

УДК 536:669.02.09:669.054.82:005

И.А. Павлюченков, Р.В. Волошин, Т.Н. Овчаренко, М.В. Бабенко,  
Е.В. Сало

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАВЛЕНИЯ  
АЛЮМОСОДЕРЖАЩЕГО СЛИТКА В СТАЛЕРАЗЛИВОЧНОМ  
КОВШЕ**

*Аннотация. В статье разработана математическая модель и алгоритм расчета (на основе метода Дюзимбера) кинетики плавления кусковых материалов, содержащих алюминий при несимметричных граничных условиях. Проведены расчеты длительности плавления алюмосодержащего слитка цилиндрической формы в зависимости от скорости продольного обтекания для различных толщин утяжелителя и защитной оболочки.*

**Введение.** Тенденции развития сталеплавильного производства предусматривают выплавку полупродукта с последующей внепечной обработкой металла на установках доводки металла. Внепечная обработка металла является одним из наиболее эффективных направлений коренного повышения качества металла и ресурсосбережения в металлургии.

В настоящее время для раскисления стали в ковше при выпуске плавки из агрегата обычно используется алюминий в чушках. Алюминий значительно легче стали, поэтому заброшенные в ковш чушки алюминия всплывают на поверхность шлака интенсивно взаимодействуют с атмосферой и со шлаком. Наблюдается низкое (5-15%) усвоение алюминия жидким металлом. Дефицит и высокая стоимость алюминия постоянно заставляют металлургов искать пути снижения его расхода. Одним из решений поставленной задачи является, увеличения плотности алюминиевого слитка путем ввода утяжелителя и с одновременной изоляцией его поверхности от воздействия окислительного шлака [1].

**Постановка задачи.** Данная задача относится к задачам теплопроводности с подвижными границами раздела фаз. Для ее решения применяются, как правило, численные методы. Наиболее

---

© Павлюченков И.А., Волошин Р.В., Овчаренко Т.Н., Бабенко М.В., Сало Е.В., 2010

универсальным является метод конечных разностей. Целью статьи является разработка алгоритмов расчета на основе метода Дюзимбера кинетики плавления кусковых материалов в расплаве цилиндрической формы при несимметричных граничных условиях [2].

При вводе слитка в процессе выпуска металла из конвертера в сталеразливочный ковш он будет находиться в объеме расплава или на границе шлак-металл (рис. 1). После расплавления намерзшей стальной оболочки и затем чугуновой оболочки часть жидкого алюминия всплывет на шлак а частично конвективными потоками металла попадет в объем металла.

Указанный слиток представлен в виде цилиндра диаметром 70 мм и длиной 700 мм и расположен на границе шлак-металл (рис. 1). Принимаем, что температуры жидкого металла  $t_m$  и жидкого шлака  $t_{ш}$  постоянны. Предполагаем, что теплофизические параметры слитка и защитного покрытия не зависят от температуры. Предполагаем также, что тепловой поток по длине слитка не значителен, поэтому трехмерная задача нагрева и плавления слитка сводится к двумерной (по радиусу  $r$  и углу  $\varphi$ ).

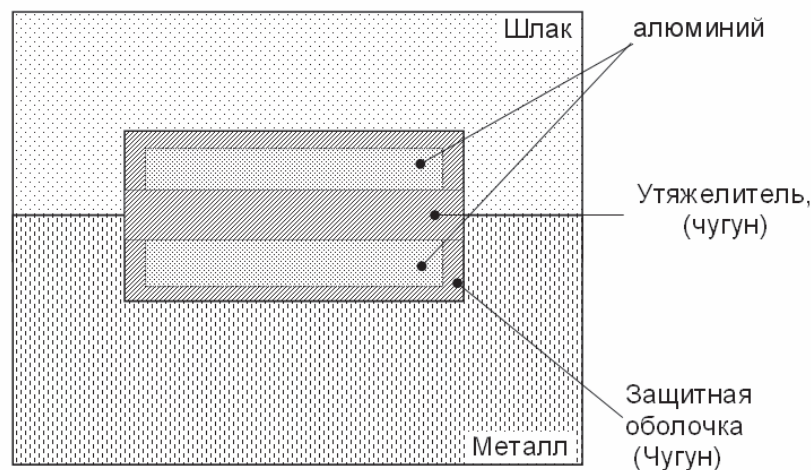


Рисунок 1- К процессу плавления алюминиевого слитка с защитным покрытием и утяжелителем, который расположен на границе шлак-металл

**Математическая модель.** Уравнение теплопроводности для трех фаз слитка (твердой, двухфазной, жидкой):

$$C_{эф}\rho \frac{\partial T(r, \varphi, \tau)}{\partial \tau} = \left[ \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[ \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right], \quad (1)$$

$$0 < r < R_0, 0 < \varphi < \pi$$

где  $C_{эф}$  - эффективная теплоемкость и плотность определяются в виде:

$$C_{эф}(T) = \begin{cases} c_{жс}(t), T \geq t_L^T \\ c_{мб}(t) + Q_{мб} \frac{d\psi(t)}{dt}, t_S^T < T < t_L^T \\ c_{мб}(t), T \leq t_S^T \end{cases} \quad (2)$$

$$\rho(t) = \begin{cases} \rho_{жс}(t), T \geq t_L^T \\ (\rho_{мб}(t) + \rho_{жс}(t))/2, t_S^T < t < t_L^T \\ \rho_{мб}(t), t \leq t_S^T \end{cases} \quad (3)$$

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_{жс}(t), T \geq t_L^T \\ (\lambda_{жс}(t) + \lambda_{мб}(t))/2, t_S^T < T < t_L^T \\ \lambda_{мб}(t), T \leq t_S^T \end{cases} \quad (4)$$

Распределение температур в утяжелителе и защитной оболочке имеет вид:

$$C_u \rho_u \frac{\partial T_u(r, \varphi, \tau)}{\partial \tau} = \left[ \lambda_u \frac{\partial^2 T_u}{\partial r^2} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial T_u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[ \lambda_u \frac{\partial^2 T_u}{\partial \varphi^2} \right], \quad (5)$$

$0 < r < R_y, 0 < \varphi < \pi$  — в утяжелителе

$R_0 > r > R_y, 0 < \varphi < \pi$  — в защитной оболочке чугуна

Граничные условия. На оси симметрии поперечного сечения цилиндра тепловой поток равен нулю, то есть:

$$\frac{\partial t(r, 0, \tau)}{\partial \tau} = 0. \quad (6)$$

На верхней боковой поверхности цилиндра ( $0 < \varphi < \varphi_0$ ) происходит конвективный теплообмен с жидким шлаком с заданным коэффициентом  $\alpha_{ш}$  теплоотдачи. На нижней боковой поверхности цилиндра ( $\varphi_0 < \varphi < \pi$ ) происходит конвективный теплообмен с жидким металлом с заданным коэффициентом теплоотдачи  $\alpha_{м}$ . Между намерзшими оболочками металла, шлака, защитной оболочкой и поверхностью цилиндра существует идеальный тепловой контакт, т.е. заданы граничные условия IV рода.

Распределение температур в затвердевшей оболочке металла имеет вид:

$$c_m \rho_m \frac{\partial T_m(r, \varphi, \tau)}{\partial \tau} = \left[ \lambda_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial r^2} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial T_m}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[ \lambda_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial \varphi^2} \right], \quad (7)$$

$r > R_ч, (\varphi 0 < \varphi < \pi)$

Пусть точка  $P_m$  принадлежит границе плавления (намерзания) затвердевшей оболочки металла. При этом условие движения границы плавления (намерзания) запишем в виде:

$$\alpha_m (t_m(r, \varphi, \tau) - t_{н.л}^m) - \lambda \frac{\partial t_m(P_m)}{\partial n} = -\rho_m Q_m W(P_m); t(P) = t_v. \quad (8)$$

где  $t_v$  - температура нулевой жидкотекучести (выливаемости) металла

Распределение температур в затвердевшей оболочке шлака имеет вид:

$$c_w \rho_w \frac{\partial T_w(r, \varphi, \tau)}{\partial \tau} = \left[ \lambda_w \frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial T_w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[ \lambda_w \frac{\partial^2 T_w}{\partial \varphi^2} \right], \quad (9)$$

$r > R_ч, (0 < \varphi < \varphi 0)$

Пусть точка  $P_h$  принадлежит границе плавления (намерзания) затвердевшей оболочки шлака. При этом условие движения границы плавления (намерзания) запишем в виде:

$$\alpha_h (t_h(r, \varphi, \tau) - t_{н.л}^w) - \lambda \frac{\partial t_h(P_h)}{\partial n} = -\rho_h Q_h W(P_h); t(P_h) = t_{н.л}^w. \quad (10)$$

В качестве начального условия выбирается равномерное распределение температур в слитке, утяжелителе и защитной оболочке.

Коэффициент теплоотдачи от жидкой стали определяли по данным из следующего критериального уравнения, в котором за характерный размер  $d$  принят удесятенный диаметр слитка:

$$Nu_s = \frac{0,037 Re^{0,8} Pr}{1 + 2,433 Re^{-0,11} (Pr^{2/3} - 1)}, \quad (11)$$

где  $Re$ ,  $Pr$ ,  $Nu$  - критерии Рейнольдса, Прандтля и Нуссельта соответственно.

Коэффициент теплоотдачи от жидкой стали определяли по данным.

**Алгоритм расчета.** В качестве расчетной области выбрана половина поперечного сечения цилиндра (рис. 2). Для решения задачи формируем квадратную координатную сетку. Для этого разобьем рассматриваемую половину сечения вертикальными и

горизонтальными линиями как это показано на рисунке 2. В итоге получили контрольные объемы с координатами  $i, j$ . Значения температур будем определять в центре контрольных объемов. Задаем  $M_0$  – начальное количество узлов по радиусу. В предлагаемом алгоритме расчета используется явная разностная схема. Вводятся матрицы температур  $t_{i,j}^n$  и  $t_{i,j}^{n+1}$  для  $(n)$  и  $(n+1)$  временных слоев.

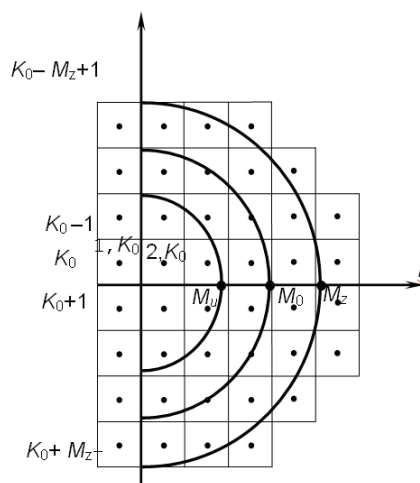


Рисунок 2 – Расчетная область к задаче плавления слитка с защитной оболочкой и утяжелителем, который расположен на границе шлак-металл

Для учета условия симметрии задаем дополнительный столбец температур  $t_{1,j}^n$ . Равенство нулю тепловых потоков на оси симметрии учитывается посредством присвоения на каждом временном слое значений температур соответствующих столбцов:  $t_{1,j}^n = t_{2,j}^n$ . В результате такого подхода все контрольные объемы расчетной области являются внутренними, что существенно упрощает составление программы расчета. Вводятся матрицы теплофизических параметров плотности  $\rho_{i,j}^n$ , теплопроводности  $\lambda_{i,j}^n$  и теплоемкости  $c_{i,j}^n$ , куда заносятся на каждом временном слое соответствующие значения параметров материала слитка, утяжелителя, защитной оболочки из чугуна и затвердевших металла и шлака.

В данной задаче используется только одно обобщенное уравнение для расчета температур на “ $n+1$ ” временном слое. Оно имеет следующий вид:

$$t_{i,j}^{n+1} = t_{i,j}^n + r_z (t_{i-1,j}^n - t_{i,j}^n) - r_v (t_{i,j}^n - t_{i+1,j}^n) + r_s (t_{i,j-1}^n - t_{i,j}^n) - r_j (t_{i,j}^n - t_{i,j+1}^n) \quad (12)$$

Значение коэффициента  $r_z$  ( $z$  – ”запад”) определяется по формуле:

$$r_z = \frac{\Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \left( \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i,j}^n} + \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i-1,j}^n} \right)}. \quad (13)$$

Значение коэффициента  $r_v$  ( $v$  – ”восток”) определяется в зависимости от значения температуры в контрольном объеме с номером  $t_{i+1,j}^n$ :

$$r_v = \frac{\alpha \cdot \Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \Delta x}, \quad t_{i+1,j}^n = t_{ж} \quad (14)$$

$$r_v = \frac{\Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \left( \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i,j}^n} + \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i+1,j}^n} \right)}, \quad (15)$$

$$t_{i+1,j}^n \neq t_{ж}$$

Температура расплава  $t_{ж}$  принимает значение жидкого металла  $t_m$  или жидкого шлака  $t_{ш}$ .

Значение коэффициента  $r_s$  ( $s$  – ”север”) определяется в зависимости от значения температуры в контрольном объеме с номером  $t_{i,j-1}^n$ :

$$r_s = \frac{\alpha \cdot \Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \Delta x}, \quad (16)$$

$$t_{i,j-1}^n = t_{ж}$$

$$r_s = \frac{\Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \left( \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i,j-1}^n} + \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i,j}^n} \right)} \quad (17)$$

$$t_{i,j-1}^n \neq t_{ж}$$

Значение  $r_j$  ( $j$  – ”юг”) определяется в зависимости от температуры в контрольном объеме с номером  $t_{i,j+1}^n$ :

$$r_j = \frac{\alpha \cdot \Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \Delta x}, \quad (18)$$

$$t_{i,j+1}^n = t_{ж}$$

$$r_j = \frac{\Delta \tau}{\rho_{i,j}^n \cdot c_{i,j}^n \left( \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i,j}^n} + \frac{\Delta x^2}{2\lambda_{i,j+1}^n} \right)}, \quad (19)$$

$$t_{i,j+1}^n \neq t_{ж}$$

Если контрольный объем с нижней, верхней и правой сторон обтекаются расплавом, то  $r_v$ ,  $r_s$  и  $r_j$  определяются по формулам (14), (16) и (18) соответственно.

Согласно метода Дюзимбера при намерзании и последующем плавлении оболочки металла и чугуна температура поверхностного слоя принимает значение соответствующей температуры плавления (намерзания), т.е. расчет поля температур по формулам (16 – 22) производится с граничными условиями I рода.

Для расчета процесса намерзания и последующего плавления металлической оболочки вычисляется, согласно метода Дюзимбера, избыточная температура:

$$t_u = t_v + r_z (t_{i-1,j}^n - t_v) - r_v (t_v - t_{i+1,j}^n) + r_s (t_{i,j-1}^n - t_v) - r_j (t_v - t_{i,j+1}^n), \quad (20)$$

Если значение избыточной температуры  $t_u$  меньше температуры нулевой жидкотекучести металла  $t_v$ , то на данном временном слое происходит процесс намерзания металла. При этом, разность между значением избыточной температуры и температурой нулевой жидкотекучести металла  $t_v$  суммируется в счетчиках для каждого поверхностного контрольного объема. С этой целью введена матрица  $cdi,j$ ; в начале расчета ее элементы равны нулю. Если через  $k1$  шагов по времени значение  $cdi,j$  станет больше отношения теплоты фазового перехода в металле к его теплоемкости, то температура расплава в соседнем контрольном объеме заменяется на температуру нулевой жидкотекучести металла  $t_v$ .

Если значение избыточной температуры  $t_u$  больше температуры нулевой жидкотекучести металла  $t_v$ , то на данном временном слое происходит процесс расплавления намерзшего

металла. По истечении  $k_2$  шагов по времени значение  $cd_{i,j}$  станет больше отношения теплоты фазового перехода в металле к его теплоемкости, и температура  $t_{i,j}^n$  в контрольном объеме заменяется на температуру расплава.

Аналогично, для расчета процесса намерзания и последующего плавления шлаковой оболочки вычисляется, согласно метода Дюзимбера, избыточная температура:

$$t_u = t_{nl}^h + r_z(t_{i-1,j}^n - t_{nl}^h) - r_v(t_{nl}^h - t_{i+1,j}^n) + r_s(t_{i,j-1}^n - t_{nl}^h) - r_j(t_{nl}^h - t_{i,j+1}^n),$$

$$t_u = t_{nl}^h + r_z(t_{i-1,j}^n - t_{nl}^h) - r_v(t_{nl}^h - t_{i+1,j}^n) + r_s(t_{i,j-1}^n - t_{nl}^h) - r_j(t_{nl}^h - t_{i,j+1}^n), \quad (21)$$

где  $t_{nl}^h$  – температура плавления шлака

Расчет по данному алгоритму заканчивается при условии проплавления металлической оболочки и защитного покрытия для любого из контрольных объемов. При этом алюминиевый слиток полностью проплавляется.

Проведены расчеты длительности плавления слитка в зависимости от скорости продольного обтекания цилиндра (учитывалась естественная и вынужденная конвекция) для различных толщин утяжелителя и защитной оболочки.

Для расчетов использовались теплофизические параметры для алюминия, металлического расплава и шлака [3]. Формула для расчета коэффициента теплоотдачи в шлаковом расплаве взята из работы [4]. Результаты расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем приведены ниже в виде графиков зависимости для трех скоростей обтекания:

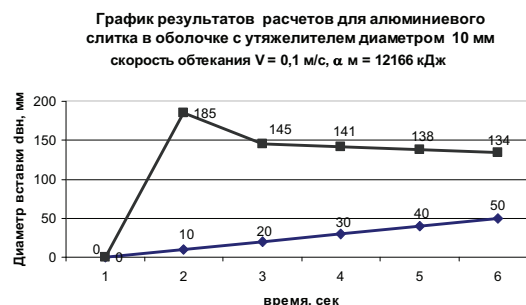
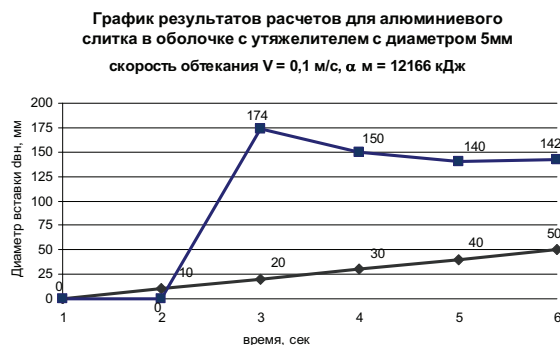




График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 15 мм  
скорость обтекания  $V = 0,1$  м/с,  $\alpha \cdot m = 12166$  кДж

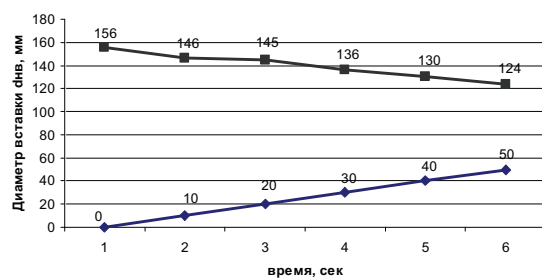


График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 5 мм  
скорость обтекания  $V = 0,5$  м/с,  $\alpha \cdot m = 13494$

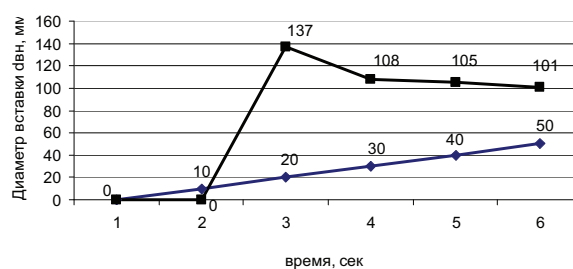


График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 10 мм  
скорость обтекания  $V = 0,5$  м/с,  $\alpha \cdot m = 13494$

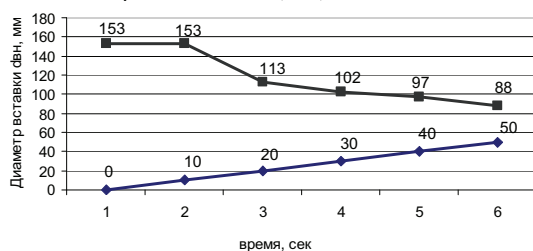


График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 15 мм  
скорость обтекания  $V = 0,5$  м/с,  $\alpha \cdot m = 13494$

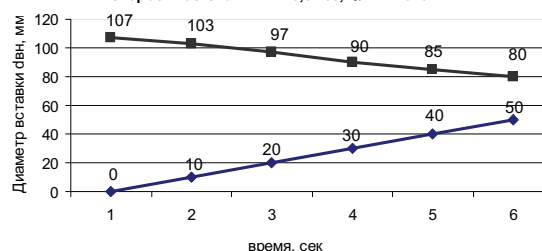


График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 5 мм  
скорость обтекания  $V = 1,0$  м/с,  $\alpha \cdot m = 16527$

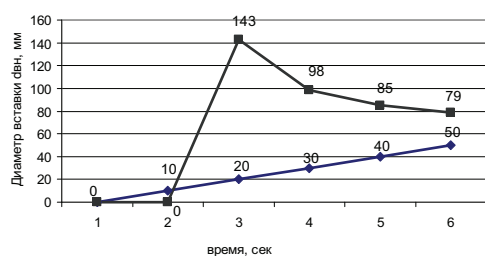


График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 10 мм  
скорость обтекания  $V = 1,0$  м/с,  $\alpha \cdot m = 16527$

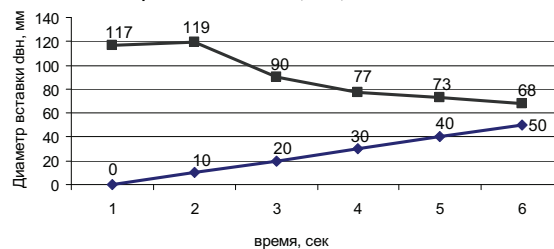
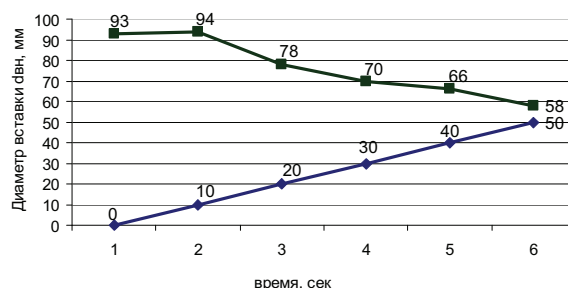


График результатов расчетов для алюминиевого слитка в оболочке с утяжелителем диаметром 15 мм  
скорость обтекания  $V = 1,0$  м/с,  $\alpha \cdot m = 16527$



**Выводы:** По результатам вычислительного эксперимента, можно увидеть, что для указанных скоростей обтекания (характерных при выпуске металла в ковш) длительность проплавления оболочки слитка не превышает время заполнения ковша (5–10 мин).

Результаты вычислительного эксперимента позволяют установить рациональные режимы ввода слитков, обеспечивающие

наиболее благоприятные условия для их расплавления в сталеразливочном ковше в процессе выпуска металла из кислородного конвертера.

Адекватность предложенного алгоритма расчета подтверждается сравнением результатов вычислительного эксперимента с ранее опубликованными экспериментальными и расчетными результатами одномерных задач плавления для различных материалов [2].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Павлюченков И.А. Численное моделирование (на основе метода Дюзимбера) процессов плавления тел в расплаве // Математичне моделювання. – 1997. – №2 С. 37-43.
2. Моделирование процесса плавления чушкового алюминия при раскислении и доводке стали в ковше/ В.А. Вихлевщук, К.Г Носов., В.Ф Поляков.[и др.] // Изв. вузов.Черная металлургия.– 1988–№9–С.31-34.
3. Ефимов В.А. Разливка и кристаллизация стали. - М: Металлургия, 1976.–552 с.
4. Павлюченков И.А., Волошин Р.В., Сало Е.В., Овчаренко Т.Н. Математическое моделирование кинетики плавления тугоплавких материалов цилиндрической формы на границе шлак-металл.”Системні технології”, 4 (69), Регіональний міжвузівський збірник наукових праць, 2010.-М.Дніпропетровськ. С. 113-121.

Получено 23.10.2010г.