

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ОБРОБЦІ ПОКРИТТІВ ЛАЗЕРНИМ ВИПРОМІНЮВАННЯМ

Розроблена нова математична модель теплових процесів при обробці покриттів лазерним випромінюванням, що враховує температурну залежність теплофізичних властивостей, поверхнєве випаровування через некласичні граничні умови та термічний опір на границі контакту основи і покриття. Для розв'язання задачі застосований метод скінченних різниць із попереднім згладжуванням коефіцієнтів диференціального рівняння теплопровідності. На основі побудованої різницевої схеми проведені розрахунки теплових процесів у системах Fe-Ti та Fe-Mo при дії імпульсного лазерного випромінювання і виконаний аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: теплові процеси, плавлення, поверхнєве випаровування, контактний термічний опір, покриття, лазерна обробка, задача Стефана, метод скінченних різниць.

Вступ

Одним з напрямів, що інтенсивно розвиваються останнім часом і безсумнівно важливим для машинобудування, є лазерна обробка покриттів, нанесених на поверхню виробів газотермічним або іншим методом. Метою лазерної обробки є підвищення експлуатаційних властивостей покриттів. Додаткова обробка покриттів необхідна у зв'язку з тим, що покриття на виробі являє собою напівфабрикат, а кінцеві властивості покриття визначаються в основному наступною обробкою. Використання лазерного випромінювання для обробки покриттів може сприяти створенню корозійностійких і зносостійких шарів на поверхні виробу, зниженню поверхневої пористості покриття при оплавленні поверхні [4, 8].

Визначальний вплив на кінцеві експлуатаційні властивості покриттів при лазерній обробці мають теплові процеси, що протікають при наявності фазових переходів, тому їх математичне моделювання є актуальною науково-технічною задачею [2, 3].

Математична модель

Розглянемо процес термічної обробки покриття лазерним випромінюванням. Нехай у початковий момент часу $t=0$ температура в системі основа-покриття дорівнює $T_0 = const$, а з моменту часу, що слідує за початковим, поверхня покриття опромінюється лазером, внаслідок чого здійснюється прогрів системи. Будемо вважати, що радіус плями нагріву істотно більше товщини зони лазерного впливу, тоді при розгляді процесу теплопровідності можна обмежитися одновимірним випадком. В процесі термічної обробки можна виділити два етапи: етап прогріву системи до досягнення на поверхні покриття температури плавлення та етап прогріву з проплавленням покриття, на якому також слід враховувати поверхневе випаровування як досить енергоємний процес [7]. Через зміну температур у процесі в надто широкому діапазоні слід також враховувати залежність теплофізичних властивостей матеріалів основи і покриття від температури [6]. Математична модель теплових процесів при обробці покриття лазерним випромінюванням буде наступною.

На етапі прогріву системи до початку фазових перетворень температурні поля основи та покриття задовольняють квазілінійним рівнянням теплопровідності:

$$c_1(T_1)\rho_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial x} \right), \quad 0 < x < l_1; \quad (1)$$

$$c_2(T_2)\rho_2(T_2)\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2}{\partial x} \right), \quad l_1 < x < l_2, \quad (2)$$

початковим умовам

$$T_i(x,0) = T_0, \quad i = 1,2, \quad (3)$$

граничним умовам на зовнішніх поверхнях:

$$m_1\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} + f_1(t)T_1 \Big|_{x=0} = q_1(t); \quad (4)$$

$$m_2\lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l_2} + f_2(t)T_2 \Big|_{x=l_2} = q_2(t) \quad (5)$$

та умовам четвертого роду на границі контакту:

$$T_2 \Big|_{x=l_1} = T_1 \Big|_{x=l_1} + R_{1,2}\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=l_1}; \quad (6)$$

$$\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=l_1} = \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l_1}, \quad (7)$$

де індекс 1 відповідає покриттю; індекс 2 – основі; x – просторова координата; t – час; $T_i(x, t)$ – шукані температурні поля; $\lambda_i(T_i)$ – коефіцієнти теплопровідності; $c_i(T_i)$ – теплоємності; $\rho_i(T_i)$ – густини; $m_1, m_2, f_1(t), f_2(t)$ – параметри, що визначають рід граничних умов (перший, другий або третій); $R_{1,2}$ – контактний термічний опір.

На етапі прогріву системи основа-покриття з урахуванням проплавлення та поверхневого випаровування рівняння теплопровідності для покриття матиме вигляд

$$\rho_1(T_1)(c_1(T_1) + L_{n,1}\delta(T_1 - T_{n,1})) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right), \quad y_\varepsilon(t) < x < l_1; \quad (8)$$

звідки витікають рівняння теплопровідності для рідкої та твердої фаз покриття, а також умова Стефана на фронті плавлення [5]. Температурне поле основи задовольняє рівнянню (2).

Початкові умови

$$T_i(x, t') = T_{0,i}(x), \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

дістаються з першого етапу прогріву, а t' визначається з рівняння $T_1(0, t') = T_{n,1}$.

На оброблюваній зовнішній поверхні покриття задається гранична умова

$$\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=y_\varepsilon(t)} = f_1(t) T_1 \Big|_{x=y_\varepsilon(t)} - q_1(t) + \rho_1(T_1 \Big|_{x=y_\varepsilon(t)}) L_{\varepsilon,1} \frac{dy_\varepsilon}{dt}. \quad (10)$$

На зовнішній поверхні основи виконана умова (5), а на поверхні контакту умови (6), (7).

Швидкість руху фронту випаровування визначається з рівняння

$$\frac{dy_\varepsilon}{dt} = v_* \exp(-T_*/T_1(y_\varepsilon(t), t)), \quad (11)$$

до якого ще потрібно додати початкову умову

$$y_\varepsilon \Big|_{t=t'} = 0. \quad (12)$$

Тут v_* – величина близька до швидкості звуку в металі, яка залежить від прийнятої решітки і для дебаєвської решітки

обчислюється за формулою $v_* = \left[\frac{4\pi}{9} (v_l^{-3} + 2v_i^{-3}) \right]^{-\frac{1}{3}}$; v_l і v_i – відповідно швидкості поздовжніх та поперечних звукових хвиль; $T_* = AL_{e,1}/R_0$; A – молярна маса металу; R_0 – універсальна газова стала; $L_{e,1}$ – питома теплота випаровування матеріалу покриття; $L_{n,1}$ – питома теплота плавлення; $T_{n,1}$ – температура плавлення; $y_e(t)$ – координата фронту випаровування; $\delta(\zeta)$ – дельта-функція Дірака.

Теплофізичні властивості покриття задаються наступним чином:

$$c_1(T_1) = \begin{cases} c_p(T_1), T_1 > T_{n,1}, \\ c_m(T_1), T_1 < T_{n,1}, \end{cases} \quad \lambda_1(T_1) = \begin{cases} \lambda_p(T_1), T_1 > T_{n,1}, \\ \lambda_m(T_1), T_1 < T_{n,1}, \end{cases} \quad \rho_1(T_1) = \begin{cases} \rho_p(T_1), T_1 > T_{n,1}, \\ \rho_m(T_1), T_1 < T_{n,1}, \end{cases}$$

де індекс p – відповідає рідкій фазі, а індекс m – твердій.

Різницевий метод розв'язання

За допомогою методу скінченних різниць побудуємо різницеву схему для наближеного розв'язання задачі на етапі прогріву до початку фазових переходів.

Розіб'ємо товщину системи l_2 на N рівних частин з кроком $h = l_2/N$. Виділимо вузол, що відповідає поверхні контакту покриття та основи. Його номер будемо обчислювати за формулою

$$k = \begin{cases} [\xi], & \xi - [\xi] \leq \varepsilon, \\ [\xi] + 1, & \xi - [\xi] > \varepsilon. \end{cases} \quad (13)$$

де $\xi = l_1/h$; $\varepsilon > 0$ – деяка достатньо мала величина.

Номер останнього вузла сітки буде наступним

$$n = \begin{cases} N + 1, & \varepsilon < \xi - [\xi] < 1 - \varepsilon, \\ N, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (14)$$

Через те що сітка нерівномірна поблизу вузла x_k в суміжних з ним вузлах x_{k-1} і x_{k+1} рівняння теплопровідності (1), (2) апроксимуються наступним чином:

$$c_{1,k-1}^{j-1} \rho_{1,k-1}^{j-1} \frac{T_{1,k-1}^j - T_{1,k-1}^{j-1}}{\tau} = \frac{2}{h + h_k} \left[\lambda^{j-1} \frac{T_{1,k}^j - T_{1,k-1}^j}{1,(k-1)+\frac{1}{2} h_k} - \lambda^{j-1} \frac{T_{1,k-1}^j - T_{1,k-2}^j}{1,(k-2)+\frac{1}{2} h} \right]; \quad (15)$$

$$c_{2,k+1}^{j-1} \rho_{2,k+1}^{j-1} \frac{T_{2,k+1}^j - T_{2,k+1}^{j-1}}{\tau} = \frac{2}{h_{k+1} + h} \left[\lambda^{j-1} \frac{T_{2,k+2}^j - T_{2,k+1}^j}{2,(k+1)+\frac{1}{2} h} - \lambda^{j-1} \frac{T_{2,k+1}^j - T_{2,k}^j}{2,k+\frac{1}{2} h_{k+1}} \right]; \quad (16)$$

де $h_k = l_1 - (k-1)h$; $h_{k+1} = \begin{cases} kh - l_1, & \varepsilon < \xi - [\xi] < 1 - \varepsilon, \\ (k+1)h - l_1, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$; $\lambda_{i,s+\frac{1}{2}}^{j-1} = \frac{1}{2} [\lambda_{i,s}^{j-1} + \lambda_{i,s+1}^{j-1}]$; $t_j = j\tau$; τ – крок за часом.

У внутрішніх вузлах, не суміжних з x_k , різницеві рівняння матимуть вигляд:

$$c_{1,s}^{j-1} \rho_{1,s}^{j-1} \frac{T_{1,s}^j - T_{1,s}^{j-1}}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left[\lambda_{1,s+\frac{1}{2}}^{j-1} (T_{1,s+1}^j - T_{1,s}^j) - \lambda_{1,(s-1)+\frac{1}{2}}^{j-1} (T_{1,s}^j - T_{1,s-1}^j) \right], \quad s = 1, \dots, k-2; \quad (17)$$

$$c_{2,s}^{j-1} \rho_{2,s}^{j-1} \frac{T_{2,s}^j - T_{2,s}^{j-1}}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left[\lambda_{2,s+\frac{1}{2}}^{j-1} (T_{2,s+1}^j - T_{2,s}^j) - \lambda_{2,(s-1)+\frac{1}{2}}^{j-1} (T_{2,s}^j - T_{2,s-1}^j) \right], \quad s = k+2, \dots, n. \quad (18)$$

Різницеві аналоги зовнішніх граничних умов (4), (5):

$$m_1 \lambda_{1,0}^{j-1} \frac{T_{1,1}^j - T_{1,0}^j}{h} + f_1^j T_{1,0}^j = q_1^j; \quad (19)$$

$$m_2 \lambda_{2,n}^{j-1} \frac{T_{2,n}^j - T_{2,n-1}^j}{h} + f_2^j T_{2,n}^j = q_2^j; \quad (20)$$

та граничних умов (6), (7) на поверхні контакту:

$$T_{2,k}^j = T_{1,k}^j + R_{1,2} \lambda_{1,k}^{j-1} \frac{T_{1,k}^j - T_{1,k-1}^j}{h_k}; \quad (21)$$

$$\lambda_{1,k}^{j-1} \frac{T_{1,k}^j - T_{1,k-1}^j}{h_k} = \lambda_{2,k}^{j-1} \frac{T_{2,k+1}^j - T_{2,k}^j}{h_{k+1}}. \quad (22)$$

Перед побудовою різницевої схеми для розв'язання задачі на етапі прогріву з фазовими переходами виконаємо згладжування коефіцієнтів рівняння (8), бо безпосереднє застосування різницевого методу до цього рівняння не можливе [5].

Як видно з (8), $c_1(T_1)$ та $L_{n,1} \delta(T_1 - T_{n,1})$ входять у рівняння однаковим чином. $L_{n,1} \delta(T_1 - T_{n,1})$ представляє собою зосереджену теплоємність (на поверхні $T_1 = T_{n,1}$). Для переходу до різницевої схеми замінимо дельта-функцію наближено дельтаподібною, або розмазаною дельта-функцією $\delta(T_1 - T_{n,1}, \Delta) \geq 0$, де Δ – величина полуінтервалу, на якому відмінна від нуля $\delta(T_1 - T_{n,1}, \Delta)$. Це розмазування, або згладжування, еквівалентне заміні на інтервалі $(T_{n,1} - \Delta, T_{n,1} + \Delta)$

розривної функції $\eta(T_1 - T_{n,1}) = \begin{cases} 1, & T_1 \geq T_{n,1}, \\ 0, & T_1 < T_{n,1}, \end{cases}$ неперервною функцією

$\eta(T_1 - T_{n,1}, \Delta)$ такою, що $\eta'(\zeta, \Delta) = \delta(\zeta, \Delta)$.

Отже, введемо згладжену, або ефективну об'ємну теплоємність $\overline{c\rho}_1(T_1) = \rho_1(T_1)(c_1(T_1) + L_{n,1} \delta(T_1 - T_{n,1}, \Delta))$ з умов:

1) $\overline{c\rho}_1(T_1) = c_{1,m}(T_1) \rho_{1,m}(T_1)$ при $T_1 < T_{n,1} - \Delta$,
 $\overline{c\rho}_1(T_1) = c_{1,p}(T_1) \rho_{1,p}(T_1)$ при $T_1 > T_{n,1} + \Delta$ (тобто $\overline{c\rho}_1(T_1) = c_1(T_1) \rho_1(T_1)$ поза інтервалом $(T_{n,1} - \Delta, T_{n,1} + \Delta)$);

2) зміна ентальпії на інтервалі $(T_{n,1} - \Delta, T_{n,1} + \Delta)$ зберігається, тобто

$$\int_{T_{n,1}-\Delta}^{T_{n,1}+\Delta} \overline{c\rho}_1(T_1) dT_1 = \rho_1 L_{n,1} + \int_{T_{n,1}-\Delta}^{T_{n,1}} c_{1,m}(T_1) \rho_{1,m}(T_1) dT_1 + \int_{T_{n,1}}^{T_{n,1}+\Delta} c_{1,p}(T_1) \rho_{1,p}(T_1) dT_1, \quad (23)$$

або, що теж саме, повинна виконуватися умова нормування для дельтаподібної функції

$$\int_{T_{n,1}-\Delta}^{T_{n,1}+\Delta} \delta(T_1 - T_{n,1}, \Delta) dT_1 = 1. \quad (24)$$

На тому ж інтервалі $(T_{n,1} - \Delta, T_{n,1} + \Delta)$ проводиться згладжування і коефіцієнта теплопровідності (наприклад, за допомогою полінома). Вводиться ефективний, або згладжений, коефіцієнт $\bar{\lambda}_1(T_1)$, що співпадає з $\lambda_{1,m}(T_1)$ при $T_1 < T_{n,1} - \Delta$ та з $\lambda_{1,p}(T_1)$ при $T_1 > T_{n,1} + \Delta$.

У результаті замість (8) отримуємо рівняння теплопровідності зі згладженими коефіцієнтами

$$\overline{c\rho}_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\lambda}_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right). \quad (25)$$

Тепер перейдемо до різницевої схеми. Фронт випаровування будемо включати до складу вузлів сітки з номером

$$r^j = \begin{cases} \left\lfloor \omega^j \right\rfloor, & \omega^j - \left\lfloor \omega^j \right\rfloor < 1 - \varepsilon, \\ \left\lfloor \omega^j \right\rfloor + 1, & \omega^j - \left\lfloor \omega^j \right\rfloor \geq 1 - \varepsilon, \end{cases} \quad (26)$$

де $\omega^j = y_e^j/h$; y_e^j – координата фронту випаровування на j -му часовому шарі, що визначається з рівнянь

$$y_e^j = 0; \quad y_e^j = y_e^{j-1} + w_* \exp\left(-T_*/T_{1,r^{j-1}}^{j-1}\right), \quad j = j' + 1, j' + 2, \dots \quad (27)$$

Рівняння (25) у вузлах x_{r^j+1} та x_{k-1} апроксимується рівняннями:

$$\overline{c\rho}_{1,r^j+1}^{j-1} \frac{T_{1,r^j+1}^j - T_{1,r^j+1}^{j-1}}{\tau} = \frac{2}{h_{r^j}^j + h} \left[\bar{\lambda}_{1,(r^j+1)+\frac{1}{2}}^{j-1} \frac{T_{1,r^j+2}^j - T_{1,r^j+1}^j}{h} - \bar{\lambda}_{1,r^j+\frac{1}{2}}^{j-1} \frac{T_{1,r^j+1}^j - T_{1,r^j}^j}{h_{r^j}^j} \right]; \quad (28)$$

$$\overline{c\rho}_{1,k-1}^{j-1} \frac{T_{1,k-1}^j - T_{1,k-1}^{j-1}}{\tau} = \frac{2}{h + h_k} \left[\bar{\lambda}_{1,(k-1)+\frac{1}{2}}^{j-1} \frac{T_{1,k}^j - T_{1,k-1}^j}{h_k} - \bar{\lambda}_{1,(k-2)+\frac{1}{2}}^{j-1} \frac{T_{1,k-1}^j - T_{1,k-2}^j}{h} \right], \quad (29)$$

а у несуміжних з граничними вузлах

$$\frac{\bar{\lambda}^{j-1} T_{1,s}^j - T_{1,s}^{j-1}}{c\rho_{1,s} \tau} = \frac{1}{h^2} \left[\bar{\lambda}_{1,s+\frac{1}{2}}^{j-1} (T_{1,s+1}^j - T_{1,s}^j) - \bar{\lambda}_{1,(s-1)+\frac{1}{2}}^{j-1} (T_{1,s}^j - T_{1,s-1}^j) \right], \quad s = r^j + 2, \dots, k - 2, \quad (30)$$

де $h_{r^j}^j = (r^j + 1)h - y_e^j$.

Різницевий аналог граничної умови (10) буде мати вигляд

$$\bar{\lambda}_{1,r^{j-1}}^{j-1} \frac{T_{1,r^j+1}^j - T_{1,r^j}^j}{h_{r^j}^j} = f_1^j T_{1,r^j}^j - q_1^j + \rho_{1,r^{j-1}}^{j-1} L_{e,1} \frac{y_e^j - y_e^{j-1}}{\tau}. \quad (31)$$

Інші рівняння апроксимуються так само, як і на етапі прогріву без фазових перетворень.

Розрахунки та аналіз їх результатів

За побудованою різницевою схемою здійснені розрахунки теплових процесів у системах Fe-Ti та Fe-Mo при дії імпульсного лазерного випромінювання. Теплова дія лазерного випромінювання моделювалася наступними функціями:

- 1) для прямокутних імпульсів

$$q(t) = \begin{cases} q_{max}, & t - zp \leq p_1, \\ 0, & t - zp > p_1; \end{cases} \quad (32)$$

- 2) для синусоїдальних імпульсів

$$q(t) = \begin{cases} q_{max} \sin \frac{\pi(t - zp)}{p_1}, & t - zp \leq p_1, \\ 0, & t - zp > p_1; \end{cases} \quad (33)$$

- 3) для трикутних імпульсів

$$q(t) = \begin{cases} q_{max} \frac{2(t - zp)}{p_1}, & t - zp \leq \frac{p_1}{2}, \\ q_{max} \frac{2(p_1 - (t - zp))}{p_1}, & \frac{p_1}{2} < t - zp \leq p_1, \\ 0, & t - zp > p_1, \end{cases} \quad (34)$$

де p_1 – час дії імпульсу; p – період; $p_2 = p - p_1$ – час між імпульсами; $z(t) = \left[\frac{t}{p} \right]$ – номер періоду; q_{\max} – максимальне значення щільності теплового потоку на оброблюваній поверхні.

Для всіх розрахунків приймалося: $m_1 = -1$; $m_2 = 1$; $f_1(t) = 0$; $f_2(t) = 0$; $q_1(t) = q(t)$; $q_2(t) = 0$. Теплофізичні властивості основи, твердої та рідкої фаз покриття задавалися залежностями вигляду: $\lambda(T) = a_\lambda T^2 + b_\lambda T + d_\lambda$; $c(T) = a_c T^2 + b_c T + d_c$; $\rho(T) = a_\rho T^2 + b_\rho T + d_\rho$, що були отримані на основі табличних даних з довідникової літератури [1] за допомогою методу найменших квадратів. Згладжена об’ємна теплоємність і згладжений коефіцієнт теплопровідності у рівнянні (25) визначалися наступним чином:

$$\overline{c\rho_1}(T_1) = \begin{cases} c_{1,m}(T_1)\rho_{1,m}(T_1), & T_1 < T_{n,1} - \Delta, \\ \frac{\rho_1 L_{n,1}}{2\Delta} + \frac{1}{2\Delta} \int_{T_{n,1}-\Delta}^{T_{n,1}} c_{1,m}\rho_{1,m} dT_1 + \frac{1}{2\Delta} \int_{T_{n,1}}^{T_{n,1}+\Delta} c_{1,p}\rho_{1,p} dT_1, & T_{n,1} - \Delta \leq T_1 \leq T_{n,1} + \Delta, \\ c_{1,p}(T_1)\rho_{1,p}(T_1), & T_1 > T_{n,1} + \Delta, \end{cases} \quad (35)$$

$$\overline{\lambda_1}(T_1) = \begin{cases} \lambda_{1,m}(T_1), & T_1 < T_{n,1} - \Delta, \\ \alpha T_1 + \beta, & T_{n,1} - \Delta \leq T_1 \leq T_{n,1} + \Delta, \\ \lambda_{1,p}(T_1), & T_1 > T_{n,1} + \Delta. \end{cases}$$

Результати розрахунків для системи Fe-Ti при $l_1 = 2,5$ мкм, $T_0 = 300$ K, $p_1 = 10$ нс, $p_2 = 1$ нс, $q_{\max} = 1,5 \cdot 10^{11}$ Вт/м² наведені на рис. 1 і рис. 2, де криві 1 відповідають прямокутним імпульсам, криві 2 – синусоїдальним імпульсам, а криві 3 – імпульсам трикутної форми. Під час розрахунків l_2 обиралося відповідно до глибини проникнення теплової дії.

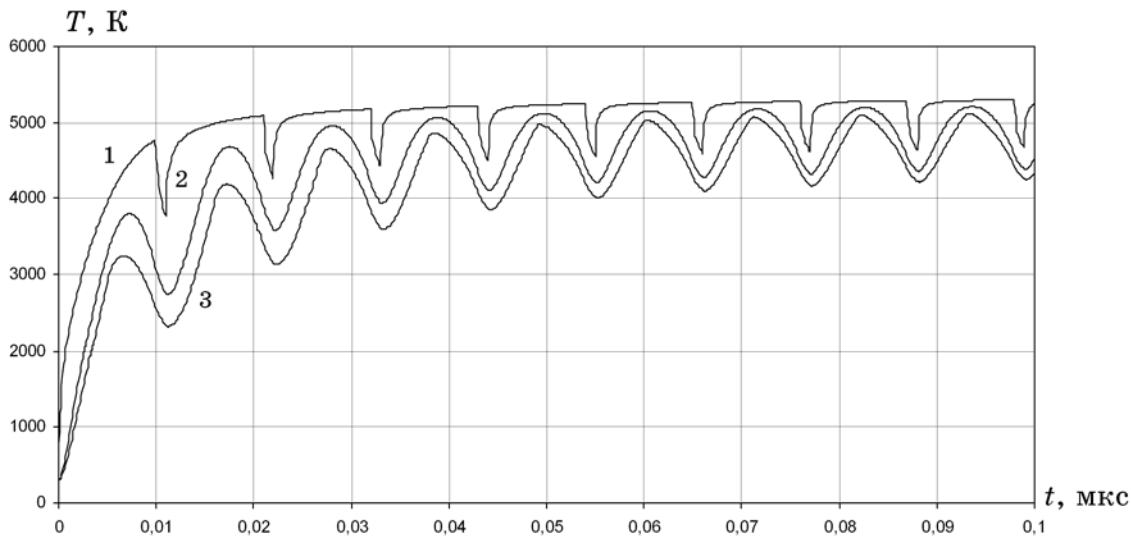


Рис. 1 – Зміна температури оброблюваної поверхні у часі для системи Fe-Ti

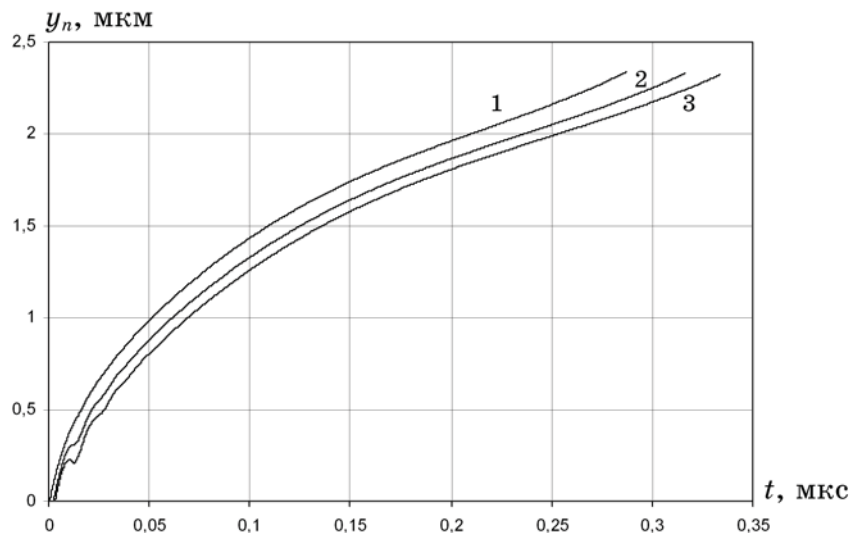


Рис. 2 – Закон руху фронту плавлення для системи Fe-Ti

Аналіз результатів показує, що при врахуванні поверхневого випаровування в математичній моделі лазерної обробки покриття температура поверхні розплаву швидко досягає граничного значення. При знехтуванні випаровуванням спостерігається необмежене зростання температури поверхні розплаву [7].

З рис. 2 видно, що закони руху фронту плавлення для трикутних та синусоїдальних імпульсів практично не відрізняються. Це дозволяє рекомендувати трикутну часову структуру лазерних імпульсів при обробці покриттів із міркувань енергозбереження.

Висновки

Розроблена математична модель та побудована різницева схема дають можливість здійснювати числові дослідження теплових

процесів при обробці покриттів лазерним випромінюванням, а також обирати режимні параметри обробки, за яких у системі основа-покриття будуть формуватися температурні поля, що забезпечують поліпшення експлуатаційних властивостей покриттів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Зиновьев В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах / В. Е. Зиновьев. – М.: Металлургия, 1989. – 384 с.
2. Королева О. Н. Математическое моделирование лазерного плавления и испарения многослойных материалов / О. Н. Королева, В. И. Мажукин // ЖВМ и МФ. – 2006. – Т. 46, № 5. – С. 910 – 924.
3. Моделирование теплофизических процессов импульсного лазерного воздействия на металлы / [А. А. Углов, И. Ю. Смуров, А. М. Лашин, А. Г. Гуськов]. – М.: Наука, 1991. – 288 с.
4. Рыкалин Н. Н. Лазерная обработка материалов / Н. Н. Рыкалин, А. А. Углов, А. Н. Кокора. – М.: Машиностроение, 1975. – 296 с.
5. Самарский А. А. Вычислительная теплопередача / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Эдиториал, 2003. – 784 с.
6. Семерак М. М. Расчет нагрева и плавления материалов концентрированными потоками энергии с учетом нелинейностей / М. М. Семерак, И. В. Демкович // Физико-химические процессы обработки материалов концентрированными потоками энергии. – М.: Наука, 1989. – С. 150 – 159.
7. Смуров И. Ю. Моделирование теплофизических процессов импульсного воздействия потоков энергии на металлические пластины / И. Ю. Смуров, А. М. Лашин // Физико-химические процессы обработки материалов концентрированными потоками энергии. – М.: Наука, 1989. – С. 160 – 169.
8. Черненко В. С. Променеві методи обробки: Навч. посібник / В. С. Черненко, М. В. Кіндрачук, О. І. Дудка. – К.: Кондор, 2004. – 166 с.