсными помехами, то квадратичная целевая функция перестает быть оптимальной. При наличии единичных выбросов и отсутствии других видов искажений наилучшим вариантом будет использование следующей функции (рис. 1a):

$$\rho_i = \begin{cases} 0, & e_i = 0 \\ 1, & e_i \neq 0 \end{cases} \qquad (6)$$

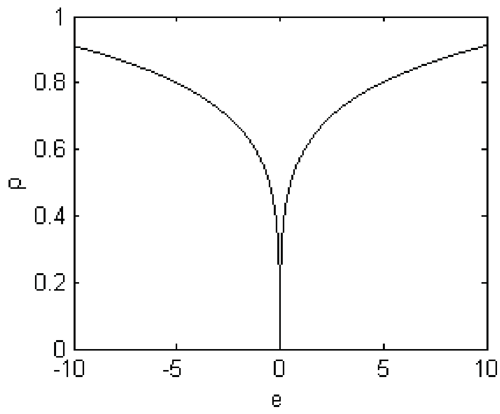
Но минимизацию в таком случае проводить сложно, поэтому заменим ее функционалом квазидлительности (рис. 1b) [4]:

$$\rho_i = \left(e_i^2 + \sigma^2\right)^{\beta} - \sigma^{2\beta} \qquad (7)$$

где $e_i$ - ошибка, $\sigma$ - СКВ шума, $\beta$ - подстроечный параметр, который чаще всего равен 1/16. Параметр $\sigma$ дает возможность использовать функционал квазидлительности при наличии гауссовского шума.




a




b

Рисунок 1 - Робастные целевые функции

Для демонстрации особенностей использования различных целевых функций сформируем сигнал с помощью уравнения (1). Количество отсчетов возьмем равным 11, амплитуда сигнала равна 1, нормированная частота равна 0.4. Добавим сюда два выброса: в третьем отсчете, равный 3, и в седьмом отсчете, равный -2. На рис. 2 видна зависимость суммы квадратичной функции ошибки (5) и функционала квазидлительности (7) от точности определения коэффициента $a_2$.

Очевидно, что при наличии выбросов минимизация квадратичной целевой функции даст смещенное значение коэффициента линейного предсказания. В то же время использование функционала квазидлительности дает минимум несмещенный относительно истинного значения $a_2$, но кроме глобального минимума, появляются еще и локальные минимумы, что затрудняет применение обычных методов минимизации. Для решения этой проблемы были использованы гене-

 ISSN 1562-9945

тические алгоритмы, с последующей минимизацией результата с помощью симплекс-метода Нелдера-Мида [5].

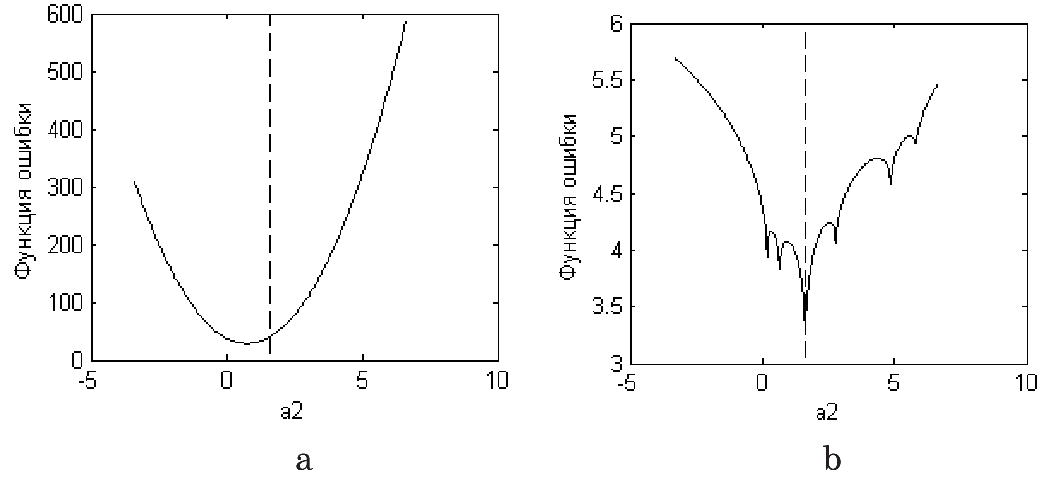
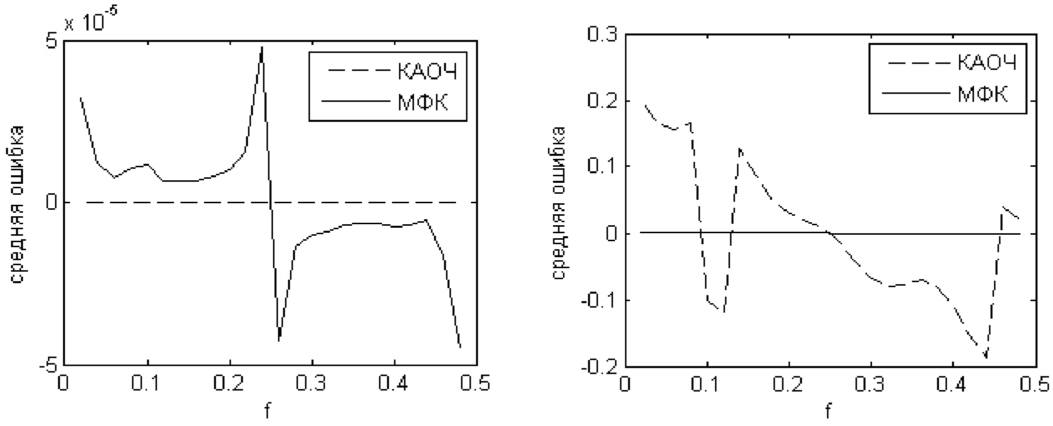



Рисунок 2 - Зависимость суммы квадратичной функции ошибки (a) и функционала квазидлительности (b) от коэффициента $a_2$ при заданном сигнале с двумя импульсными выбросами. Пунктиром обозначено истинное положение $a_2$

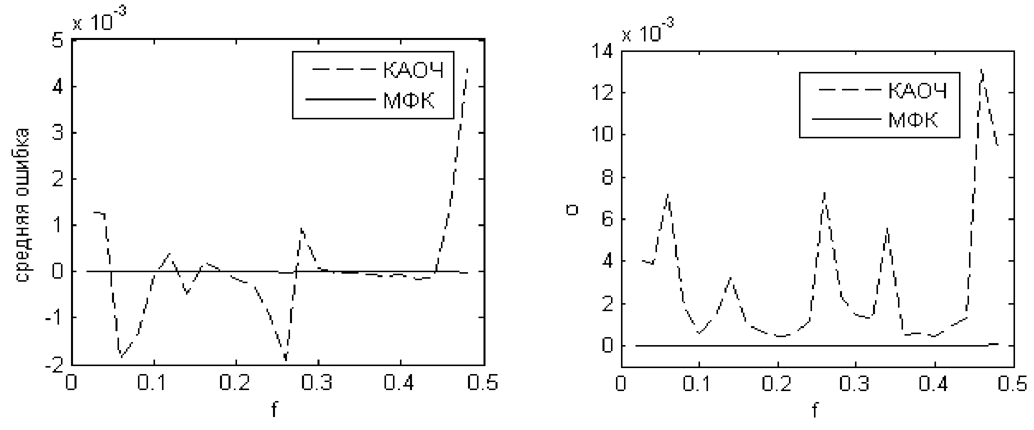
Для исследования разработанного метода возьмем сигнал, сформированный на основе формулы (1) длиной 20 отсчетов и с единичной амплитудой. Популяция генетического алгоритма равна 50, количество поколений – 100. В целевой функции 7, параметр сигма равен 0.01, меньшие значения этого параметра делают зависимость функционала квазидлительности от ошибки (рис. 1b) более острой, что усложняет нахождение минимума. Сравнение производится с квазиоптимальным алгоритмом оценки частоты сигнала из [3]. На рис. 3 приведена зависимость ошибки нахождения частоты синусоиды от истинной частоты сигнала. Гауссовский шум в сигнале отсутствует. На рис. 3а показан случай с двумя выбросами $y_6 = 10$, $y_{12} = -7$. Очевидно, что использование генетических алгоритмов дает несколько худшие результаты, чем метод максимального правдоподобия, но порядок ошибки $10^{-4}$ незначительный, причина ошибок в ограничении количества итераций при использовании симплекс–метода для уточнения результата. Если расстояние между выбросами взять равное двум ($y_6 = 10$, $y_8 = -7$), то использование квазиоптимального алгоритма оценки частоты сигнала приводит к некорректным результатам, как и указывается в [3], а минимизация функционала квазидлительности дает такие же результаты, как и в предыдущем случае (рис. 3b).




a b

Рисунок 3 - Зависимость ошибки определения частоты сигнала от истинной частоты с помощью квазиоптимального алгоритма оценки частоты (КАОЧ) и минимизации функционала квазидлительности с помощью генетических алгоритмов (МФК). Расстояние между выбросами больше двух отсчетов (a), равно двум (b)

Добавим к исходному сигналу один выброс $y_6 = 10$, а так же гауссовский шум с СКВ 0.01. Усреднение значений оценки частоты было проведено по десяти реализациям. Средняя и средняя квадратичная ошибки приведены на рис. 4.




a b

Рисунок 4 - Зависимость средней ошибки (a) и средней квадратичной ошибки (b) определения частоты сигнала от истинной частоты с помощью квазиоптимального алгоритма оценки частоты (КАОЧ) и минимизации функционала квазидлительности с помощью генетических алгоритмов (МФК)

Как видно, даже при небольшом шуме определение частоты сигнала, искаженного одним выбросом, с помощью квазиоптимально-

 ISSN 1562-9945

го алгоритма оценки частоты приводит к некорректным результатам. В то же время минимизация функционала правдоподобия дает пренебрежимо малую ошибку.

К недостаткам метода основанного на минимизации функционала квазидлительности следует отнести значительные требования к вычислительным ресурсам.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Разработанный метод минимизации функционала квазидлительноти с помощью генетических алгоритмов позволяет определить частоту синусоидального сигнала искаженного смесью импульсных помех и гауссовского шума. В дальнейших исследованиях следует исследовать метод для нахождения частот сигнала состоящего из двух и более гармонических компонент.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дробахин О.О. Идентификация параметров модели в виде суммы экспоненциальных функций при помощи метода Прони./ О. О. Дробахин // Автометрия. – 1989. - № 4, - С. 36-42.

2. Hua Yingbo. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise. /Yingbo Hua, Tapan K. Sarkar// IEEE Transactions on acoustics speech and signal processing. - Vol 38 NO. 5. - May 1990

3. Прокопенко І. Г. Квазіоптимальна оцінка частоти гармонічного сигналу на обмеженому інтервалі спостереження./ І. Г. Прокопенко, І. П. Омельчук // Електроніка та системи управління. – 2009. - №1(19), С. 39-45.

4. Вовк С. М. Метод минимума длительности для восстановления финитных сигналов./ С. М. Вовк, В. Ф. Борулько// Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1991. – Т. 34, №8 – С. 66-69

5. Haupt, Randy L. Practical Genetic Algorithms / Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt – 2nd ed. // "A Wiley-Interscience publication". – 2004. – 272 p.