

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ СОСТАВНЫХ ВЛАЖНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОМ НАГРЕВЕ

*Проведено определение температурных полей составных (двухслойных) влажных материалов при сверхвысокочастотном (СВЧ) нагреве. Получено структурное решение задач нестационарной теплопроводности для многослойных элементов конструкций, основанное на использовании операционного метода. Воздействия СВЧ поля учтено введением источника тепла в уравнении теплопроводности с учетом влагосодержания. Приведены результаты параметрических исследований.*

*Ключевые слова: СВЧ нагрев, температурное поле, влагосодержание, составные материалы.*

### Введение

Разработка новых математических моделей, которые позволяют определять температурные поля в составных конструкциях при сверхвысокочастотном нагреве, есть одной из актуальных задач. В современных технологических процессах наблюдается интенсификация нагрева электромагнитными методами, в которых в качестве интенсифицирующего фактора служит энергия электромагнитного поля.

СВЧ-термообработка – один из эффективных способов теплового воздействия на строительные конструкции, так как позволяет вести нагрев не только на их поверхности, но и в глубине. Также СВЧ-термообработка применяется в процессах сушки влажных материалов и обладает широким кругом преимуществ.

### Математическая модель

Рассмотрим процесс нагрева энергией сверхвысоких частот двуслойной системы. Моделировался СВЧ нагрев при применении лучевой СВЧ-камеры открытого типа [1,2]. Для того чтобы задать требуемый режим термообработки, необходимо в числе других параметров знать влагосодержание материала.

В эффективной площади раскрыва рупорный излучатель генерирует плоскую электромагнитную (ЭМ) волну. Без учета влияния сушки уравнения для распределения температуры в двухслойном материале, облучаемом плоской ЭМ-волной при ее нормальном падении имеют вид:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{p_1(x, W_1)}{c_1 \rho_1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{p_2(x, W_1, W_2)}{c_2 \rho_2} \quad (2)$$

Здесь  $T_1, T_2$  – локальные температуры слоев – от поверхности в глубь материала;  $x$  – координата;  $a_1, a_2$  – коэффициенты температуропроводности слоев;  $c_1, \rho_1, c_2, \rho_2$  – соответственно теплоемкости и плотности слоев;  $p_1, p_2$  – удельные мощности выделяющейся в слоях СВЧ-энергии.  $W_1, W_2$  – влагосодержания слоев материалов,  $\tau$  – время.

При достижении границы материала часть мощности отражается обратно к источнику. Оставшаяся часть мощности передается материалу, при этом электрическое поле затухает по экспоненте  $e^{-2\alpha x}$ , где  $\alpha$  – постоянная затухания материала (коэффициент затухания). Следовательно, зоны материала, расположенные ближе к излучателю, получают большее количество энергии, а значит, и сильнее нагреваются.

Показатель затухания электромагнитной энергии является сложной функцией, зависящей в основном от содержания влаги, температуры, плотности материалов и направления вектора напряженности электрического поля.

Краевые условия к (1), (2) имеют вид

$$T_1 = T_2 = T_0 \quad \text{при} \quad \tau = 0, \quad (3)$$

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=\delta l} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=0}, \quad (4)$$

$$T_1|_{x=\delta l} = T_2|_{x=0}, \quad (5)$$

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha^* (T_1|_{x=0} - T_{cp.}) \quad (6)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=\delta_2} = 0, \quad (7)$$

где  $\delta_1, \delta_2$  – толщины первого и второго слоя,  $\lambda_1, \lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности слоев,  $\alpha^*$  – коэффициент теплоотдачи,  $T_{cp}$  – температура среды.

Мощности, выделяющиеся в слоях, равны [3]:

$$p_1(x, W_1) = 2\alpha_1(W_1)p_{01}[1 - \gamma_1(W_1)]\exp[-2\alpha_1(W_1)x], \quad 0 \leq x \leq \delta_1 \quad (8)$$

$$p_2(x, W_1, W_2) = 2\alpha_2(W_2)p_{02}\exp[-2\alpha_2(W_2)(x - \delta_1)], \quad \delta_2 > x > \delta_1 \quad (9)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – коэффициенты затухания ЭМ-волны в первом и втором слоях,  $\gamma_1$  – коэффициент отражения ЭМ-волны от первого слоя;  $p_{01}, p_{02}$  – плотности потока падающей на слои СВЧ-энергии (мощности).

Мощность, падающая на второй слой, может быть вычислена по формуле

$$p_{02} = p_{01}[1 - \gamma_1(W_1)]\exp[-2\alpha_1(W_1)\delta_1]. \quad (10)$$

### Метод решения

В последнее время решение уравнений, которые учитывают влияние электромагнитных полей на составные элементы конструкций, может быть получено с помощью численных и численно-аналитических методов [4].

Решение, полученное аналитическим методом в отличие от наиболее развитых в настоящее время численных методов, позволяют представить его в конечном виде, и дает возможность варьировать теплофизическими и геометрическими параметрами для подробного анализа температурных полей, т.е. дает возможность использовать результаты для качественного анализа температурных режимов.

В связи с чем весьма актуальным является применение аналитических методов расчета, позволяющих находить унифицированные выражения простой формы и структуры.

Обобщенные решения записанные в поле изображений [5-7]:

$$\begin{aligned} \bar{T}_v(x, p) = & \sum_{l=0}^1 \bar{F}_l(p) \frac{Q_{l,v}(x, p)}{\psi(p)} + \bar{V}_{1,2}(p) \frac{Q_{1,v}(x, p)}{\psi(p)} + \\ & + \bar{V}_{1,2}^*(p) \frac{Q_{1,v}^*(x, p)}{\psi(p)} + z_v^*(x, p) = \sum_{r=1}^4 \bar{g}_r(p) \frac{Q_r^v(x, p)}{\psi(p)} + z_v^*(x, p). \end{aligned} \quad (11)$$

Для поставленной задачи функции  $\bar{V}_{1,2}(p)$ ,  $\bar{V}_{1,2}^*(p)$  – компоненты воздействия имеют вид:

$$\bar{V}_{1,2}(p) = \bar{z}_1^*(1, p) - \bar{z}_2^*(0, p) \quad (12)$$

$$\bar{V}_{1,2}^*(p) = \mu_{1,2} \left\{ \bar{z}_{1,2}^*(1, p) - \mu_{1,2} \bar{z}_1^*(0, p) \right\} \quad (13)$$

и характеризуют влияние неравномерного начального распределения температуры, величины контактного термического сопротивления, распределение источников (стоков) тепла по сечению системы, действия внешних электромагнитных полей и источников (стоков) тепла в пространстве между слоями на температурное поле системы. В (12), (13) штрих означает дифференцирование по  $x$ .

Переходя к оригиналам функций, следуя [5-7], получим общее решение:

$$T_v(x, Fo) = \sum_{r=1}^4 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,r}^v(x), \varphi_n] g_r^{(n)}(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{g}_r(p_k)}{\Psi'(\varphi_n, p_k)} Q[p_k, \mu_{n,r}^v(x)] \exp(-\gamma^2 Fo) \right\} + z_v^*(x, Fo), \quad (14)$$

где

$$z_v^*(x, Fo) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Fo^n}{n!} \varphi_v^{(2n)}(x) + \beta_v^* \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Fo^n}{n!} \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} w_v(x, \theta), \quad (15)$$

где,  $\beta_v^* = \beta_v \cdot \frac{\delta_v^2}{\lambda_v}$ ,  $\beta_v = \frac{a_v}{a_1} \cdot \frac{\delta_1^2}{\delta_v^2}$ .

В решении (14) каждой компоненте воздействия  $g_r(Fo)$  отвечает функция

$$T_{v,r}(x, Fo) = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,r}^v(x), \varphi_n] g_r^{(n)}(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{g}_r(p_k)}{\Psi'(\varphi_n, p_k)} Q[\mu_{n,r}^v(x), p_k] \exp(-\gamma_k^2 Fo) \quad (16)$$

Для построения алгоритма расчета температурного поля двухслойного плоского тела, используя операционный метод, необходимо: применяя рекуррентное соотношение, вычислить функциональные комплексы  $\mu_{n,r}^v(x)$ ,  $\varphi_n$ ,  $p_k$ ; вычислить составные комплексы  $\Omega_n[\mu_{n,r}^v(x)]$ ,  $Q[\mu_{n,r}^v(x), p_k]$ ,  $\Psi[\varphi_n, p_k]$ ,  $\Psi'[\varphi_n, p_k]$ ; определить компоненты воздействия и вычислить соответствующие им простые структуры; совокупность простых структур и функций  $z_v^*(x, Fo)$

позволяет построить общую структуру решения и тем самым определить температурное поле системы.

Если зависимость от времени граничных функций  $g(fo)$  конкретизирована, то после решения задачи в изображениях обратное преобразование производится по формуле обращения Римана-Меллина и решение записывается в виде суммы вычетов по полюсам функции  $w(\mu, \varphi, p)$  и особым точкам функции  $\overline{g(p)}$ . В общем же случае, при решении задач нестационарной теплопроводности с нестационарными граничными условиями, используется теорема Дюамеля. Однако известно, что этот классический метод имеет следующие недостатки [5]: 1) требует решения вспомогательной задачи с постоянными граничными условиями; 2) решение получается в виде рядов, которые нуждаются в дальнейшей доработке; 3) во многих случаях не получают эффективного решения, так как оно представляет собой некоторый интеграл, окончательно решить который затруднительно.

Применение структурного метода при решении задач нестационарной теплопроводности позволяет в некоторой мере избежать этих недостатков [6,7]. Структурное решение получено в виде совокупности простых структур решений, количество которых определяется количеством компонент воздействий [5-7].

Компоненты воздействия  $g_r$  для двухслойной пластины ( $r = 1, 2, 3, 4$ ) в поставленной задаче имеют вид:

$$\begin{aligned} g_1 &= -\alpha^* \cdot T_{cp}, \\ g_2 &= 4\alpha(W_2)^2 p_{02}, \\ g_3 &= 4[(\alpha_2(W_2))^2 p_{0,2} \cdot \delta_1] - 4[(\alpha_1(W_1))^2 p_{01}[1 - \gamma(W_1)] \cdot \delta_1], \\ g_4 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\delta_2}{\delta_1} 4[(\alpha_1(W_1))^2 p_{01}[1 - \gamma(W_1)]] \end{aligned}$$

Функции  $z_v^*(x, Fo)$  будут иметь вид:

$$\begin{aligned} z_1^* &= T_0 - 4[(\alpha_1(W_1))^2 p_{01}[1 - \gamma(W_1)]] \cdot x, \\ z_1^* \Big|_{x=0} &= T_0, \quad z_1^{*'} \Big|_{x=0} = -4[(\alpha_1(W_1))^2 p_{01}[1 - \gamma(W_1)]]', \\ z_2^* &= T_0 - 4[(\alpha_2(W_2))^2 p_{02}(x - \delta_1)], \end{aligned}$$

$$z_2^* \Big|_{x=\delta_2} = T_0 - 4(\alpha_2(W_2))^2 p_{02}(\delta_2 - \delta_1), \quad z_2^{*'} \Big|_{x=\delta_2} = -4(\alpha_2(W_2))^2 p_{02}$$

Функции  $T_{v,r}(x, Fo)$  являются простыми структурами решения, соответствующими каждой компоненте воздействия. Функция  $T_v(x, Fo)$ , которая удовлетворяет условиям задачи (1)–(7) – общая структура решения.

### Числовые параметрические исследования

В качестве примера рассмотрена задача термообработки составной двухслойной конструкции (гипсовая штукатурка–кирпичная стена) при СВЧ-нагреве. Толщины брались  $\delta_1 = 10$  мм,  $\delta_2 = 100$  мм.

На рис.1 приведены кривые распределения температурного поля по времени: 1 – в точке  $x = \frac{\delta_1}{2}$ , 2 – в точке  $x = \frac{\delta_2}{2}$ . Удельная мощность принималась равной  $p_{01} = 70.4 \text{ kW/m}^2$ , при мощности генератора  $p = 0.75 \text{ kW}$  и частоте  $f = 2450 \text{ MHz}$ .

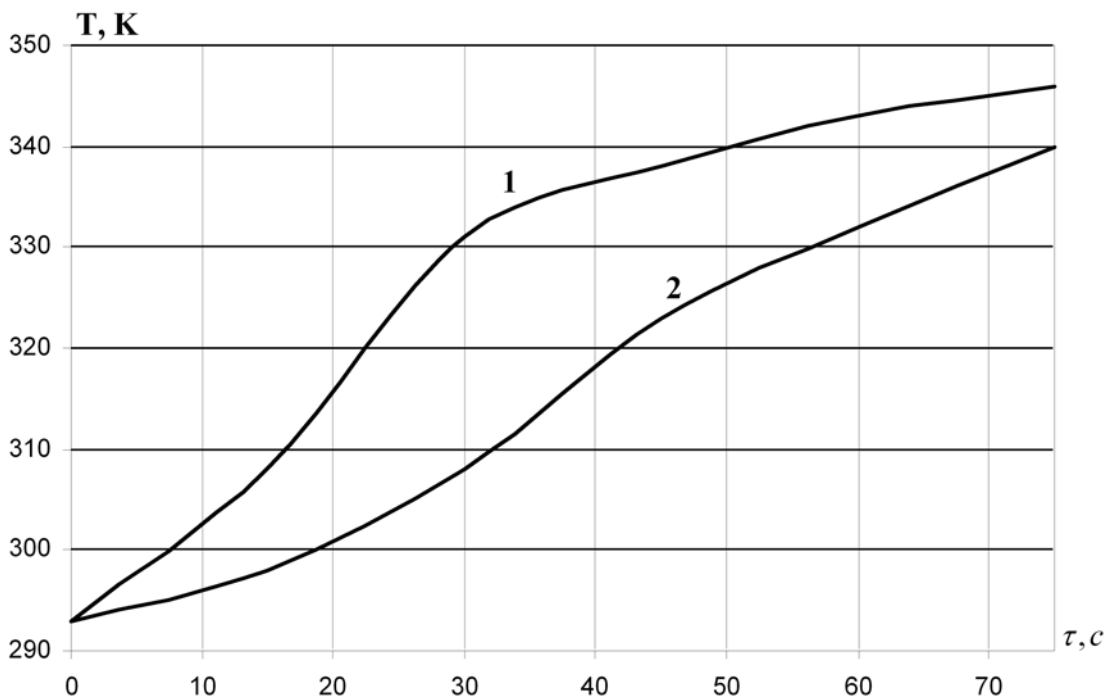


Рис. 1 – Температурное поле двухслойной системы при СВЧ-нагреве

Результаты расчета температурного поля позволяют прогнозировать тепловые режимы материалов и выбирать наиболее соответственный режим обработки в целях поставленной задачи.

Основные преимущества применения СВЧ-энергии для нагрева влажных материалов: высокая степень поглощения влажными материалами энергии электромагнитного поля СВЧ; возможность быстрого подвода и выделения в единице объема материалов мощности; осуществление бесконтактного избирательного нагрева и получение требуемого распределения температур; возможность мгновенного включения и выключения теплового воздействия, что обеспечивает режим тепловой безынерционности и высокую точность регулирования нагрева.

### Выводы

Разработанная математическая модель и полученное решение дают возможность осуществлять параметрические исследования тепловых процессов в составных конструкциях при сверхвысокочастотном нагреве.

### ЛИТЕРАТУРА

1. СВЧ-энергетика / Под ред. Э. Окресса. М.: Мир, 1971. Т. 2. 312 с.
2. Пюшнер Г. Нагрев энергией сверхвысоких частот / Пер. с англ. М.: Энергия, 1968. 230 с.
3. Диденко А. Н. СВЧ-энергетика / А. Н. Диденко, Б. В. Зверев. – М.: Наука, 2000. – 264 с.
4. Кудинов В. А. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций / В. А. Кудинов, Э. М. Карташов, В. В. Калашников. – М.: Высш. шк., 2005. – 430 с.
5. Веселовский В.Б. Методы расчета и исследования теплофизических процессов в промышленных аппаратах и технологиях.– Дн-ск: Изд-во Днепропетр. ун-та, 2002. – 436 с.
6. Веселовський В.Б. Розрахунок температурних полів складених конструкцій / В. Б. Веселовський, О. В. Берлов // Вісник ТДТУ ім. Івана Пулюя. – Тернопіль. – Вип.№1, 2008. – С.161-170.
7. Берлов А.В. Решение структурным методом задач теплопроводности для составных элементов конструкций при воздействии электромагнитных полей / А. В. Берлов // Диференціальні рівняння та їх застосування: Зб. наук. пр. ДНУ.– Д., 2006.– С.70 – 79.