

С.В. Вишемирська, Ф.Б. Рогальський

МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ВПРОВАДЖЕННЯ НОВОЇ ПРОДУКЦІЇ У ВИРОБНИЦТВО

Розглянуто побудову мережної моделі процесу впровадження у виробництво нової продукції підприємства харчової промисловості. Наведено математичну модель визначення оптимального складу комбінованих продуктів харчування. Розглянуто метод виробничої функції для аналізу діяльності підприємства.

Ключові слова: підприємство харчової промисловості, мережна модель, оптимізаційна задача, функція Лагранжа, виробнича функція, функція Кобба-Дугласа.

Вступ

Особливості сучасної трансформаційної економіки та мінливість зовнішнього середовища викликає нестабільність функціонування підприємств, змушує їх оперативно реагувати на різноманітні ситуації, проводити збалансовану цінову політику та швидкі зміни асортименту продукції, що часто потребує своєчасного та обґрунтованого розрахунку змін параметрів технологічного процесу і планування діяльності підприємства в цілому [1, 2]. Для розв'язання таких задач використовуються різноманітні методи, і зокрема, методи лінійного календарного планування [3, 4].

Методи лінійного календарного планування не завжди дають очікувані результати, тому що не дозволяють обґрунтовано та оперативно планувати, обирати оптимальний варіант тривалості робіт, використовувати резерви та коригувати графік діяльності. Цих недоліків можна позбутися використовуючи системи мережних моделей [5]. Найбільш розповсюдженими методами ймовірного мережного планування сьогодні є: метод оцінки й аналізу програм (Program Evaluation and Review Technique, PERT); метод статистичних досліджень (метод Монте-Карло); метод графічної оцінки й аналізу програм (Graphic Evaluation and Review Technique, GERT) [6].

Постановка задачі

Управління діяльністю сучасного підприємства вимагає прийняття ефективних управлінських рішень, що неможливо без сучасних інформаційних технологій і систем підтримки прийняття рішень. Це в повній мірі стосується і підприємств харчової промисловості, асор-

© Вишемирська С. В., Рогальський Ф. Б., 2010

тимент продукції яких змінюється досить часто, адже такі підприємства залежать від сезонних поставок сировини, мінливості постачальників, цінової політики тощо. В таких умовах виникає необхідність говорити про впорядкування проектних робіт, створення та розрахунок проекту [3]. Для розв'язання таких задач може бути використано метод, заснований на побудові стрічкового графіка, або метод, заснований на побудові мережного графіка. Метою даної роботи є спроба розробити мережну модель процесу розробки та впровадження у виробництво нової групи продукції на підприємстві харчової промисловості, а також розробити математичні моделі, що описують основні модулі створеної мережі.

Викладення основного матеріалу

Мережні моделі як засіб планування та управління виробництвом

Основою мережного планування й управління є мережна модель (ММ). Проект може бути представлений мережею, що називається мережною моделлю проекту або логічною діаграмою, дуги якої представляють операції [1]. Час виконання операцій або тривалість операцій відомі та привласнюються дугам як додатні величини. Вершини мережі E_i , які називаються подіями, можуть інтерпретуватися як результати виконання окремих поодиноких задач. Тривалість операції P_{ij} , що приймає участь в реалізації події E_{ij} , позначається як t_{ij} . В ММ представлена сукупність взаємозалежних робіт і подій, що відображають процес досягнення певної мети. Вона може бути представлена у вигляді графіка або таблиці.

На рис. 1 графічно представлена ММ, що складається з подій та робіт, тривалість виконання яких зазначена над роботами [1].

Перед розрахунком ММ необхідно перевірити виконання наступних вимог:

1. Події правильно пронумеровані, тобто для кожної роботи (i, j) $i < j$.
2. Відсутні тупикові події (крім завершальної), тобто такі, за якими не виконується хоча б одна робота.
3. Відсутні події (за винятком вихідної), яким не передують хоча б одна робота.

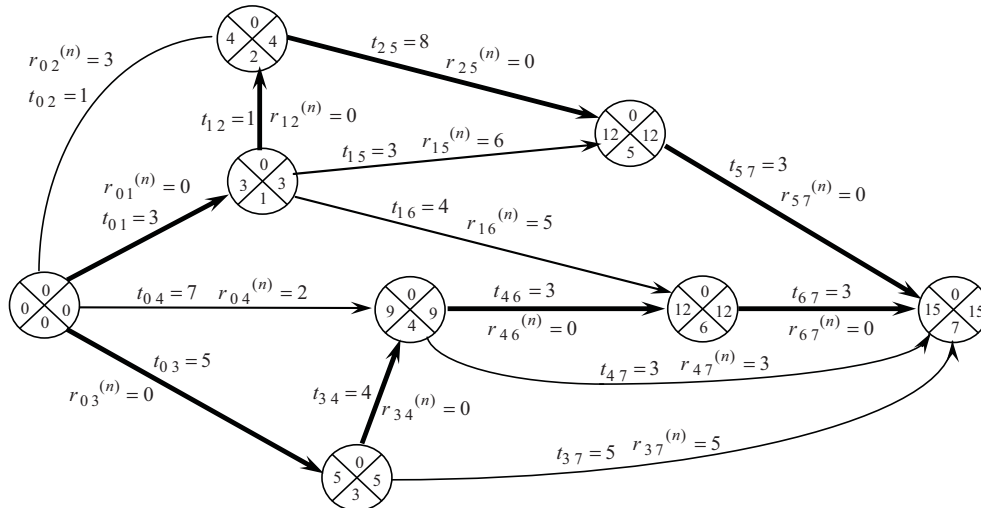


Рисунок 1 – Проект, представлений мережною моделлю

4. Відсутні цикли, тобто замкнуті шляхи, що з'єднують подію з нею ж самою.

Для подій розраховують три характеристики: ранній і пізній строк здійснення події, а також її резерв.

Ранній строк здійснення події визначається величиною найбільш тривалого відрізка шляху від вихідної до розглянутої події, причому $t_p(1) = 0$, а $t_p(N) = t_{k_p}(L)$:

$$t_p(j) = \max\{t_p(i) + t(i, j)\}; \quad j = 2, N. \quad (1)$$

Пізній строк здійснення події характеризує самий пізній припустимий строк, до якого повинна відбутися подія, не викликаючи при цьому зриву строку здійснення кінцевої події:

$$t_n(i) = \min\{t_n(j) - t(i, j)\}; \quad j = 2, N - 1. \quad (2)$$

Цей показник визначається „зворотним ходом”, починаючи із завершальної події, з урахуванням співвідношення $t_n(N) = t_p(N)$.

Всі події, за винятком подій, що належать критичному шляху, мають резерв $R(i)$:

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i). \quad (3)$$

Резерв показує, на який гранично припустимий строк можна затримати настання цієї події, не викликаючи при цьому збільшення строку виконання всього комплексу робіт.

Необхідні характеристики ММ можуть бути отримані на основі аналітичних формул (1-3), а процес обчислень відображений безпосередньо на графіку, або в матриці, або в таблиці.

Тривалість проекту істотно залежить від структури впорядкування окремих робіт, із яких складається проект. Тому побудова оптимальної структури впорядкування проектних робіт є актуальною задачею планування діяльності підприємства.

В результаті аналізу змістовного вмісту робіт на досліджуваному підприємстві і встановлення зв'язків між ними нам вдалося побудувати мережну модель, яка може бути використана для об'єднання основних модулів, що реалізують процеси у досліджуваній системі. Роботи згруповано в економічні та технологічні процеси у виробничій системі харчової промисловості, що дозволило за допомогою засобів мережного моделювання отримати модель, показану на рис. 2.

Окремим блоком представленої моделі виділено модулі, що розв'язують задачі технологічного процесу.

Для кожного з наведених модулів СППР розроблено відповідну модель підтримки прийняття рішень. Розглянемо методику побудови таких моделей на прикладах окремих задач управління як технологічним процесом, так і підприємством в цілому.

Визначення оптимального набору компонентів для комбінованих продуктів харчування

Однією з актуальних проблем у розробці та впровадженні в виробництво нової групи продукції є одержання оптимальної рецептури, тобто такої рецептури, яка буде враховувати всі необхідні вимоги за органолептичними показниками, зберігаючи при цьому належний баланс поживних речовин. Необхідно побудувати математичну модель визначення оптимального набору компонентів для комбінованих продуктів харчування, тобто досягнення балансу певних харчових речовин суміші (клітковини, пектинів, натрію, вітамінів тощо). У цьому випадку необхідно використовувати векторну оптимізацію, тобто необхідно досягти балансу вмісту кожної харчової речовини щодо всіх харчових речовин.

У даній задачі в якості змінних оптимізаційної моделі виступають маси інгредієнтів, що складають харчову суміш. Граничними умовами є вимоги за органолептичними показниками, що залежать від вмісту в суміші тільки одного інгредієнту. Обмеженнями висту-

пають вимоги за органолептичними показниками, на які впливають кілька інгредієнтів комплексно (наприклад, консистенція визначається змістом у суміші сухих речовин, які містяться у всіх інгредієнтах), а також обмеження на загальну масу суміші.

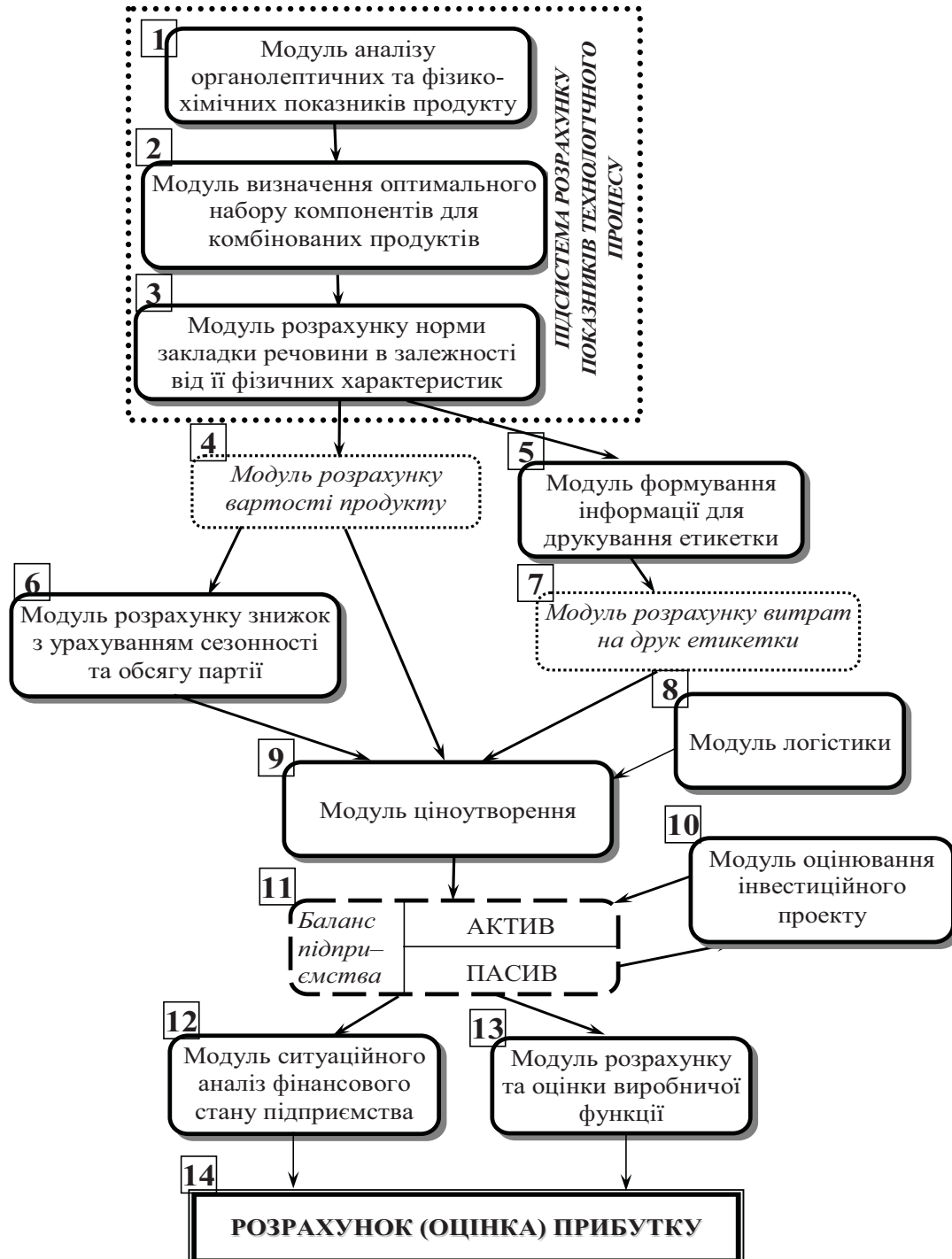


Рисунок 2 – Мережна модель системи підтримки прийняття рішень на підприємстві харчової промисловості

При об'єднанні критеріїв мається на увазі, що вони приведені до єдиної шкали. Приведення до єдиної шкали здійснюється шляхом

вираження фактичних критеріїв $F_i^{\text{фактич}}$ у відносних значеннях, тобто їхнім нормуванням щодо ідеальних значень $F_i^{\text{ідеальне}}$ [7].

З урахуванням вимог на невід'ємність критеріїв оптимізується залежність виду:

$$\min F_0 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{F_i^{\text{фактичне}} - F_i^{\text{ідеальне}}}{F_i^{\text{ідеальне}}} \right)^2 \quad (4)$$

Тобто по кожній харчовій речовині необхідно мінімізувати квадрат відносного відхилення від еталона $\frac{B_j - E_j}{E_j}$, де B_j – показник фактичного вмісту в суміші j -ої поживної речовини, E_j – показник еталонного вмісту в суміші j -ої поживної речовини. Оскільки важливо не абсолютне значення того або іншого показника якості або харчової цінності, а їхнє співвідношення в суміші, то перед порівнянням проєктованої рецептури й еталона відповідні показники нормуються. Таким чином, нормований показник фактичного вмісту j -ої поживної речовини в суміші щодо вмісту в ній всіх поживних речовин:

$$B_j = \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i}, \quad (5)$$

де a_{ij} – значення j -го показника в i -м компоненту (наприклад, зміст показника "вітамін А" у компоненті "гарбуз"). Нормований показник еталонного вмісту j -ої поживних речовини в 100 г продукту (суміші) щодо еталонного вмісту всіх поживних речовин в 100 г продукту:

$$E_j = \frac{l}{\sum_{j=1}^m l_j}, \quad (6)$$

де l_j – еталонне значення j -го показника.

Тоді залежність (4) для даної задачі приймає вид:

$$\min F = \sum_{j=1}^m \left(\frac{B_j - E_j}{E_j} \right)^2 = \sum_{j=1}^m \left(\left(\frac{B_j}{E_j} \right)^2 - 2 \frac{B_j}{E_j} + 1 \right).$$

Математична постановка задачі оптимізації харчових сумішей, таким чином, має вигляд:

$$F = \sum_{j=1}^m \left(\left(\frac{B_j}{E_j} \right)^2 - 2 \frac{B_j}{E_j} + 1 \right) \rightarrow \min \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \left(\frac{100 - \omega_i}{100} x_i \right) \geq a \\ - \sum_{i=1}^n \left(\frac{100 - \omega_i}{100} x_i \right) \geq -b \end{cases}, \quad (8)$$

де ω_i – процентний вміст води в i -му інгредієнті;

a, b – межі вмісту сухих речовин у суміші (вимоги до консистенції);

l_j – еталонний вміст j -ої харчової речовини на 1000 ккал суміші;

n – кількість інгредієнтів суміші;

m – кількість розглянутих харчових речовин (вуглеводів, мінералів і вітамінів).

У такій постановці маємо задачу умовної нелінійної оптимізації з нелінійною цільовою функцією й лінійними обмеженнями й граничними умовами.

Для розв'язання поставленої задачі використовуємо теорему Куна-Таккера та функцію Лагранжа [8, 9]. Отримуємо наступні умови для оптимального розв'язання:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 2 \sum_{i=1}^m x_i - 2 - \lambda_1 \sum_{i=1}^n c_i + \lambda_2 \sum_{i=1}^n c_i \geq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = a - \sum_{i=1}^n c_i x_i \leq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \sum_{i=1}^n c_i x_i - b \leq 0$$

$$\begin{cases} \left(2 \sum_{i=1}^m x_i - 2 - \lambda_1 \sum_{i=1}^n c_i + \lambda_2 \sum_{i=1}^n c_i \right) x_i = 0 \\ \left(a - \sum_{i=1}^n c_i x_i \right) \lambda_1 = 0 \\ \left(\sum_{i=1}^n c_i x_i - b \right) \lambda_2 = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

де система (9) – це умови додаткової нежорсткості.

Шляхом введення в систему вільних змінних v_i , w_1 та w_2 отримуємо:

$$\begin{cases} 2 \sum_{i=1}^m x_i - 2 - \lambda_1 \sum_{i=1}^n c_i + \lambda_2 \sum_{i=1}^n c_i - v_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n c_i x_i - w_1 = a \\ \sum_{i=1}^n c_i x_i + w_2 = b \end{cases}. \quad (10)$$

Розв'язання системи (10) дозволяє розрахувати оптимальне співвідношення мас інгредієнтів для одержання суміші із заданими характеристиками.

Метод виробничої функції для аналізу діяльності підприємства

Розглянемо метод виробничої функції, як засіб, який широко застосовують в мікроекономічному аналізі. Залежно від кількості чинників виробнича функція визначається як одночинникова, двочинникова, багаточинникова. Функціональна залежність може бути подана в табличній, графічній та аналітичній формах [9, 11]. Виробничу функцію застосовують в моделюванні виробничого плану підприємства.

Нехай обсяг випуску продукції у описується двофакторною виробничою функцією виду:

$$y = f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

яка пов'язує два види ресурсів – працю x_1 і капітал x_2 . Ціна одиниці ресурсу x_i , $i = 1, 2$, становить c_i , а сталі витрати, які не залежать від обсягу виробництва, – c_0 . Тоді загальні витрати на виробництво продукції становлять:

$$F(x_1, x_2) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 = 3 + 6x_1 + 2x_2.$$

Для складання такого плану виробництва, який за умов сталого обсягу C випуску продукції забезпечить найменші витрати ресурсів, скористаємось знаходженням мінімуму функції загального виду:

$$F(x_1, x_2) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \min \quad (11)$$

За умови, що: $y = f(x_1, x_2) = C, C = \text{const} = 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Щоб уникнути складних викладок, використаємо виробничу функцію Кобба–Дугласа $y = bx_1^{a_1}x_2^{a_2}$ та знайдемо розв'язок задачі (11) за умов, що:

$$y = bx_1^{a_1}x_2^{a_2} = C, a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, a_1 + a_2 = 1; \quad (12)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Припустатимемо, що всі сталі c_1, c_2, a_1, a_2, b, C додатні.

Складемо функцію Лагранжа та розв'язавши одержану систему рівнянь знайдемо:

$$\begin{cases} c_1 = \lambda b a_1 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{a_2} \\ c_2 = \lambda b a_2 \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{a_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{a_1}{a_2} \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{c_1}{c_2} \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow x_2 = \frac{c_1}{c_2} \frac{a_2}{a_1} x_1 \quad (13)$$

Стаціонарна точка в цьому випадку задається відношенням:

$$x_1^0 = \frac{C}{b} \left(\frac{c_2 a_1}{c_1 a_2} \right)^{a_2}, x_2^0 = \frac{C}{b} \left(\frac{c_1 a_2}{c_2 a_1} \right)^{a_1} \quad (14)$$

Досліджуючи на екстремум точку $M_0(x_1^0; x_2^0)$, маємо:

$$\begin{aligned}
d^2L|_{M_0} &= \frac{\lambda a_1 a_2 C}{(x_1^0)^2} dx_1^2 - 2 \frac{\lambda b a_1 a_2}{(x_1^0)^{a_2} (x_2^0)^{a_1}} dx_1 \left(-\frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{x_2^0}{x_1^0} \right) dx_1 + \\
&+ \frac{\lambda a_1 a_2 C}{(x_2^0)^2} \left(-\frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{x_2^0}{x_1^0} \right)^2 dx_1^2 = \\
&= \frac{\lambda a_1 a_2 C}{(x_1^0)^2} dx_1^2 + 2 \frac{\lambda b a_1^2 (x_2^0)^{a_2}}{(x_1^0)^{1+a_2}} dx_1^2 + \frac{\lambda a_1^3 C}{a_2 (x_1^0)^2} dx_1^2
\end{aligned}$$

Оскільки $\lambda > 0$ та всі інші параметри у виразі для $d^2L|_{M_0}$ додатні, то для всіх доволі малих значень $dx_1 \neq 0$ вираз $d^2L|_{M_0} > 0$. Тому M_0 – точка умовного мінімуму.

Отже, щоб виробити задану кількість продукції з найменшими витратами ресурсів, капітал і працю потрібно розподілити згідно зі співвідношенням (13).

Виробнича функція свідчить, що існує багато варіантів виробництва певного обсягу продукції за рахунок певного набору факторів виробництва [12]. Поліпшення технологічних параметрів, що максимально збільшують обсяг виробництва певного виду продукції, завжди відображається у новій виробничій функції. Застосування виробничої функції доречно для обчислення мінімальної кількості витрат, необхідних для виробництва будь-якого обсягу продукції. Співвідношення набору факторів виробництва і максимально можливого обсягу продукції, виробленої внаслідок цього набору факторів, і розкриває сутність виробничої функції.

Моделі підтримки прийняття рішень в управлінні підприємством

Ефективне управління активною виробничою системою вимагає забезпечення керівників підприємства об'єктивними рекомендаціями з вирішення різноманітних проблемних ситуацій, для чого потрібні відповідні моделі підтримки прийняття рішень. Моделі є основою для створення програмних модулів, що розв'язують конкретні задачі підприємства (рис. 2).

За допомогою запропонованої мережної моделі вдалося об'єднати окремі процеси на підприємстві, завдяки чому налагоджено обмін інформацією між підрозділами підприємства, що дозволило обґрунто-

вано підходити до вибору нової групи асортименту продукції в цілому та до кожного окремого продукту зокрема.

Інформація, отримана в підсистемі розрахунку показників технологічного процесу на початковому етапі розробки та впровадження у виробництво нового продукту є вихідною для подальшого розрахунку та обґрунтування ціни, обсягу виробництва, доцільності та обсягу залучених інвестицій, що, в свою чергу, є підґрунтям для оцінки діяльності підприємства та розрахунку прибутку.

Низка інших моделей забезпечує підтримку прийняття рішень при управлінні підприємством. Керівництву підприємства запропоновано модель ситуаційного аналізу фінансового стану підприємства, модель оцінки ризику інвестиційного проекту, модель формування цінової політики, модель розв'язання логістичних проблем підприємства тощо.

Для наведених моделей розроблено відповідні інформаційні технології. Використання обґрунтованих теоретичних положень і науково-методичних рекомендацій надає можливість керівництву підприємства приймати математично прораховані рішення, що, в свою чергу, дозволяє отримувати стійкі конкурентні переваги, стабільний розвиток, формувати привабливий діловий імідж в умовах невизначеності зовнішнього середовища.

Висновки

Використання мережних систем планування та управління має суттєве значення для виробництва. Складання мережного графіка дозволяє розглядати організацію робіт у взаємозв'язку та проводити їх підготовку ще до початку виконання всього комплексу робіт. Керівництво має можливість скористатися оптимальною технологією виконання робіт. Чіткий розподіл технологічного процесу на окремі роботи та події підвищує значення вихідної інформації, а зв'язок робіт та подій дозволяє побудувати алгоритм розрахунку мережі. Наведений підхід дозволив запропонувати низку моделей підтримки прийняття рішень для керівників підприємств харчової промисловості. Запропоновані моделі впроваджено на харчовому підприємстві „Південний консервний завод дитячого харчування”.

ЛІТЕРАТУРА

1. Планування діяльності підприємства: Навч. посіб. / За заг. ред. В. Є. Москалюка. – К.: КНЕУ, 2005. – 384 с.

2. Вишемирська С. В. Удосконалення управління підприємством дитячого харчування // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту: Матеріали міжнародної наукової конференції. Том 2. – Херсон: ХНТУ, 2010. – С.232-235.
3. А. Кофман, Г. Дебазей. Сетевые методы планирования. – М.: Прогресс, 1968. – 182 с.
4. Кузин Б., Юрьев В., Шахдинаров Г. Методы и модели управления фирмой. – СПб: Питер, 2001. – 432 с.
5. Просветов Г.И. Математические методы в экономике / Г. И. Просветов. – М.: Изд-во РДЛ, 2004. – 160 с.
6. Эддоус М, Стэнсфилд Р. Методы принятия решений / Пер. с англ. под ред. член-корр. РАН И. И. Елисеевой. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1977. – 590 с.
7. Математические модели и методы оптимального конструирования ЭВА и РЭА. Фролов В.А. –Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. Ун-те, 1985. – 136 с.
8. Зайченко Ю. П., Шумилова С. А. Исследование операций: Сборник задач. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Выща шк., 1990. – 239 с.
9. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике: учеб. пособие / П. В. Конюховский. – СПб., 2000. – 208 с.
10. Кулішов В. В. Економіка підприємства: теорія і практика: Навчальний посібник. – К.: Ніка-Центр, 2002. – 216 с.
11. Хома І.Б., Турко В.В. Економіко-математичні методи аналізу діяльності підприємств: Навч.-метод. посібник. Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. - 328 с.
12. Экономика предприятия: Учебник / Ред. Е. Л. Кантор. – СПб.: Питер, 2002. – 352 с.