

УДК 621. 192

Е.С. Переверзев

**ИНФОРМАЦИОННО-ЭНТРОПИЙНЫЕ МЕТОДЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ  
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ  
ПОЛЯМИ С ЦЕЛЬЮ УЛУЧШЕНИЯ ИХ ФИЗИКО-  
МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

*Обсуждаются вопросы применения энтропийных методов при исследовании сложных систем, в частности, при выборе режимов воздействия энергетическими полями на конструкционные материалы с целью возбуждения в них самоорганизационных процессов.*

*Ключевые слова: энтропия, самоорганизационные процессы, термодинамическая сила, термодинамический поток, необратимые процессы, стационарное состояние, коэффициенты корреляции, долговечность материалов.*

Энтропийные методы широко применяются при исследовании сложных систем [1], при управлении качеством и разработке методов оценки надежности [2,3]. Но особенно эффективно применение энтропийных методов при построении теории процессов самоорганизации, закономерности которых изучает новая научная дисциплина синергетика [4-7]. Различают термодинамическую энтропию  $S$  и информационную  $H$ . Кратко рассмотрим методы термодинамической энтропии при изучении эволюционных процессов и динамики иерархических систем. Изменение термодинамической энтропии  $dS$  определяется как [8]

$$dS = \frac{\Delta Q}{T}, \quad (1)$$

где  $\Delta Q$  – изменение теплоты в процессе;  $T$  – абсолютная температура.

В общем случае приращение энтропии  $dS$  можно представить в виде суммы двух слагаемых

$$dS = dS_e + dS_i, \quad (2)$$

где  $dS_e$  – изменение энтропии, обусловленное обменом с окружающей средой;  $dS_i$  – приращение энтропии, вызванное необратимыми изменениями внутри системы.

---

© Переверзев Е.С., 2010

В соответствии с законами термодинамики  $dS_e$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Приращение же  $dS_i$  в соответствии со вторым законом термодинамики может быть только положительным. Для изолированной системы  $dS_e = 0$ , и в такой системе энтропия может только возрастать. Величину  $\Theta = \frac{dS_i}{dt}$  называют производством энтропии. Эта величина характеризует скорость накопления необратимых изменений. В термодинамике необратимых процессов полагают [8]

$$\Theta = \sum_j X_j J_j, \quad (3)$$

где  $X_i$  – термодинамическая сила;  $J_i$  – термодинамический поток, вызванный действием силы  $X_i$ .

Методы нахождения термодинамических сил и потоков основаны на анализе законов сохранения энергии и вещества. Термодинамическими силами обычно являются температура, химический потенциал, тензор напряжений и т.д. Термодинамическими потоками являются тепловой поток, скорость химической реакции, тензор скорости деформации и др.

Термодинамическая энтропия для одного моля идеального газа может быть вычислена по формуле Больцмана

$$S = -R \int_{-\infty}^{\infty} \ln f(v) f(v) dv, \quad (4)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $f(v)$  – плотность распределения скоростей движения молекул газа.

В последнее время развивается теория самоорганизационных процессов, при построении которой особенно эффективно применение информационной энтропия  $H$ . Для произвольной случайной величины  $X$  энтропия  $H$  вычисляется по формуле

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} \ln g(x) g(x) dx, \quad (5)$$

где  $g(x)$  – плотность распределения случайной величины  $X$ .

Из сравнения выражений (4), (5) видно, что они отличаются только постоянным множителем, поэтому у них много общих свойств. Например, в равновесном состоянии соблюдается принцип максимума

энтропии. Исходя из этого принципа, можно обосновать вид закона распределения изучаемых случайных величин. Например, если известны только конечные пределы изменения случайной величины, то максимальная энтропия у равномерного распределения. При заданном математическом ожидании максимальная энтропия у экспоненциального распределения, при заданной дисперсии максимальная энтропия у нормального распределения. Вот почему, исходя из принципа максимума энтропии, распределения скоростей движения молекул идеального газа описываются нормальным законом.

В общем случае необходимо учитывать одновременно изменение термодинамической и информационной энтропии. В этом случае при решении вариационных задач функция  $\Phi$ , подлежащая исследованию на экстремум, записывается так

$$\Phi = S + BH, \quad (6)$$

либо

$$\Phi = H + bS. \quad (7)$$

Между коэффициентами  $B$  и  $b$  должно выполняться соотношение

$$bB = 1. \quad (8)$$

В самоорганизационных процессах скорость  $\frac{dH}{dt}$  принимает отрицательные значения.

В большинстве случаев основные свойства энтропии рассматриваются для независимых систем. Исследуем, как влияет на изменение энтропии зависимость элементов системы. Рассмотрим систему, состояние которой описывается многомерным нормальным вектором  $X$ . Информационная энтропия в этом случае вычисляется по формуле [9]

$$H = \log[(2\pi e)^n |K|]^{1/2}, \quad (9)$$

где  $n$  – мерность вектора;  $|K|$  – определитель корреляционной матрицы.

Для удобства рассмотрим систему, у которой все компоненты имеют одинаковые дисперсии  $\sigma^2$ . Тогда

$$|K| = \sigma^{2n} \Delta, \quad (10)$$

где  $\Delta$  – определитель нормированной корреляционной матрицы

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_{11}, r_{12} \dots r_{1n} \\ r_{21}, r_{22} \dots r_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ r_{n1}, r_{n2} \dots r_{nn} \end{vmatrix}, \quad (11)$$

где  $r_{ij}$ ,  $i, j = \overline{1, n}$  – коэффициенты корреляции между отдельными случайными величинами.

При таком представлении

$$H = \log \left[ (2\pi e)^n \sigma^{2n} \Delta \right]^{1/2}. \quad (12)$$

Исследуем влияние коэффициентов корреляции на величину  $H$  при  $r_{ij} \geq 0$ . С уменьшением значений коэффициентов корреляции энтропия увеличивается и при  $r_{ij} = 0$  достигает максимального значения  $H_{\max}$ . При  $r_{ij} = 0$  определитель  $\Delta = 1$  и соответственно

$$H_{\max} = \log \left[ 2\pi e \sigma^2 \right]^{n/2}. \quad (13)$$

С увеличением значений коэффициентов корреляции энтропия  $H$  уменьшается, при  $r_{ij} \rightarrow 1$  определитель  $\Delta \rightarrow 0$  и  $H \rightarrow -\infty$ .

Физически реализовать системы со всеми коэффициентами корреляций компонентов, равными единице, по-видимому, невозможно.

Представляет интерес определить значения коэффициентов корреляции, при которых энтропия достигает нулевого значения. Определитель  $\Delta$  в этом случае вычисляется из равенства

$$(2\pi e)^{n/2} \Delta^{1/2} \sigma^n = 1. \quad (14)$$

Приведем выражения для  $\Delta$  для конкретных значений  $n = 2, 3, 4$ ; соответствующие определители обозначим  $\Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ .

Для  $n = 2$  имеем

$$\Delta_2 = 1 - r_{12}^2. \quad (15)$$

Соответственно для  $n = 3$

$$\Delta_3 = 1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + r_{12}r_{13}r_{23}. \quad (16)$$

Для краткости выражение для определителя  $\Delta_4$  приводится ниже для частного случая  $r_{ij} = 1$ .

Для удобства анализа предельных случаев положим все коэффициенты корреляции одинаковыми, т.е.  $r_{ij} = r$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ .

В этом случае

$$\Delta_3 = 1 - 3r^2 + 2r^3, \quad (17)$$

$$\Delta_4 = 1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4. \quad (18)$$

При  $r = 1$  соответственно имеем

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 0. \quad (19)$$

Из приведенных выражений находим значения  $r$ , при которых энтропия равна нулю.

Для  $n = 2$  получим

$$r = \sqrt{1 - \frac{1}{(2\pi e)^2}}. \quad (20)$$

Для  $n = 3$  необходимое значение  $r$  определяется из выражения

$$(2\pi e)^3 \sigma^3 (1 - 3r^2 + 2r^3) = 1, \quad (21)$$

соответственно для  $n = 4$   $r$  находится из выражения

$$(2\pi e)^4 \sigma^4 (1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4) = 1. \quad (22)$$

Анализ приведенных выражений показывает, что при заданных значениях коэффициентов корреляции с увеличением  $n$  определитель  $\Delta_n$  уменьшается. Так при  $r = 0,5$  имеем:

$$\Delta_2 = 0,75; \quad \Delta_3 = 0,5; \quad \Delta_4 = 0,3125. \quad (23)$$

Нами исследовалось изменение энтропии от степени связи между элементами для многомерного нормального вектора. Покажем, что и для произвольных распределений с увеличением связи между ее элементами энтропия системы уменьшается. В [10] приведено следующее приближенное выражение для произвольных многомерных распределений

$$G_n(x) = \eta G_1(x) + (1 - \eta) G_1^n(\eta), \quad (24)$$

где  $\eta$  – параметр, учитывающий степень зависимости между случайными величинами;  $G_1(x)$  – одномерная функция распределения;  $G_n(x)$  – многомерная функция распределения.

Параметр  $\eta$  изменяется от нуля до единицы. При  $\eta = 0$  случайные величины независимые и

$$G_n(x) = G_1^n(x). \quad (25)$$

В этом случае энтропия системы  $H$  равна сумме энтропий отдельных элементов. Для одинаковых элементов

$$H = nh, \quad (26)$$

где  $h$  – энтропия отдельного элемента.

При  $\eta = 1$  между случайными величинами наибольшая зависимость и

$$G_n(x) = G_1(x). \quad (27)$$

В этом случае энтропия системы равна энтропии элемента

$$H = h. \quad (28)$$

Из сравнения выражений (26) (28) следует, что в предельном случае при  $\eta = 1$  имеет место соотношение

$$H_{зав} = \frac{H_{нез}}{n}, \quad (29)$$

где  $H_{зав}$ ,  $H_{нез}$  – соответственно энтропии систем с зависимыми и независимыми элементами.

Можно предположить, что и при значениях  $0 < \eta < 1$  приближенно будет выполняться соотношение (29). Таким образом, для систем с зависимыми элементами повышение сложности системы приводит к уменьшению энтропии. Из изложенного следует, что для уменьшения информационной энтропии реальных систем необходимо находить конструктивные методы увеличения зависимости между составляющими элементами, а для систем с независимыми элементами – методы повышения их сложности за счет увеличения числа элементов (для конструкционных материалов создавать более мелкозернистую структуру).

В Институте технической механики НАНУ и НКАУ проводятся исследования по обработке конструкционных материалов различными энергетическими полями с целью возбуждения в них самоорганизационных процессов, которые приводят, на наш взгляд, к уменьшению информационной энтропии и улучшению некоторых физико-механических характеристик. Разработаны способы повышения показателей долговечности конструкционных материалов за счет возбуждения в них самоорганизационных процессов при комбинированном энергетическом нагружении путем воздействия полями различной природы (электромагнитных, ультразвуковых, магнитных, тепловых и силовых). Выбраны режимы нагружения, которые существенно повышают их долговечность. На образцах из

алюминиево-магниевого сплава АМг6М достигнуто увеличение среднего времени до разрушения в условиях ползучести более чем в 30 раз.

#### ЛІТЕРАТУРА

- 1 Вильсон А. Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем / А. Дж. Вильсон. – М.: Наука, 1978. – 246 с.
- 2 Завальнюк П. А. Термодинамическая концепция управления качеством / П. А. Завальнюк П. А. – Тверь: Изд-во Твер. у-та, 1992. – 149 с.
- 3 Воробьев В. Л. Термодинамические основы диагностики и надежности микроэлектронных устройств / В. Л. Воробьев. – М.: Наука, 1989. – 160 с.
- 4 Митюгов В. В. Физические основы теории информации / В. В. Митюгов. – М.: Сов. радио, 1976. – 216 с.
- 5 Коган И. М. Прикладная теория информации / И. М. Коган. – М.: Радио и связь, 1981. – 216 с.
- 6 Поплавский Р. П. Термодинамика информационных процессов / Р. П. Поплавский. – М.: Наука, 1981. – 255 с.
- 7 Шамбадаль П. Развитие и приложения понятия энтропии / П. Шамбадаль. – М.: Наука, 1967. – 278 с.
- 8 Базаров И. П. Термодинамика: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп./ И. П. Базаров. – М.: Высш. шк., 1983. – 344 с.
- 9 Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В. С. Пугачев. – М.: Физматгиз, 1960. – 883 с.
- 10 Переверзев Е.С. Вероятностные распределения и их применение/ Е.С. Переверзев, Ю.Ф. Даниев. – Днепропетровск, НАН Украины и НКА Украины, Институт технической механики, 2004. – 418 с.