УДК 621.002:681.324

Е.Л. Первухина, Т.Л. Степанченко, К.Н. Осипов

УПРОЩЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ В ХОДЕ СТЕНДОВЫХ ИСПЫТАНИЙ

Аннотация: В статье предлагается метод описания динамических рядов измерений информативных диагностических параметров ДВС упрощенными стохастическими моделями. В качестве примера предлагается аппроксимация многомерной нестационарной модели моделью с независящими от времени коэффициентами.

Ключевые слова: диагностика, ДВС, моделирование

Главной задачей стендовых испытаний машиностроительных изделий является оценка их технического состояния для последующего принятия решений о годности к эксплуатации. Для достижения конкурентоспособности выпускаемых изделий важен компромисс между точностью и достоверностью оценки и принимаемых решений, и стоимостью процесса испытаний (суммарные затраты на испытания и контроль качества изделий могут достигать 25% их стоимости). Снизить стоимость испытаний можно на основе стохастических моделей, использующих измерительную информацию. Появившиеся в последнее время методы построения таких моделей [1,2], отражая вероятностные формулировки указанных задач, обеспечивают адекватное исследуемым объектам и процессам обобщение выборочной информации. Однако, как правило, модели не являются универсальными и ограничиваются классом объектов, для которых они созданы. Более того, из-за недостатка информации о параметрах испытуемых объектов, характеристиках вероятностных распределений полезных сигналов и шумов в системе испытаний, математические задачи оценки состояния и принятия решений являются слабо формализованными. К настоящему времени существует большое число методов решения слабо формализованных задач, однако, с целью сокращения сроков и расходов на стендовые испытания изделий в серийном производстве можно на этапе формализации упростить исходные постановки задач для упрощения алгоритмов их решения.

Целью работы является описание динамических рядов измерений информативных диагностических параметров испытуемых изделий упрощенными моделями. В качестве примера предлагается аппроксимация многомерной нестационарной модели моделью с независящими от времени коэффициентами. Недостатки и преимущества подобного моделирования рассматриваются в приложении к решению задачи оценки состояния ДВС в ходе стендовых приемосдаточных и контрольных испытаний.

В работах [3,4] на примере двигателей внутреннего сгорания показано, что в предположении стабильности сборочного процесса сложные машиностроительные изделия на этапе стендовых испытаний могут быть описаны моделями векторной авторегрессии. В пространстве состояний эти модели могут быть представлены в виде [5]:

$$x_{t+1} = A_t x_t + w_t \tag{1}$$

$$y_t = x_t + v_t, \quad t = 1,2,...N \tag{2}$$

где $x_t - n \times 1$ – вектор состояний, $y_t - m \times 1$– вектор наблюдений, в начальный момент времени вектор x_0 распределен нормально с нулевым средним и ковариацией Σ_0, w_t и v_t – взаимно некоррелированные «белошумные» последовательности с нулевым средним и ковариациями Q_t и R_t, соответственно. $Y^T = (y_1,...y_{\mathrm{T}})$ – множество наблюдений за системой.

Заменим модель (1), (2) системой уравнений с постоянными коэффициентами, используя известный подход [6]:

$$x_{t+1} = A x_t + w_t \tag{3}$$

$$\hat{y}_t = x_t + v_t, \quad t = 1,2,...N \tag{4}$$

Размерность векторов системы (3) и (4) оставим без изменений. $\hat{y}_t$ обозначает новый вектор наблюдений за системой (3), (4). Введем в рассмотрение ковариационные матрицы, учитывая, что вектор наблюдений для обеих систем имеет нулевое математическое ожидание, это следует из уравнений (2) и (4):

$\mathrm{T} \cong E\left(yy^T\right)$ и $\hat{\mathrm{T}} \cong E\left(\hat{y}\hat{y}^{\mathrm{T}}\right)$,

или

$$\mathrm{T} = \mathrm{A}_{t-1}\Sigma_{t-1}\mathrm{A}_{t-1}^T + Q_{t-1}, \ \hat{\mathrm{T}} = \mathrm{A}\ \Sigma_{t-1}\mathrm{A}^{\mathrm{T}} + Q_{t-1}. \tag{5}$$

 ISSN 1562-9945

Поскольку задача исследования сводится к определению матрицы A для системы, генерирующей последовательность наблюдений с вероятностными характеристиками, как можно лучше аппроксимирующими вероятностные характеристики исходного вектора y, введено в рассмотрение информационное расхождение Кульбака [7], имеющее смысл меры «близости» двух вероятностных распределений.

Для вероятностных распределений с плотностями $g\ (y)$ и $f(y)$ информационное расхождение есть

$$J(g,f)=\int[g(y)-f(y)]\log\frac{g(y)}{f(y)}dy \qquad (6)$$

Оптимальной аппроксимирующей моделью (3), (4) для системы (1), (2) по критерию информационного расхождения Кульбака считается система, генерирующая вектор наблюдения $\hat{y}$, параметры вероятностного распределения которого наиболее близки к параметрам распределения исходного вектора y.

Поскольку векторы y и $\hat{y}$ имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием, то информационное расхождение между параметрами их вероятностных распределений в каждый момент времени будет определяться выражением [7]:

$$J_t = J(g,f) = \frac{1}{2}tr\left\{\left[\hat{T}_t - T_t\right]\cdot\left[T_t^{-1}-\hat{T}_t^{-1}\right]\right\}, \qquad (7)$$

обусловленным различием ковариационных матриц T_t и $\hat{T}_t$. Здесь tr − обозначение следа матрицы $\{\bullet\}$.

Рассмотрим информационное расхождение Кульбака (8) как функционал от матричного аргумента A, отображающий матричное пространство R_{nxn} в R_1. Для определения A, сообщающего (7) минимальное значение, используем метод наискорейшего спуска [9]. При начальной оценке $A^{(0)}$ матрицы A,

$$A^{(i+1)} = A^{(i)} - \gamma^{(i)}\frac{\partial J_t}{\partial A}\bigg|_{A=A(i)}, \quad i = 0,1,2,3... \qquad (8)$$

Градиентный член $\partial J_t/\partial A$ выражения (8) есть производная матричного функционала (8) по матричному аргументу A. Он может быть определен в соответствии с правилами матричного дифференцирования [9]:

$$\frac{\partial J_t}{\partial \mathrm{A}} = \left[\left(\mathrm{T}_t^{-1} - \hat{\mathrm{T}}_t^{-1} T \hat{\mathrm{T}}_t^{-1}\right) \mathrm{A} \Sigma_{t-1}\right] \downarrow , \tag{9}$$

вектор $[\bullet]\downarrow$ есть результат построчного вытягивания матрицы $[\bullet]$ в столбец.

Таким образом, при заданных начальных оценках матриц $\hat{T}$ и A и коэффициенте γ алгоритм фильтрации, минимизирующий информационное расхождение между параметрами распределения вектора наблюдений и искомого «нового» вектора, определяется выражениями (8) и (9). На каждом шаге вычислений значение матрицы A пересчитывается, определяется соответствующая ковариационная матрица вектора y, а также проверяется значение информационного расхождения между параметрами распределений векторов y и $\hat{y}$.

Методами функционального анализа проверена выпуклость функционала J_t. Поскольку минимизируемый функционал является выпуклым и ограниченным снизу [8], то последовательность, определяемая выражением (8), является минимизирующей. При этом оценка скорости сходимости последовательности $J_t(A^{(i)})$ может быть дана в случае, если производная $\partial J_t / \partial A$ удовлетворяет условию Лифшица, т.е. существует такое число L, что для $\|J'(A) - J'(B)\| \le L\|A - B\|$. Для прикладных задач сходимость алгоритма оценивается в ходе вычислительного эксперимента.

Рассмотрим предлагаемый алгоритм для упрощенного описания ДВС в ходе стендовых приемосдаточных испытаний по следующим диагностическим параметрам: часовому расходу топлива Gt, кг/ч; крутящему моменту Mk, Нм; коэффициенту наполнения топлива воздухом α, удельному расходу топлива ge, г/кВтч; коэффициенту наполнения камеры сгорания свежим зарядом η_v. Обработка экспериментальной информации привела к описанию исследуемого объекта в виде уравнения состояния

$$x_t = A_0 + A x_{t-1} + \varepsilon_t , \tag{10}$$

и уравнения наблюдения

$$y_t = B \cdot x_t \tag{11}$$

 ISSN 1562-9945

где вектор x_t включает первые разности, или приращения, перечисленных параметров, т.е., $x_{k,t} = \Delta X_{k,t} = X_{k,t} - X_{k,t-1}$ (Δ – разностный оператор):

$$x_t = \left[D\_alfa_t \quad D\_ge_t \quad D\_Gt_t \quad D\_hv_t \quad D\_Mk_t\right]^T.$$

Вектор-столбец постоянных членов A_0 и переходная матрица A_t системы в уравнении имеют различные значения для разного числа наблюдений.

Для замены последовательности матриц A_t постоянной матрицей A использован алгоритм (8), (9). Значение шага принято постоянным и соответствует порядку наименьших чисел матрицы A. Для ковариационной матрицы наблюдений использована выборочная оценка

$$T_t = \operatorname{cov}(y_t) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left[(y_t - \bar{y}_t)(y_t - \bar{y}_t)^T\right].$$

При числе наблюдений 30 значение матрицы A устанавливается. Собственные числа новой матрицы близки к собственным числам исходной матрицы. Для дальнейшего описания вместо системы (10), (11) используется система

$$\begin{aligned} x_t &= A_0 + A x_{t-1} + \varepsilon_t, \\ y_t &= B \cdot x_t. \end{aligned} \qquad (12)$$

с матрицей

$$A = \begin{bmatrix} -0.485 & 0.00158 & 0.00224 & -0.048 & 0.0102 \\ 36.2 & -0.0895 & 0.428 & -35.8 & -0.795 \\ -13.2 & 0.111 & 0.02 & 45.2 & -0.0415 \\ -0.199 & -0.00133 & -0.000764 & 0.00298 & -0.0124 \\ -32.1 & -0.412 & 0.275 & -31.6 & -0.107 \end{bmatrix},$$ имеющей собственные

числа $\lambda = \left[0.876 \quad 0.550 \quad 0.412 \quad 0.401 \quad 0.401\right]^T$ меньше 1, что свидетельствует об устойчивости системы.

Алгоритм (8), (9) реализован на базе программного обеспечения Maple V в среде WINDOWS, новое значение матрицы A использовано для прогноза значений параметров *Gt, Mk,* α, *ge,* η_v. Результат оценивания и прогнозирования значений всех наблюдаемых параметров представлен на графике рис. 1.

График последовательностей ошибок оценивания изображен на рис. 2.

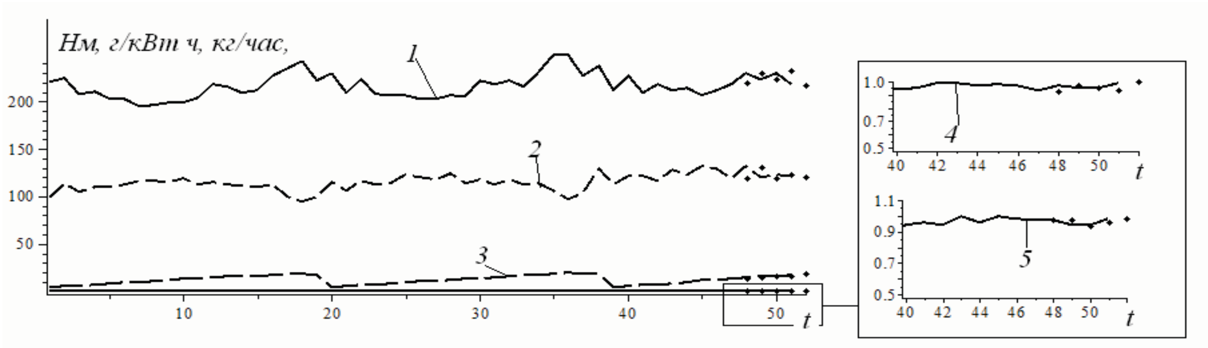

Рисунок 1 – Результат прогнозирования значений исследуемых параметров ДВС с использованием алгоритма: 1 – *ge*, 2 – *Mk*, 3 – *Gt*, 4 – *hv*, 5 – α

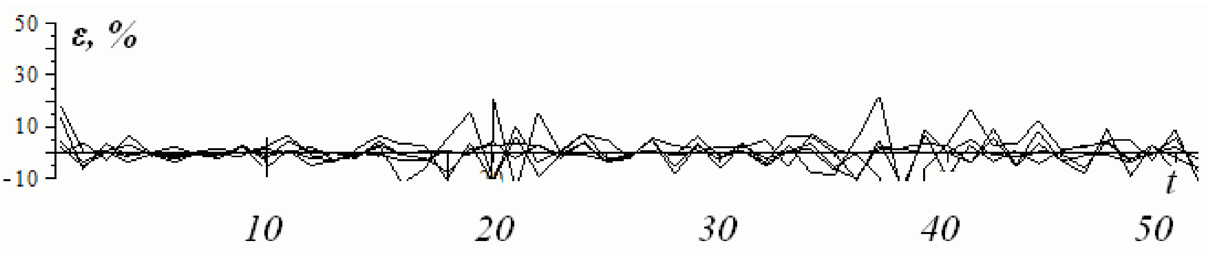

Рисунок 2 – График ошибок оценивания ($\varepsilon_t = \dfrac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \cdot 100\%$) параметров

Таким образом, зависящая времени матрица A_t может быть заменена постоянной матрицей A. При этом ошибки прогноза информативных диагностических параметров испытуемых ДВС не увеличиваются.

Аналогично может быть понижен порядок модели и уменьшено множество измеряемых диагностических параметров.

Предложенный подход проще и дешевле, чем попытки построить аналитическую модель объекта и исследовать зависимости между его многочисленными параметрами. Для сложных изделий машиностроения со сложными физическими процессами различной природы с большим количеством параметров, связей между ними и случайных факторов, предложенный подход позволяет получить прогнозные значения параметров и, следовательно, оценить состояние испытуемых изделий без увеличения значений ошибок оценивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Загрутдинов Г.М. Статистические методы повышения точности и измерений в системах автоматизированного контроля и испытаний ГТД / Г.М. Загрутдинов. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2002. – 200 с.

2. Рыбалко В.В. Параметрическое диагностирование энергетических объектов на основе факторного анализа в среде Statistica / В.В. Рыбалко // Exponenta Pro, 2004. – С. 78 – 83.

 ISSN 1562-9945

3. Первухина Е.Л. Организация процедуры принятия решений по результатам стендовых испытаний машиностроительных изделий / Е.Л. Первухина, Т.Л. Степанченко, В.В. Голикова // Статья. Системные технологии, 2007. – №5 (52). – С. 19-25.

4. Степанченко Т.Л. Организация оперативного анализа информации в системе поддержки принятия решений по результатам производственных испытаний машиностроительных изделий / Е.Л. Первухина, Т.Л. Степанченко, Голикова В.В. // Известия МГТУ «МАМИ», № 1, (7), 2009. – с.138-144.

5. Koopman S.J. Time Series Analysis by State Space Methods / S.J. Koopman, J. Durbin. – Oxford: Oxford University Press, 2001. – 254 p.

6. Baram Y. Stochastic model simplification / Y. Baram, Y. Beeri // IEEE Transactions on Automatic Control, 1981. – 26(2). – P. 379-390.

7. Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак. – М.: Наука, 1967. – 408 с.

8. Канторович Л.В. Функциональный анализ // Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: Наука, 1984. – 752 с.

9. Magnus J.R. Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics / J.R. Magnus, H. Neudecker. – New York: John Wiley, 2007. – 450 pp.