УДК 681.876.2

Ю.В. Бабенко, А.И. Михалев

ИССЛЕДОВАНИЕ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КЛАССИЧЕСКОГО И ХАОТИЧЕСКОГО ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧАХ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В работе проведено исследование работы ГА при использовании различных генераторов случайных чисел и приведена сравнительная характеристика классического генетического алгоритма и его модификации, основанной на замене стохастического оператора мутации его хаотическим прототипом.

Ключевые слова: ГА - генетический алгоритм, глобальная оптимизация, генератор псевдослучайных чисел, многоэкстремальная функция, хаотический генератор Лоренца

Введение

При исследовании прикладных задач физики, химии, биологии и других наук, часто возникает необходимость в численном решении задач оптимизации функций одной или многих переменных. К самым известным и популярным аналитическим методам решения оптимизационных задач относятся такие методы, как метод Ньютона, метод сопряженных градиентов, и их многочисленные модификации. Однако их использование для оптимизации многоэкстремальных функций неприемлимо. В этой связи для оптимизации многоэкстремальных функций, а также функций, свойства которых не определены или неизвестны, используют эволюционные алгоритмы [1].

Одним из алгоритмов эволюционного поиска, на практике доказавшего свою эффективность, является генетический алгоритм (ГА), идея которого была выдвинута Дж. Холландом [1]. ГА имитирует основные эволюционные процессы: селекцию, репродукцию и мутацию хромосом. Подобно тому, как в процессе эволюции выживают наиболее приспособленные особи, ГА производит поиск «хороших» хромосом без использования какой-либо дополнительной информации о характере решаемой задачи [2, 3].

Постановка задачи

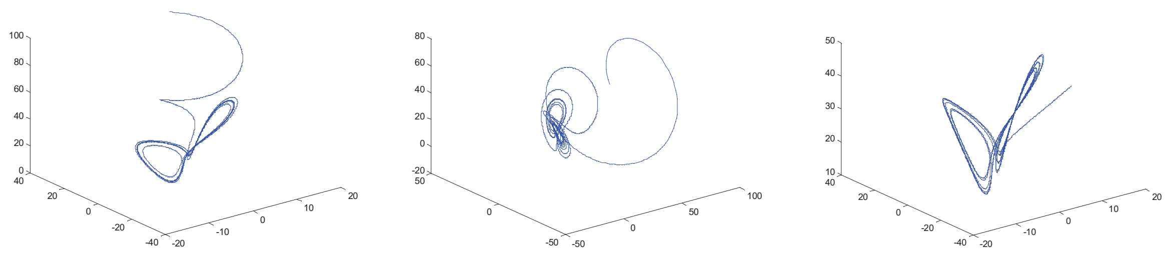
В данной работе ставится задача исследования процессов глобальной оптимизации многоэкстремальных функций при использовании различных генераторов случайных чисел, проводится сравнение классического ГА и его хаотической модификации. В качестве алгоритма решения оптимизационной задачи предлагается использовать классический ГА и ГА с хаотическим механизмом в мутации, именуемый далее как хаотический ГА. Существенная особенность данной модификации заключается в замене оператора мутации на оператор сложения кода особи со взвешенными значениями некоторой хаотической функции [6].

В качестве генерации хаоса, порождающего искомую функцию, был рассмотрен генератор хаоса с аттрактором Лоренца, задаваемый уравнениями:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \dfrac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y, \\ \dfrac{dz}{dt} = xy - \beta z, \end{cases} \tag{1}$$

где x, y, z – переменные, определяющие мгновенное состояние системы, а ρ, σ и β – параметры динамической системы.

Как известно, хаотический генератор Лоренца является 3-мерной динамической системой, которая характеризуется хаотическими потоками, которые известны своими лемнискат - формами [4].



а) б) в)

Рисунок 1 – Хаотический генератор Лоренца с параметрами $\sigma = 10$, $\rho = 28$, $\beta = 8/3$ при разных начальных значениях

Сравнение результатов работы ГА и его хаотической модификации проводилось на следующих многоэкстремальных функциях.

Функция Швефеля:

$$F(x) = 418{,}9829\,n - \sum_{i=1}^{n} x_i \,\mathbf{sin}\sqrt{|x_i|}\,. \tag{2}$$

Здесь координаты $x_1, x_2, ..., x_n$ изменяются в пределах $[-500, 500]$. Известно, что минимум функции Швефеля равен 0 и достигается в точке $x_1 = x_2 = ... = x_n = 420{,}9687$. Локальный минимум, близкий по величине к глобальному минимуму, достигается в точке, одна из координат которой равна -302.5232, а другие – 420.9687. Ниже приведен график функции Швефеля двух переменных.

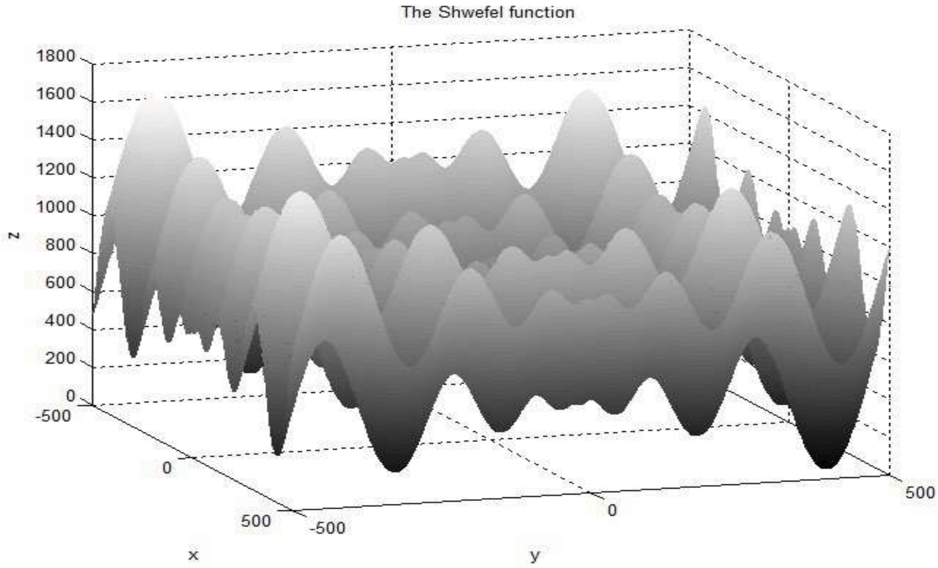


Рисунок 2 – График функции Швефеля двух переменных

Функция Растригина:

$$F(x) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2 - 10\,\mathbf{cos}\,2\pi x_i\right). \tag{3}$$

Здесь n – размерность вектора поиска, а координаты $x_1, x_2, ..., x_n$ точки изменяются в пределах $[-5{,}12, 5{,}12]$. В данном интервале функция Растригина имеет 96 локальных экстремумов. Глобальный минимум находится в точке $x_1 = x_2 = ... = x_n = 0$. Приведем график функции Растригина.

ISSN 1562-9945

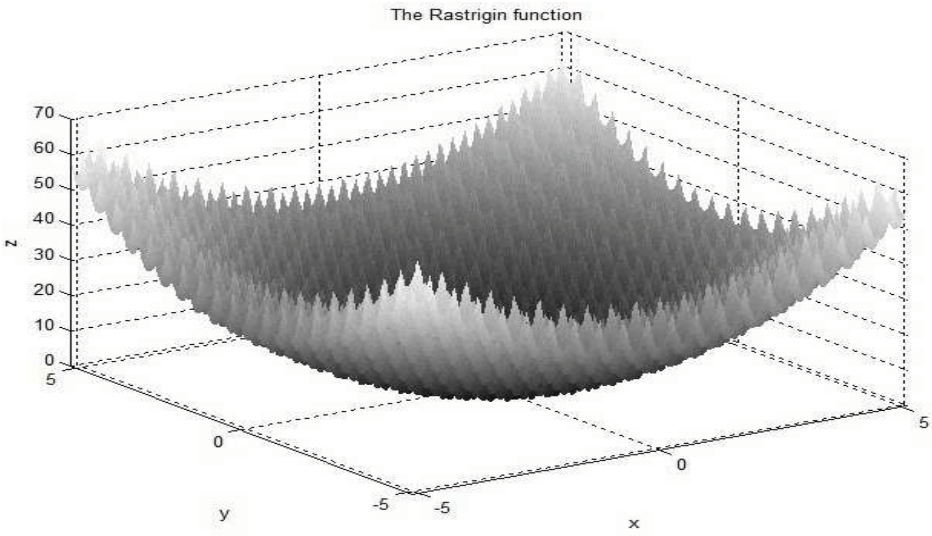


Рисунок 3 – График функции Растригина двух переменных

Функция Гривонка: схожая с функцией Л.А. Растригина функция Андреаса Гривонка имеет триллион локальных экстремумов:

$$F(x) = 1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{n} \cos \frac{x_i}{\sqrt{i}}, \quad x_i \in [-600, 600]. \tag{4}$$

Известно (см., например, [1]), что глобальный минимум, равный 0, достигается в точке $x_1 = x_2 = ... = x_n = 0$.

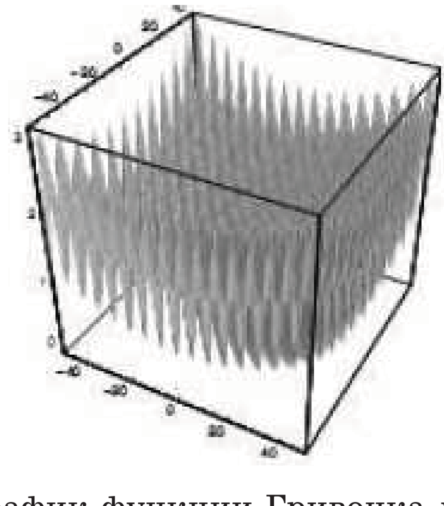


Рисунок 4 – График функции Гривонка двух переменных

Исследование алгоритмов поиска экстремумов

Классический и хаотический ГА были реализованы в среде программирования Matlab.

В алгоритмических языках для имитации равномерно распределенной на отрезке $[0,1]$ случайной величины реализованы те или иные генераторы «псевдослучайных» чисел [5]. Так, в среде Matlab программно реализовано 3 вида генераторов: генератор Мерсена (стандартный), линейный конгруэнтный генератор и генератор Фибоначчи с запаздыванием. Все они, а также отдельно исследованный линейный конгруэнтный генератор (Urand) [5], были использованы для работы ГА.

Для реализации хаотического ГА был использован генератор Лоренца с параметрами $\sigma = 10$, $\rho = 28$, $\beta = 8/3$.

Ниже в таблицах 1–3 приведены результаты работы ГА на тестовых многоэкстремальных функциях – функциях Швефеля, Растригина и Гривонка. Для каждого из генераторов псевдослучайных чисел, а также для хаотического ГА, было проведено по 5 экспериментов. В каждом эксперименте участвовало 1000 особей, эксперимент проводился в течении 50 поколений, а начальное значение коэффициента мутации было выбрано равным 0,3.

В таблицах приняты следующие условные обозначения:

А – минимальное из найденных значений функции;

Б – координаты точки найденного глобального минимума;

В – ожидаемое минимальное значение.

Таблица 1

Минимизация функции Швефеля генетическим алгоритмом

	Генератор Мерсена	Линейный конгруэнтный генератор	Генератор Фибоначчи	Генератор Urand	Хаотический генератор Лоренца
А	6,3404e-05	4,8578e-05	2,0523e-04	4,1159e-05	17,7873822
Б	(420,97516; 420,95630; 420,97077)	(420,9739; 420,97426; 420,9738)	(420,9677; 420,9324; 420,9689)	(420,9679; 420,9727; 420,9715)	(432,7979; 422,1375; 421,05388)
В	8,662e-04	3,897e-04	6,6388e-04	0,03655	187,728475

Таблица 2

Минимизация функции Растригина генетическим алгоритмом

	Генератор Мерсена	Линейный конгруэнтный генератор	Генератор Фибоначчи	Генератор Urand	Хаотический генератор Лоренца
А	0	0	0	0	2,4894
Б	(5,012e-10;0; -5,5005e-37)	(0;1,7852e-48;0)	(6,0759e-10; -7,468e-39;0)	(-6,5659e-10; 4,6789e-10;0)	(-0,4262; 0;-1,0310)
В	0	0	0	0	28,4799

ISSN 1562-9945

Таблица 3

Минимизация функции Гривонка генетическим алгоритмом

	Генератор Мерсена	Линейный конгруэнтный генератор	Генератор Фибоначчи	Генератор Urand	Хаотический генератор Лоренца
А	0	0	0,0074	0	1,0686
Б	(0;0;0)	(0;0;0)	(3,1321; 4,44331;0)	(-5,36879e-09; 0;1,2333e-08)	(2,8218; 26,33497; 36,21671)
В	0,00601	0,005908	0,01187	0,00739888	1,97204445

Анализ полученных результатов

Из таблиц 1–3 видно, что наилучшим образом глобальный минимум рассмотренных функций дали алгоритмы, основанные на использовании генератора Мерсена и линейного конгруэнтного генератора. Следует отметить, что для функций Швефелля и Растригина, ГА при каждом из генераторов псевдослучайных чисел практически одинаково сходился к минимуму. В то же время при минимизации функции Гривонка только генератор Urand позволил получить быструю сходимость к минимуму.

Что касается хаотического ГА, основанного на использовании генератора Лоренца, то показанные им плохие результаты можно отнести на счет малого числа его популяций.

Выводы

В данной работе проведен сравнительный анализ работы ГА для трех генераторов случайных чисел и хаотического ГА оптимизации функций Растригина, Швефеля и Гривонка. Все эти функции имеют большое число локальных минимумов. Это делает невозможным применение стандартных аналитических методов поиска глобального минимума. Как показано на примерах, классический ГА хорошо справляется с решением задачи глобальной оптимизации, хотя и имеет разные скорости определения глобального минимума при использовании различных генераторов случайных чисел, в частности, при минимизации функции Гривонка только генератор Urand показал наилучшую сходимость к минимуму. В то же время, хаотическая модификация ГА, основанная на применении хаотического генератора Лоренца в механизме мутации – требует дальнейшего исследования. Не следует ожидать высокого быстродействия от хаотического ГА. Напротив, такой алгоритм показывает свою эффективность при оптимизации зашумленных многоэкстремальных функций и/или в условиях полной неопределенности с точки зрения задания самой функции, например, в задачах экстремального управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы. Учебно-методическое пособие / под ред. Ю. Ю. Тарасевича. — Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007. — 87 с.
2. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.: Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. Горячая линия – Телеком, 2006. – 383 с.
3. Кузнецов С. П. Динамический хаос (курс лекций). – М.: Физматлит, 2001. – 296с.
4. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М: Постмаркет, 2000. – 352 с.
5. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М: Издательство «Мир», 1980. – 279 с.
6. Михальов О.І., Гуда А.І., Дмитрієва І.С. Особливості моделювання та ідентифікації хаотичної системи Ресслера зі збуреннями. // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 2(67). – Днепропетровск, 2010. – С.114 – 118.

 ISSN 1562-9945