УДК 624.046.5

Д.Г. Зеленцов, Л.И. Короткая

# ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОРРОДИРУЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПАРАМЕТРА АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ

*Анотація. Пропонується нова постановка задачі оптимізації кородуючих конструкцій при нечіткій заданій інформації про швидкість корозії. Цей параметр описується лінгвістичною змінною, кожному значенню якої відповідає заданий інтервал зміни параметра. Використовується математичний апарат теорії нечітких множин, який дозволяє формалізувати початкові дані. Приводиться аналіз результатів чисельного експеримента.*

## Введение

За последние десятилетия проблеме расчета и оптимального проектирования конструкций, функционирующих в агрессивных средах, уделяется значительное внимание [1,2]. Традиционно при решении задачи весовой оптимизации корродирующих конструкций используется два подхода: детерминированный и вероятностный. Первый, наиболее распространенный, предполагает решение задачи в детерминированной постановке, когда значение долговечности является заданной точечной величиной (далее задача в четкой постановке). Второй подход – вероятностно-стохастический, допускает, что долговечность является интервальной величиной, распределенной по какому-либо известному закону (далее задача в вероятностной постановке). Указанные подходы предполагают наличие или полной информации о природе коррозионного процесса или информацию о законе и параметрах распределения. В реальных ситуациях информация о природе коррозии является неполной, что ставит под сомнение целесообразность решения задачи оптимизации в перечисленных постановках. В данной работе предлагается новый подход к решению задач оптимизации корродирующих конструкций при нечеткой информации о процессе коррозии (далее задача в нечеткой постановке).

**Постановка задачи**

До настоящего времени для решения задачи оптимизации корродирующих конструкций применялась следующая постановка:

$$\begin{cases} \mathbf{F}(\bar{x}) \to \mathbf{min} \\ g_1: \quad t(\bar{x}, \bar{c}) - t^* \geq 0 \\ g_2: \quad x_i \in \left[x_i^-; x_i^+\right], \ i = \overline{1, n} \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь $\bar{x}$ – вектор варьируемых параметров; n – их количество; $x_i^-; x_i^+$ – соответствующая нижняя и верхняя граница $i-$ го варьируемого параметра; $\bar{c}$ – вектор параметров агрессивной среды; $t(\bar{x}, \bar{c})$ и $t^*$ – расчетная и заданная долговечность конструкции; $\mathbf{F}(\bar{x})$ – целевая функция.

Решение задачи в такой постановке имеет более теоретическое, чем практическое значение. Это связано с тем, что на самом деле информация о параметрах агрессивной среды достоверно неизвестна. Если рассмотреть в качестве такого параметра скорость коррозии при отсутствии напряжений $v_0$, то становится очевидным, что его значение не может быть однозначно определено. В реальных условиях этот параметр зависит от целого ряда факторов: температуры среды, ее влажности, степени насыщенности различными элементами и т.п. Количественные характеристики всех этих факторов, с одной стороны, с трудом поддаются определению, с другой – могут изменяться в широком диапазоне в течение всего срока эксплуатации. При постановке задачи в лучшем случае известно, что среда имеет ту или иную степень агрессивности, которую можно описать с помощью лингвистической переменной [3]. Поскольку процесс коррозии настолько сложен и однозначно не определен, что не поддается точному количественному описанию, то использование лингвистической переменной оказывается вполне уместным. В частности, нечеткое множество, представляющее собой агрессивную среду, обусловлено нечеткой переменной степенью агрессивности: «неагрессивная», «слабоагрессивная», «низкоагрессивная», «среднеагрессивная», «высокоагрессивная» и «сильноагрессивная».

Таким образом, параметр $v_0$ следует рассматривать не как точечную величину, а величину, распределенную на некотором интервале: $v_0 \in \left[v^-; v^+\right]$. Границы же этого интервала можно считать известными, исходя из значений интервалов степени агрессивности.

Рассмотрим подробнее ситуацию, которая возникает при таком задании параметра агрессивности. Для определенности будем полагать, что $v_0 = \frac{1}{2}\left(v^- + v^+\right)$, а заданная долговечность в постановке (1) равна $t^*$. Из вида дифференциальных уравнений [4], описывающих процесс коррозии, следует, что текущее состояние корродирующего элемента, а, следовательно, и его оптимальные параметры зависят от обобщенного показателя агрессивности среды $\delta_0 = v_0 \cdot t^*$. То есть, если $v_0 \cdot t^* = \mathrm{const}$, тогда независимо от их конкретных значений оптимальные параметры конструкции одни и те же. Этот вывод позволяет предложить достаточно эффективный и логичный подход для решения задачи оптимизации для случая, когда $v_0$ является лингвистической переменной.

Предположим, что в результате решения задачи в постановке (1) найден оптимальный проект, характеризующийся вектором варьируемых параметров $\bar{x}^*$, долговечность которого $t^*$. Так как закон распределения параметра $v_0$ на заданном интервале неизвестен, то реальная долговечность данного оптимального проекта будет принадлежать интервалу $T \in \left[t^-; t^+\right]$, где $t^- = \frac{v_0 \cdot t^*}{v^+}$; $t^+ = \frac{v_0 \cdot t^*}{v^-}$. Точка $t^*$ является внутренней точкой указанного временного интервала (рис. 1). В простейшем случае, если предположить, что закон распределения параметра $v_0$ близок к равномерному, надежность проекта может быть оценена как отношение $P = \frac{t^+ - t^*}{t^+ - t^-}$. Например, для $v_0 \in \left[0,075; 0,125\right]$ и $t^* = 5$ лет значение надежности составит всего $P = 0,6$. Такое решение не является приемлемым для практики.

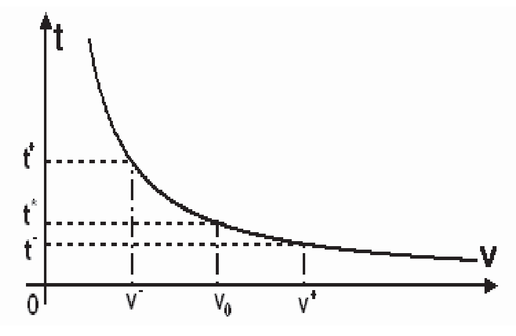


Рисунок 1

Для увеличения надежности оптимизируемого объекта следует рассмотреть все возможные варианты взаимного расположения временных интервалов и точки $t^*$, соответствующих решениям оптимизационной задачи $\bar{x}_s$.

При решении задачи в постановке (1) можно выделить два множества точек: допустимые $\bar{x}_s$, для которых $t(\bar{x}_s) \geq t^*$ и недопустимые $(t(\bar{x}_s) < t^*)$ (рис. 2а). В нашем случае, выделим три класса интервалов:

– допустимые интервалы: $t^-(\bar{x}_s) \geq t^*$;

– недопустимые: $t^+(\bar{x}_s) < t^*$;

– почти допустимые: $t^* \in [t^-(\bar{x}_s); t^+(\bar{x}_s)]$ (рис. 2б).

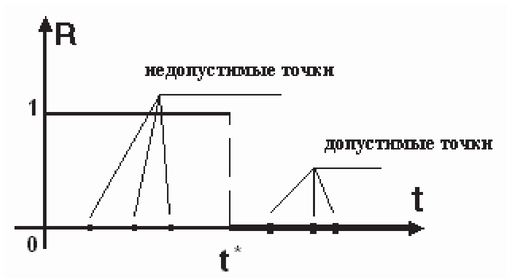


Рисунок 2а

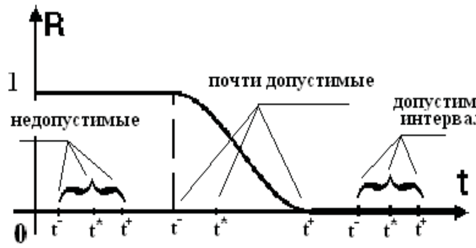


Рисунок 2б

При реализации постановки (1) обычно [2] используют пороговую функцию $R(t)$ для описания степени нарушения ограничений. Условно будем считать, что

$$R(t) = \begin{cases} 0, \text{ если } & t(\bar{x}_s) \geq t^* \\ 1, \text{ если } & t(\bar{x}_s) < t^* \end{cases} \qquad (2)$$

При переходе к нечеткой постановке функцию степени нарушения (выполнения) ограничений запишем в виде:

$$R(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t^-(\bar{x}_s) > t^* \\ \mu(t), & \text{если } t^-(\bar{x}_s) < t^* < t^+(\bar{x}_s). \\ 1, & \text{если } t^+(\bar{x}_s) < t^* \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь $\mu(t)$ функция, принимающая некоторые значения на интервале (0,1) - функция принадлежности [5].

Таким образом, решение оптимизационной задачи в нечеткой постановке будет представлять собой некоторый алгоритм выбора

 ISSN 1562-9945

почти допустимых и допустимых точек. При этом для оценки почти допустимых точек следует проводить оценку степени нарушения ограничений, для чего необходимо задать вид функции принадлежности. Когда закон распределения известен, например, равномерный, тогда в этом качестве может быть использована линейная функция. Но в реальных ситуациях, как правило, ни закон распределения, ни его параметры неизвестны. Поэтому функция принадлежности по возможности должна быть приближающейся к известным нелинейным функциям распределения. Авторам представляется целесообразным принять функцию:

$$\mu(t) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\pi \cdot \frac{t^{+} - t}{t^{+} - t^{-}}\right)\right). \tag{4}$$

Такой выбор обоснован еще и тем, что она является дважды дифференцируемой для всех значений аргумента, а границы временного интервала $\left[t^{-}; t^{+}\right]$ известны.

Значение этой функции для точки $t^{*}$ и интервала $\left[t^{-}; t^{+}\right]$ может быть интерпретировано, как вероятность отказа.

Для почти допустимой точки следует найти компромисс между критерием качества и степенью нарушения ограничений. В данной работе предлагается использовать обобщенную функцию:

$$G = \frac{V(\bar{x})}{1 - R(t)}, \tag{5}$$

где $V(\bar{x})$ – критерий качества.

Теоретически значение функции нарушения ограничений $R(t)$ может неограниченно приближаться к своему верхнему предельному значению. В этом случае, число в знаменателе дроби может оказаться бесконечно малым: $1 - R(t) < \varepsilon \quad (\forall \varepsilon > 0)$. Во избежание нештатного завершения работы программы, следует ограничить верхний предел функции $R(t)$ и в формуле (3) считать, что интервал недопустимый, если $R(t) \geq 1 - \varepsilon$.

**Анализ численных результатов**

Для иллюстрации предложенной постановки в качестве объекта исследования рассматривалась статически определимая балка прямоугольного сечения. Предполагалось, что степень агрессивной среды характеризуется лингвистической переменной «сильноагрессивная» ($v_0 > 0,1$ $см / год$). Исходя из этого определились границы интервала $v_0 \in [0,07; 0,13]$. Задача решалась для следующих исходных данных: $[\sigma] = 240,0$ $МПа$; $t^* = 5$ $лет$. Предполагалось, что сечение балки, в котором изгибающий момент наибольший $M = 25000$ $кг \cdot см$, известно. В качестве критерия качества $V(\bar{x})$ принимается площадь сечения, а в качестве варьируемых параметров – размеры сечения; их границы: $6 \le h \le 15$ $см$; $1 \le b \le 5$ $см$.

Принимается модель коррозионного износа, в которой напряжения оказывают влияния на скорость коррозии (6):

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \cdot (1 + k\sigma), \qquad (6)$$

где $\sigma$ – напряжения в сечении балки; $k$ – коэффициент, определяющий влияние напряжения на скорость процесса ($k = 0,003$ $МПа^{-1}$).

В таблице 1 приведены результаты решения указанной задачи в нечеткой постановке. В тех случаях, когда объективной информации оказывается недостаточно для определения численных значений требуемого критерия, при принятии решения должны использоваться субъективные оценки. В ряде статистических процессов ввиду сложности поведения среды при расчете априорного распределения используется понятие субъективной вероятности, развитое на основе представления о степени уверенности относительно данного фактора, характеризующего свойства поведения среды. В этом качестве в нечеткой постановке рассматривается субъективная вероятность P надежности работы конструкции ($P = 1 - R(t)$).

Таблица 1

Численные значения площадей оптимальных сечений и соответствующих субъективных вероятностей в нечеткой постановке

| $\delta v$ | 0,01 | 0,015 | 0,02 | 0,025 | 0,03 |
|---|---|---|---|---|---|
| F, $см^2$ | 14,477 | 14,760 | 15,086 | 15,288 | 15,192 |
| P | 0,990 | 0,986 | 0,975 | 0,969 | 0,959 |

Введение в рассмотрение лингвистических переменных несколько усложняет алгоритм решения задачи оптимизации. Такое

 ISSN 1562-9945

усложнение оправдано лишь в том случае, если результаты решения задачи в такой постановке существенно отличаются от результатов, полученных в постановке (1). В этом случае в качестве параметра $v_0$ принимается его верхняя граница на заданном интервале.

Результаты решения такой задачи представлены в таблице 2. Расхождение результатов, получаемых в различных постановках, составляет в среднем 6%, что дает основание считать целесообразной нечеткую постановку задачи.

Таблица 2

Численные значения площадей оптимальных сечений в четкой постановке

| $v^+$ | 0,11 | 0,115 | 0,12 | 0,125 | 0,13 |
|---|---|---|---|---|---|
| F, $см^2$ | 14,578 | 14,974 | 15,348 | 15,732 | 16,105 |

**Выводы**

Предложен и обоснован альтернативный подход решения задачи оптимального проектирования корродирующих конструкций, в котором параметр агрессивной среды представлен как лингвистическая переменная. Получена количественная оценка оптимального решения, позволяющая интерпретировать результаты.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Овчинников И.Г., Почтман Ю.М. Расчет и рациональное проектирование конструкций, подвергающихся коррозионному износу (Обзор). // Физико-химическая механика материалов. – 1991. – №2. – С. 7-15.
2. Зеленцов Д.Г., Филатов Г.В. Обзор исследований по применению методов нелинейного математического программирования к оптимальному проектированию конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой // Вопросы химии и химической технологии. – 2002. – №4. – С. 108-115.
3. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – Москва: Мир, 1976. – 163 с.
4. Овчинников И.Г., Кудайбергенов Н.Б., Дворкин М.С. Моделирование кинетики коррозии металлоконструкций с использованием банка математических моделей коррозии. // Проблемы повышения надежности и долговечности конструкций зданий и сооружений: Сб.трудов.- Шымкент: Каз.ХТИ, 1993.- С. 9-25.
5. Михалев А.И., Лысая Н.В., Лысый Д.А., Гладких В.А., Лысенко В.Ф. Оптимизация параметров процессов ферросплавного производства с использованием методов нечеткого вывода (монография) - Днепропетровск: Системные технологии, 2008. – 130 с.
6. Долинский В.М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1967. – №2. – С. 9-10.

Получено 15.04.2010г.