

УДК 681.5

Ю.А. Осинский, В.Я. Копп, Е.В. Лазарева, О.В. Филипович  
**ЦИФРОВАЯ СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ (САУ) КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ ШАГОВЫМ  
ПНЕВМОПРИВОДОМ ПОВОРОТНОГО ДЕЙСТВИЯ**

Аннотация. Рассматривается способ построения цифровой системы управления углом поворота выходного элемента колебательного шагового пневмопривода поворотного действия. Приводится алгоритм программного управления и пример моделирования динамики привода с его использованием.

Ключевые слова: динамические характеристики, колебательный шаговый пневмопривод, программное управление

**1 Объект исследования и анализ публикаций в области  
моделирования его динамических характеристик**

Объектом исследований являются колебательные шаговые пневмоприводы поворотного действия (КШПП). По сравнению с дискретными пневмоприводами, они обеспечивают большее число точек позиционирования, а по сравнению со следящими – большую жесткость при фиксации достигнутого положения. Их несомненным преимуществом является возможность осуществления контурного управления при необходимости перемещения исполнительного органа по заданной траектории с заданной скоростью.

Подробно конструкция КШПП представлена в [1]. В его основе лежит внутреннее зубчатое зацепление. Наружная шестерня под действием внешних сил, создаваемых мембранными пневмоприводами, за счет специальной кинематики совершает плоскопараллельные круговые движения (в дальнейшем колебания), а внутренняя шестерня при этом осуществляет вращательное движение.

Теоретические динамические характеристики КШПП оценивались при помощи уравнения движения, вывод которого осуществлялся на основании уравнения Лагранжа второго рода и подробно дан в [2]. Дифференциальное уравнение, описывающее изменение угла поворота ведущего элемента, имеет вид:

---

© Осинский Ю.А., Копп В.Я., Лазарева Е.В., Филипович О.В., 2011

$$\ddot{\alpha}(t) = b \cdot \left( \frac{1}{p_0} \cdot F_{\tau_{\text{рес}}}(t) - \frac{M_c \cdot i}{(1 - K_\phi) \cdot p_0} \right), \quad (1)$$

где  $b = p_0 \cdot r^{-1} \left( m_1 + \frac{J \cdot i^2}{1 - K_\phi} \right)^{-1}$ ;  $\alpha(t)$  – угол смещения ведущего элемен-

та;  $F_{\tau_{\text{рес}}}(t)$  – результирующее воздействие, оказываемое на ведущий элемент;  $d$  – диаметр окружности колебаний ведущего элемента ( $r = d/2$ );  $m_1$  – масса ведущего элемента;  $J = J_s + m_n \cdot r_n^2$  – момент инерции системы;  $J_s$  – момент инерции ведомого элемента;  $m_n$  – масса нагрузки;  $r_n$  – радиус траектории нагрузки;  $i = 2/D_2$  – коэффициент клиновой передачи «ведущий элемент – ведомый элемент»;

$K_\phi = \frac{(D_2/d + d/D_2) f}{(f + d/D_2) \cdot D_2/d}$  – коэффициент;  $p_0$  – установившееся значение силового воздействия, которое оказывает мембранный пневмопривод в режиме «включено»;  $M_c = 9,81 \cdot m_n \cdot r_n$  – момент сопротивления, действующий на выходном валу;  $d = D_1 - D_2 = (z_1 - z_2) \cdot m_z$  – диаметр окружности колебаний ведущего элемента, причем  $m_z$  – модуль зацепления;  $D_1 = z_1 \cdot m_z$  – диаметр ведущего элемента;  $D_2 = z_2 \cdot m_z$  – диаметр ведомого элемента;  $f$  – коэффициент трения.

При совершении одного полного круга колебаний ведущего элемента ведомый элемент поворачивается на угол  $\gamma^{\text{ок}} = \frac{z_1 - z_2}{z_1} 2\pi$ .

Величина результирующего воздействия, оказываемого на ведущий элемент, определяется тангенциальной  $F_\tau(t)$  составляющей суммы управляющих воздействий, создаваемых мембранными пневмоприводами, и суммарной силой трения  $F_{\text{ТР}}(t)$ , которая зависит от нормальной составляющей  $F_n(t)$ :

$$F_{\tau_{\text{рес}}}(t) = F_\tau(t) - \text{sign}(\dot{\alpha}(t)) \cdot |F_{\text{ТР}}(t)|.$$

Величины  $F_\tau(t)$  и  $F_n(t)$  зависят от проекций управляющей силы на оси OX и OY:

$$\begin{cases} F_\tau(t) = -F_1(t) \cdot \sin \alpha(t) + F_2(t) \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot (\cos \alpha(t) - \sin \alpha(t)), \\ F_n(t) = F_1(t) \cdot \cos \alpha(t) + F_2(t) \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot (\sin \alpha(t) + \cos \alpha(t)) \end{cases}$$

где  $F_1(t)$  и  $F_2(t)$  определяют силу воздействия  $l$ -ого пневмопривода.

## 2 Цель работы

Цель данной статьи – рассмотрение способа разработки системы автоматического управления (САУ) поворотом ведомого элемента посредством включения/выключения пневмоприводов.

Рассматривается КШПП с мембранными пневмоприводами (рисунок 1), расположенными под углом  $45^\circ$  друг относительно друга.

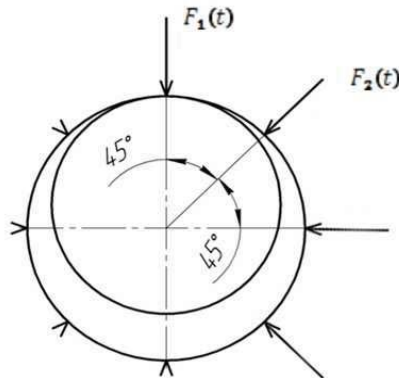


Рисунок 1 – Схема действия сил в точках расположения восьми пневмоприводов

Для данного случая, в соответствии с [2], суммарная сила трения определяется тангенциальной  $F_t(t)$  и нормальной  $F_n(t)$  составляющими суммы управляющих воздействий и силами трения между штоками мембранных пневмоприводов и ведущим элементом:

$$F_{TP}(t) = 2f \cdot \left( F_1(t) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot F_2(t) \right) \cdot \cos(\alpha(t)).$$

Так как  $F_1(t) \geq 0$ ,  $F_2(t) \geq 0$ , а на интервале значений  $0 \leq \alpha(t) \leq \frac{\pi}{4}$ ,

выполняется условие  $\frac{\sqrt{2}}{2} \geq \cos(\alpha(t)) \geq 0$ , то  $F_{TP}(t) \geq 0$ , а, следовательно,

$|F_{TP}(t)| \equiv F_{TP}(t)$ . Таким образом

$$F_{\tau_{\text{рес}}}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} F_2(t) \cdot \cos \alpha(t) - \left( F_1(t) + \frac{\sqrt{2}}{2} F_2(t) \right) \cdot \sin \alpha(t) - 2f \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}(t)) \cdot \left( F_1(t) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot F_2(t) \right) \cdot \cos(\alpha(t)). \quad (2)$$

Переключение пневмоприводов может осуществляться только в определенные моменты  $t_k$ , из дискретного множест-

ва  $\{t_k : t_k = t_0 + k \cdot \frac{1}{\nu}; k = 0, 1, 2, \dots\}$ , зависящего от частоты срабатывания пневмоприводов, определяемой их техническими возможностями ( $\nu \in [80 \div 120]$  Гц).

Управление, оказываемое  $l$ -ым пневмоприводом на интервале времени  $t \in [t_k; t_{k+1})$  определяется соотношением:

$$F_l(t) - F_l(t_k) = p_0 \cdot \left[ F_{lf} + a_0 e^{\lambda_0(t-t_k)} + a_1 e^{\lambda_1(t-t_k)} + a_2 e^{\lambda_2(t-t_k)} + a_3 e^{\lambda_3(t-t_k)} + a_4 e^{\lambda_4(t-t_k)} \right] \cdot u_l(t_k),$$

где  $u_l(t_k) \in \{0; 1\}$  – величина, отражающая осуществление в данный момент времени силового воздействия  $l$ -ым пневмоприводом, которая принимает одно из двух значений  $\{0; 1\}$  (“0” – привод отключен; “1” – включен);  $p_0$  – установившееся значение силового воздействия, которое оказывает мембранный пневмопривод в режиме «включено»;  $F_{lf}$ ,  $a_i, i = 0, 1, \dots, 4$  – коэффициенты (в общем случае – комплексно-сопряженные) разложения функции управления по экспоненциальным функциям с соответствующими показателями  $\lambda_i$ .

При построении закона управления следует учитывать только сам факт включения/выключения  $l$ -ого пневмопривода.

### 3 Линеаризация нелинейной модели САУ

Для обеспечения выбора управления в режиме реального времени в виде обратной связи на основе реальных данных о положении и скорости ведущего элемента в момент  $t_k$ , реальную нелинейную систему (1) можно приближенно заменить линейной системой.

Выделим в выражении результирующего воздействия из формулы (2) функциональную зависимость, определяющую нелинейную часть

$$\phi(t, \alpha(t), \dot{\alpha}(t), F_1(t_k), F_2(t_k)) = \frac{1}{p_0} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} F_2(t) \cdot \cos \alpha(t) - \left( F_1(t) + \frac{\sqrt{2}}{2} F_2(t) \right) \cdot \sin \alpha(t) - 2f \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}(t)) \cdot \left( F_1(t) + \frac{\sqrt{2}}{2} F_2(t) \right) \cdot \cos \alpha(t) \right). \quad (3)$$

Пренебрегая динамикой переходного процесса пневмопривода, будем считать, что в моменты  $t_k$  величина силового воздействия изменяется скачком и моментально принимает установившееся значение. Без учета инерционности срабатывания, можно считать, что си-

ла, оказываемая  $l$ -ым пневмоприводом на интервале времени  $t \in [t_k; t_{k+1})$  определяется соотношением:

$$F_1(t) \approx F_1(t_k) = p_0 \cdot u_1(t_k), \quad t \in [t_k; t_{k+1}),$$

где  $u_1(t_k) \in \{0; 1\}$ . С учетом этого допущения на интервале  $t \in [t_k; t_{k+1})$  функция (3) имеет вид

$$\begin{aligned} \phi(t, \alpha, \dot{\alpha}, u_1, \bar{u}_2) = & (\bar{u}_2(t_k) - 2f \cdot \eta(t) \cdot (u_1(t_k) + \bar{u}_2(t_k))) \cdot \cos \alpha(t) - \\ & - (u_1(t_k) + \bar{u}_2(t_k)) \cdot \sin \alpha(t), \end{aligned}$$

где  $\bar{u}_2(t_k) = \frac{\sqrt{2}}{2} u_2(t_k)$ ;  $u_1(t_k)$  и  $\bar{u}_2(t_k)$  – постоянные на интервале  $t \in [t_k; t_{k+1})$  значения;  $\eta(t) = \overset{\Delta}{\text{sign}}(\dot{\alpha}(t))$ .

В исследуемом динамическом процессе переменные  $\alpha(t)$  и  $\dot{\alpha}(t)$ , изменяются так, что их отклонения от установившихся нулевых значений остаются все время достаточно малыми. Обозначив указанные отклонения через  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\dot{\alpha}$ , разложим функцию  $\phi$  в ряд по степеням указанных выше малых отклонений. Тогда функция (3) примет вид

$$\begin{aligned} \phi(t, \alpha, \dot{\alpha}, u_1, \bar{u}_2) = & \bar{u}_2(t_k) \cdot (\cos(\alpha_f) + \sin(\alpha_f) \cdot \Delta\alpha(t)) \\ & - (u_1(t_k) + \bar{u}_2(t_k)) \cdot (\sin(\alpha_f) + \cos(\alpha_f) \cdot \Delta\alpha(t)) - \\ & - 2f \cdot \eta(t) \cdot (u_1(t_k) + \bar{u}_2(t_k)) \cdot (\cos(\alpha_f) + \sin(\alpha_f) \cdot \Delta\alpha(t)) + \\ & + (\text{члены высшего порядка малости}). \end{aligned}$$

Примем также с некоторой долей допущения, что если на интервале  $t \in [t_k; t_{k+1})$  меняется направление движения ведущего элемента, то  $\eta(t) \equiv \eta(t_k) = 0$ , а если скорость ведущего элемента изменяется так, что её знак на этом интервале остается постоянным, то  $\eta(t) \equiv \eta(t_k) = \text{sign}(\dot{\alpha}(t)|_{t=t_k})$ .

Таким образом, после линеаризации получаем, что на интервале  $t \in [t_k; t_{k+1})$  динамика исходной нелинейной системы достаточно адекватно описывается дифференциальным уравнением в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} y(t) &= A(t_k) \cdot y(t), \\ \alpha(t) &= C \cdot y(t), \end{aligned}$$

где

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\alpha(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1(t_0) \\ y_2(t_0) \\ y_3(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(t_0) - \alpha_f \\ \dot{\alpha}(t_0) \\ 1 \end{bmatrix}, A(t_k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b \cdot a(t_k) & 0 & b \cdot c(t_k) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$a(t_k) = -\left( (1 + \eta(t_k) \cdot 2f) \cdot \cos(\alpha_f) \cdot u_1(t_k) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot ((1 + \eta(t_k) \cdot 2f) \cdot \cos(\alpha_f) - \sin(\alpha_f)) \cdot u_2(t_k) \right);$$

$$c(t_k) = \left( -(1 + \eta(t_k) \cdot 2f) \cdot \sin(\alpha_f) \cdot u_1(t_k) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\cos(\alpha_f) - (1 + \eta(t_k) \cdot 2f) \cdot \sin(\alpha_f)) \cdot u_2(t_k) \right) -$$

$$-\frac{M_c \cdot i}{(1 - K_\phi) \cdot p_0}; \eta(t_k) = \begin{cases} -1, & \dot{\alpha}(t) < 0, \quad \forall t \in [t_k; t_{k+1}) \\ +1, & \dot{\alpha}(t) > 0, \quad \forall t \in [t_k; t_{k+1}) \\ 0, & \exists t : \dot{\alpha}(t) = 0, t \in [t_k; t_{k+1}) \end{cases}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha_f \end{bmatrix}.$$

#### 4 Алгоритм программного управления

В задаче конструирования требуется произвести поворот ведущего элемента из начального положения  $\alpha(t_0) = \alpha_0$  в конечное  $\alpha(t_f) = \alpha_f$  (где  $t_f$  – момент окончания переходного процесса), осуществив остановку в этой конечной позиции (т.е.  $\dot{\alpha}(t_f) = 0, \ddot{\alpha}(t_f) = 0$ ).

Важная отличительная черта исследуемой САУ состоит в необходимости реализовать управление путем выбора на дискретном множестве моментов времени  $t_k$  величин двух переменных  $u_1(t_k)$  и  $u_2(t_k)$  из множества значений  $\{0; 1\}$ .

Предлагается следующий подход.

Управление пневмоприводами осуществляется так, чтобы на интервале  $t \in [t_k; t_{k+1})$  состояние системы максимально приблизилось к конечному:

$$\alpha(t_{k+1}) \rightarrow \alpha(t_f).$$

Решением задачи проектирования является выбор коэффициентов  $u_1(t_k)$  и  $u_2(t_k)$ , обеспечивающий оптимальное с некоторой точки зрения протекание этого процесса. Очевиден один из критериев выбора коэффициентов, обеспечивающий наиболее близкое совпадение траекторий реальной и идеальной систем, – минимизация ошибки по положению

$$\varepsilon(k) = q_0 \cdot |\alpha(t_{k+1}) - \alpha(t_f)| + q_1 \cdot |\dot{\alpha}(t_{k+1}) - \dot{\alpha}(t_f)| \rightarrow \min,$$

где  $\alpha, \dot{\alpha}$  – точные или оценочные значения угла и скорости смещения ведущего элемента;  $q_0, q_1$  – коэффициенты, определяющие вес ошибки по позиции и скорости, соответственно.

Для реализации предложенного метода следует перед началом работы определить все допустимые значения управления  $u_1(t_k)$  и соответствующие им  $\varepsilon_i(k)$  на интервалах  $t \in [t_k; t_{k+1})$ , обеспечивающих остановку в требуемой позиции. При построении управления следует из возможных выбрать вариант с наименьшей ошибкой  $\varepsilon_i(k)$ .

В зависимости от поведения скорости ведущего элемента  $\dot{\alpha}(t_k)$  на интервале  $t \in [t_k; t_{k+1})$  и выбора элементов управления  $u_1(t_k)$  и  $u_2(t_k)$  на  $k$ -ом такте, матрица  $A(t_k)$  может принимать одно из десяти значений:

- 1 вариант.  $u_1 = 0, u_2 = 0, \longrightarrow A_0^{-0+} \longrightarrow \varepsilon_0(k)$
- 2 вариант.  $u_1 = 0, u_2 = 1, \longrightarrow A_1^-, A_1^0, A_1^+ \longrightarrow \varepsilon_1^-(k), \varepsilon_1^0(k), \varepsilon_1^+(k)$
- 3 вариант.  $u_1 = 1, u_2 = 0, \longrightarrow A_2^-, A_2^0, A_2^+ \longrightarrow \varepsilon_2^-(k), \varepsilon_2^0(k), \varepsilon_2^+(k)$
- 4 вариант.  $u_1 = 1, u_2 = 1, \longrightarrow A_3^-, A_3^0, A_3^+ \longrightarrow \varepsilon_3^-(k), \varepsilon_3^0(k), \varepsilon_3^+(k)$

Этим десяти вариантам матрицы  $A_i^n$  соответствуют десять матриц монодромии системы  $\Phi_i^n = \exp\left(\frac{1}{v} A_i^n\right)$ . Которые можно представить в виде:

$$\Phi_i^n = \begin{bmatrix} \varphi_{11}^{in} & \varphi_{12}^{in} & \varphi_{13}^{in} \\ \varphi_{21}^{in} & \varphi_{22}^{in} & \varphi_{23}^{in} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Условие выбора управления в момент времени  $t_k$  сводится к выбору наименьшей ошибки между линейным приближением состояния системы в момент времени  $t_{k+1}$  и требуемым конечным состоянием:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^n(k) &= [q_0 \quad q_1 \quad 0] \cdot |\Phi_i^n \cdot y(t_k) - y(t_f)| = \\ &= q_0 \cdot \left| \varphi_{11}^{in} \alpha(t_k) + \varphi_{12}^{in} \dot{\alpha}(t_k) + (\varphi_{13}^{in} - \varphi_{11}^{in} \cdot \alpha_f) \right| + \\ &+ q_1 \cdot \left| \varphi_{21}^{in} \alpha(t_k) + \varphi_{22}^{in} \dot{\alpha}(t_k) + (\varphi_{23}^{in} - \varphi_{21}^{in} \cdot \alpha_f) \right|, \end{aligned}$$

где  $q_0, q_1$  – вещественные неотрицательные коэффициенты, определяющие вес ошибки по позиции и скорости, соответственно.

### 5 Пример моделирования динамики КШППри программном управлении

Исследовался КШПП с параметрами:  $m_1 = 0,522$  кг;  $J_s = 0,00515$  Н·м<sup>2</sup>;  $m_3 = 0,34$  кг;  $r_3 = 0,1$  м;  $f = 0,08$ ;  $z_1 = 158$ ;  $z_2 = 150$ ;  $m_z = 0,0003$  м;  $p_0 = 208$  Н;  $\alpha_f = 11^\circ$ .

Пневматический привод, исходя из его динамики, представлялся звеном, характеризующимся параметрами  $p_0, \lambda_i, a_i, (i = \overline{0,4})$ . Параметры  $\lambda_i, a_i$ , выбирались на основании результатов идентификации указанного объекта, исходя из кривой переходного процесса изменения давления в его полости. Параметры пневмопривода, работающего на наполнение:  $F_{lf} = 1, a_0 = -2,052, a_1 = a_2 = -1,47, a_3 = -a_4 = -7,35 \cdot i, \lambda_0 = -414,46, \lambda_1 = \overline{\lambda_2} = \lambda_3 = \overline{\lambda_4} = -153,03 - 88,58 \cdot i$ , а на опорожнение:  $F_{lf} = 0, a_0 = 2,477 \cdot 10^{-3}, a_1 = a_2 = 2,5, a_3 = -a_4 = 5,0 \cdot i, \lambda_0 = -7972,76, \lambda_1 = \overline{\lambda_2} = \lambda_3 = \overline{\lambda_4} = -154,80 - 79,51 \cdot i$ .

Результаты моделирования показаны на рисунке 2.

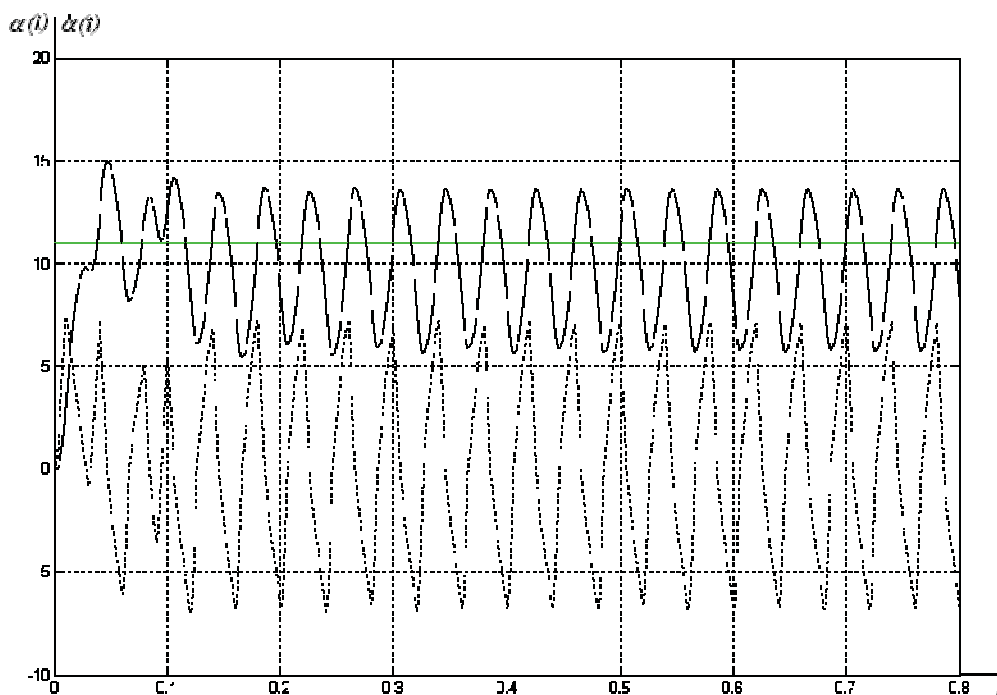


Рисунок 2 - Результаты моделирования динамики КШПП:

« — » —  $\alpha(t)$ ; « - - » —  $\dot{\alpha}(t)$



## **6 Выводы и перспективы дальнейших исследований**

Результаты исследования наглядно доказывают возможность осуществления позиционирования в произвольной точке за счет введения обратной связи.

В дальнейших исследованиях предполагается осуществить оптимальное управление, в котором в качестве критерия будет выбран размах вынужденных колебаний в конечной точке позиционирования.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Копп В.Я. Пневматические модульные манипуляторы в сборочном производстве /В.Я. Копп //Машиностроительное производство. Сер. Автоматизация производства, гибкие производственные системы, робототехника. – М.: ВНИИТУЭМП, 1989. - Вып. 1 – С. 52.
2. Копп В.Я. Колебательные шаговые пневмоприводы /В.Я.Копп, Ю.А. Осинский, В.В. Поливцев //Оптимизация производственных процессов: Сб. научн. тр. – Севастополь, 2007. – Вып. 10. – С. 15 – 20.