

УДК 536:669.02.09:669.054.82:005

И.А. Павлюченков, С.А. Усенко, Е.В. Сало

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПО МЕТОДУ ЭЛЕКТРОШЛАКОВОЙ НАПЛАВКИ СЛИТКА ЖИДКИМ МЕТАЛЛОМ**

*Аннотация. Представлена совместно решенная математическая модель тепловой и электрической задачи для процесса получения слитка методом электрошлаковой наплавки жидким металлом (ЖМ). Также приведены результаты численного решения по представленной модели, свидетельствующие об ее адекватности.*

*Ключевые слова: крупный слиток, электрошлаковая наплавка жидким металлом, токоподводящий кристаллизатор, комплексное математическое моделирование, теплоперенос, двухфазная зона.*

**Введение.** Наличие компьютеров с большой ресурсной емкостью по объему памяти и быстродействию расширяет возможности в постановке вычислительных задач, позволяет проводить численное решение разнообразных технических задач в области металлургии, спецэлектрометаллургии и т.д., провести анализ полученных результатов, дать рекомендации по оптимизации технологических и конструктивных параметров процесса и прогнозировать качество выпускаемой продукции.

**Постановка задачи.** В теории электрошлакового переплава достаточно подробно изучены электрические, тепловые и гидродинамические процессы, происходящие в шлаковой и металлической ванне, в отдельности [1,2]. Но эти процессы неразрывно связаны друг с другом и поэтому возникает задача комплексного их рассмотрения. Целью статьи является численное решение тепловой и электрической задачи по разработанной математической модели для слитка, полученного методом электрошлаковой наплавки жидким металлом в водоохлаждаемом медном кристаллизаторе.

**Алгоритм.** Рассмотрим процесс формирования биметаллического слитка круглого сечения в процессе электрошлаковой наплавки жидким металлом в токоподводящем

кристаллизаторе. Процесс затвердевания металла происходит в интервале температур ликвидуса  $T_L$  и солидуса  $T_S$  с переходом из жидкого в твердое состояние, с образованием двухфазной зоны.

Расчет ведется с момента полного заполнения полости кристаллизатора жидким металлом и наведением поверх него шлаковой ванны. Принимаем, что жидкий металл подается в одном месте, мгновенно и равномерно распределяется по всей верхней поверхности кристаллизатора. Металлическая вставка имеет гладкую поверхность без дефектов. В процессе формирования слиток проходит ряд стадий, отличающихся теплофизическими и физико-химическими условиями.

Для анализа температурного распределения в формирующемся биметаллическом слитке прибегаем к классическим методам теории теплообмена.

Распределение температур в шлаковой, металлической ванне, твердой вставке и медной стенке кристаллизатора описывается двухмерным уравнением теплопроводности в цилиндрической системе координат с соответствующими граничными условиями [1]:

$$\rho_n(t) \cdot c_n(t) \frac{\partial t(r,z,\tau)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda_n(t) r \frac{\partial t(r,z,\tau)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_n(t) \frac{\partial t(r,z,\tau)}{\partial z} \right] + q_v \quad (1)$$

Символами  $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  обозначаются коэффициент теплоемкости, плотность и коэффициент теплопроводности рассматриваемой среды;  $T$  - температура рассматриваемой среды, °С;  $\tau$  - время процесса, сек;  $n$  - символ, позволяющий учитывать соответствующую рассматриваемую среду (твердая металлическая вставка, шлаковая или металлическая ванна, медная стенка кристаллизатора);  $q_v$  - коэффициент, определяющий мощность внутренних источников теплоты.

В процессе кристаллизации металла происходит выделение (поглощение) определенного количества теплоты кристаллизации  $L$ , которую можно учесть заданием эффективной теплоемкости  $c_{eff}^M$  [4].

Для приближенного учета конвективных течений в металлической ванне слитка, в расчетах увеличиваем величину коэффициента теплопроводности расплавленной стали в  $m$  раз, сохраняя уравнение переноса тепла одинаковым, как для твердой,

так и для жидкой фазы. Коэффициент пропорциональности  $m$  – это опытное значение, которое зависит от температуры жидкого металла, конструкции подаваемого устройства и т.д. Авторы работы [3] рекомендуют принимать величину коэффициента пропорциональности от 2 до 5.

Для учета изменения температуры в потоке охлаждающей воды и оценки степени его влияния на формирование слитка в кристаллизаторе, в данную математическую модель вводим одномерное уравнение энергии, учитывающее изменение температуры:

$$\rho_w(t) \cdot c_w(t) \cdot \frac{\partial T_w(z, \tau)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_w(t) \frac{\partial T_w(z, \tau)}{\partial z} \right] \quad (2)$$

Символами  $\rho_w$  и  $c_w$  обозначены плотность и коэффициент теплоемкости воды соответственно.

Начальное условие можно представить так:

$$T(r, z, 0) = T_L + 35...45,$$

Предполагая симметрию поля температур в сечении слитка относительно координатных осей, запишем условие на оси симметрии:

$$\pm \lambda(t) = \frac{\partial T(0, z)}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

На границе поверхность шлаковой ванны – окружающая среда, боковая поверхность металлической вставки – окружающая среда происходит конвективно-лучистый теплообмен и выполняется граничное условие третьего рода:

$$\lambda(T) \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial n} = \alpha_k(T)(t - t_{cp}) + \varepsilon_{nos} C_0 \left( (T + 273)^4 - (T_{cp} + 273)^4 \right), \quad (4)$$

где  $\alpha_k$  – коэффициент теплопередачи конвекцией,  $Bm/m^2 \cdot ^\circ C$ ,  $\varepsilon_{nos}$  – степень черноты поверхности металла;  $C_0$  – излучения абсолютно черного тела,  $Bm/m^2 \cdot K^4$ ;  $T_{cp}$  – температура окружающей среды,  $K$ .

Граничные условия в формирующей части кристаллизатора [5]:

$$\begin{aligned}
-\lambda_{M.eff}(t) \frac{\partial T_M(r, z, \tau)}{\partial \bar{n}_i} &= \frac{\lambda_{sh}(t)}{\delta_z} \cdot (T_M - T_{sh}) + \\
&= + \frac{\lambda_z}{\delta_z} \cdot (T_M - T_{kr}) + \varepsilon_{priv} \cdot \sigma_0 \cdot \left( (T_M + 273)^4 - (T_{kr} + 273)^4 \right) \quad (5)
\end{aligned}$$

Электромагнитные процессы в проводящих средах описываются системой уравнений Максвелла [6, 7]:

$$rot \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad rot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (6)$$

$$div \vec{B} = 0, \quad div \vec{D} = \rho \quad (7)$$

где  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}$  - соответственно напряженность магнитного и электрического полей,  $\vec{B}$  - вектор магнитной индукции,  $\vec{D}$  - вектор электрической индукции,  $\rho$  - объемная плотность зарядов,  $\vec{j}$  - плотность токов проводимости.

К уравнениям (8), (9) присоединяются материальные условия поля

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \cdot (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (8)$$

Здесь  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  - электрическая и магнитные постоянные соответственно,  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  - относительная магнитная проницаемость,  $\sigma$  - удельная электрическая проводимость среды,  $\vec{V}$  - вектор скорости жидкости.

Уравнение для электрического потенциала имеет вид

$$div(\sigma \cdot grad \varphi) = 0 \quad (9)$$

Векторное поле плотности тока  $\vec{j}$  и удельная производительность джоулевых источников теплоты  $f$  в шлаковой ванне вычисляются по формулам:

$$\vec{j} = -\sigma \cdot grad \varphi; \quad f = -\sigma |grad \varphi|^2 \quad (10)$$

Здесь под  $\vec{j}$ ,  $f$  и  $\varphi$  понимаются их действующие значения.

Т.к. задача является осесимметричной, то в качестве расчетной области выбрана половина поперечного сечения цилиндрического биметаллического слитка.

Для реализации численных расчетов теплофизической задачи по математической модели, приведенной выше, используется метод

контрольного объема. Расчетная область (рабочее пространство) (рис. 1) разбивается на некоторое количество непересекающихся контрольных объемов с шагом  $\Delta r$  в радиальном, и  $\Delta z$  - в аксиальном направлениях с учетом равномерности сетки  $r = i \cdot \Delta r$ . Каждая узловая точка содержится в одном контрольном объеме. Значения температуры определяются в узловых точках. Дифференциальные уравнения интегрируются по каждому контрольному объему. Применяется явная разностная схема.

Значение температуры в контрольном объеме с номером  $(i, j)$  в момент времени  $\tau = n \cdot \Delta \tau$  обозначается  $T_{i,j}^n$ , значение температуры в том же контрольном объеме в последующий момент времени -  $T_{i,j}^{n+1}$ , где  $(1 \leq i \leq K_0, 1 \leq j \leq M)$  для  $(n)$   $(n + 1)$  временных слоев. Символами  $ro_{i,j}^n$ ,  $la_{i,j}^n$  и  $c_{i,j}^n$  обозначаются значения плотности, теплопроводности удельной теплоемкости, контрольного объема с номером  $(i, j)$  в зависимости от температуры  $T_{i,j}^n$ .

Численное описание электромагнитной задачи приведено ранее в работах [6, 7].

Программа расчетов реализована на языке Delphi в одноименной среде разработки Delphi 7.0.

Вводятся матрицы температур  $t[i, j]$  и  $t1[i, j]$   $(1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M)$  для  $(n)$   $(n + 1)$  временных слоев. Вводятся матрицы теплофизических параметров плотности  $ro[i, j]$ , теплопроводности  $la[i, j]$  и теплоемкости  $c[i, j]$ , куда заносятся соответствующие значения параметров материалов вставки, наплавляемого металла, шлака, кристаллизатора, охлаждающей воды, окружающей среды, зависящие от температуры. В модуль теплового расчета вводится матрица значений плотности джоулевого источника тепла  $q_v[i, j]$ , полученных в отдельном программном модуле. Целые переменные  $N$  и  $M$  обозначают верхнюю границу ( $N$ ) движущейся вставки и нижнюю границу ( $M$ ) вставки и наплавленного металла.

Вводятся исходные данные теплофизических величин для металлической вставки, шлаковой и металлической ванны, медной стенки кристаллизатора, потока охлаждающей воды.

Программа разбита на несколько подпрограмм: формирование массивов теплофизических величин, расчет температуры металлической вставки, расчет распределения температуры в медной стенке кристаллизатора, шлаковой ванне, наплавляемом слое металла, стенках кристаллизатора и потоке охлаждающей воды.

Для расчетов в качестве исходных параметров использовались: для металлической вставки – сталь 40Х, для жидкого металла - сталь Зсп с соответствующими теплофизическими параметрами, флюс АНФ-94 химический состав которого 40%  $\text{CaF}_2$ , 20%  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 20%  $\text{SiO}_2$ , 20%  $\text{CaO}$ , напряжение на шлаковой ванне – 50 В. Уровень тока определяли расчетным путем. Для данного случая он равен

34280 А.

На рисунке 1 представлена расчетная область рассматриваемого процесса.

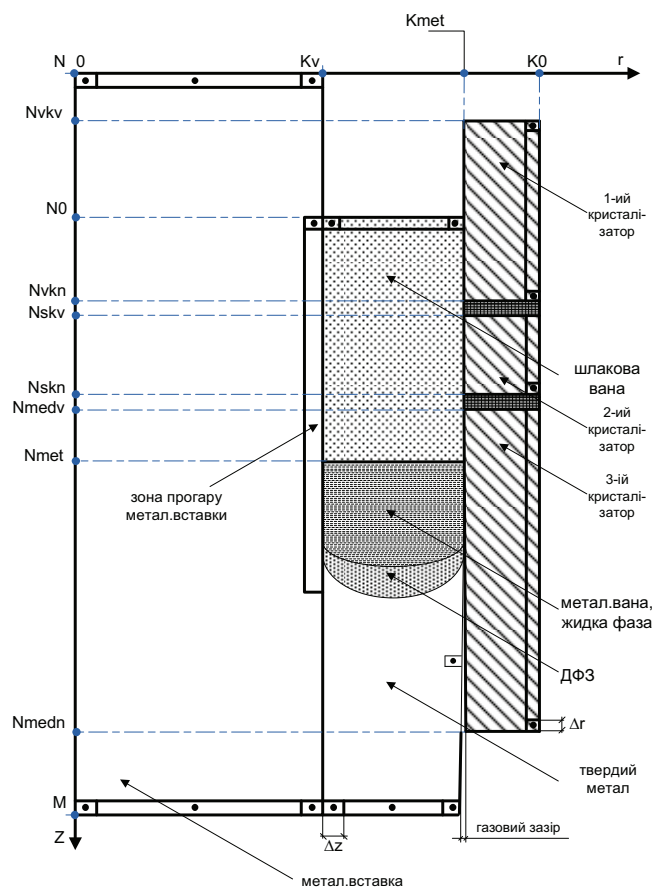


Рисунок 1 – Расчетная область Z0r

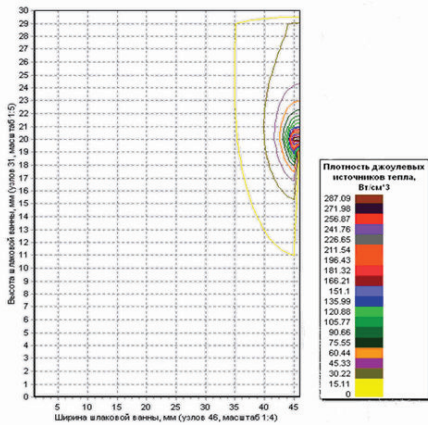


Рисунок 1.2а - Тепловыделение в области шлаковой ванны на последнем расчетном шаге по времени,  $Вт/см^3$  без учета гидродинамики

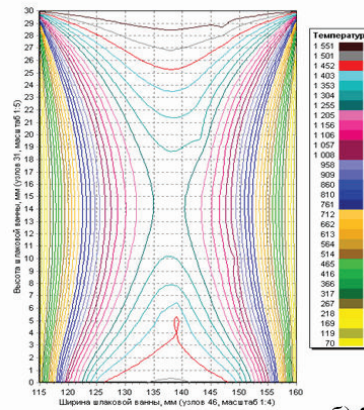


Рисунок 1.2б – Поле температуры на последнем расчетном шаге по времени, без учета гидродинамики

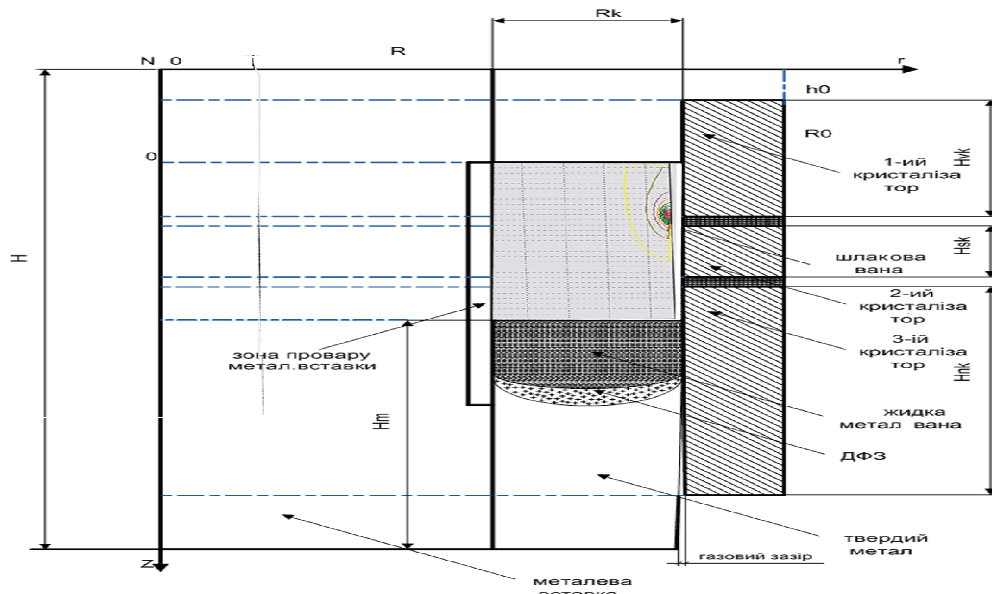


Рисунок 1.3 - Тепловыделение в области шлаковой ванны на последнем расчетном шаге по времени,  $Вт/см^3$ . Без гидродинамики

На рисунках 1.2а,б и рисунке 1.3 приведено типичное распределение функции  $Q[i, j]$  (плотность джоулевого источника теплоты) при температуре шлака 1600 °C и распределение температуры в шлаковой ванне. Видно, что основное количество



тепла концентрируется в зоне токоведущей секции кристаллизатора, обеспечивая формирование поверхности слитка.

#### **Выводы**

Адекватность предложенной математической модели и численных результатов подтверждается сравнением результатов с ранее опубликованными расчетными результатами [1].

Результаты численного решения позволяют получить распределение тепла в любой момент времени в каждой точке элемента системы (металлической вставке, шлаковой ванне, наплавляемом слое, потоке охлаждающей воды, медной стенке кристаллизатора).

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Математическое моделирование процессов укрупнения слитков из высоколегированных сталей и сплавов способом электрошлаковой наплавки жидким металлом в токоподводящем кристаллизаторе / В.И. Махненко, Л.Б. Медовар, В.Я. Саенко, Т.В. Королева [и др.] // Современная электрометаллургия. – 2008. - №4. – С.30-43.
2. Тепловые процессы при электрошлаковом переплаве / Под ред. Б.И. Медовара. – Киев: Наук.думка, 1978. – 304 с.
3. Самарский А.А., Вабищев П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
4. Самойлович Ю.А., Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Несенчук А.П., Фоменко А.П. Стальной слиток: В 3т. Т.1 Управление кристаллической структурой / Под ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. – Мн.: Беларуская навука, 2000. – 583с.
5. В.А. Ефимов, А.С. Эльдарханов. Влияние контактного теплообмена и газового зазора на процессы затвердевания непрерывных заготовок. Процессы литья, 1997, №4, с.89-95.
6. Компьютерное моделирование электромагнитных явлений при электрошлаковом процессе / В.Ф. Демченко, И.В. Крикент // Математичне моделювання. – 2002. - №1 (8). – С. 16-20.
7. Математическое моделирование электрошлакового процесса / И.В. Крикент // Математичне моделювання. – 1994. - №1. – С. 57-59.

Получено 23.10.2010г.