УДК 536.2:621.078

В.Ю. Клим

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИССИПАТИВНОГО РАЗОГРЕВА СТЕРЖНЕЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Аннотация. Построена математическая модель процесса диссипативного разогрева стержней (простой и составной формы) вследствие силового циклического нагружения с различными условиями теплообмена с окружающей средой, позволяющая учесть зависимость теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры.

Ключевые слова: диссипативный разогрев, температурное поле, циклическое нагружение.

Развитие современных промышленных технологий часто определяет экстремальные эксплуатационные режимы работы устройств и конструктивных элементов оборудования – это высокая интенсивность механического нагружения одновременно с нестационарным теплообменом с окружающей средой. При этом повышаются требования к обеспечению надежной работы деталей машин и элементов конструкций с увеличением срока их эксплуатации, а также адаптации механических систем к проявлению физических явлений и эффектов, протекающих в конструкционных материалах, которые раньше не учитывались. Циклическое нагружение (от малоциклового до гигациклового) элементов конструкций сопровождается рассеянием (диссипацией) энергии деформирования, часть которой переходит в тепло. Для распространенных конструкционных материалов – металлов – при некоторых величинах и комбинациях параметров циклического нагружения: частоты, амплитуды, вида и т.д. – рассеяние энергии вызывает значительное повышение температуры т.е саморазогрев тела. Нестационарность теплового процесса усложняется зависимостью теплофизических и механических характеристик материала от температуры.

Известные немногочисленные работы, в которых исследуется саморазогрев элементов конструкций при гармоническом

 ISSN 1562-9945

нагружении, показывают сложность математического моделирования влияния основных параметров периодического деформирования на изменение температурного поля с одновременным учетом зависимости от температуры теплофизических и механических свойств материала [1–2]. Это создает существенные трудности при использовании существующих математических моделей процесса диссипативного разогрева в инженерной расчетной практике.

Учет температуры диссипативного разогрева конструкционных материалов при циклическом нагружении относится к решению сложных задач термоупругости, где предварительно нужно решить задачу определения температурного поля в элементах конструкций с внутренним источником тепла. Для большинства задач такого типа используются численные методы [1–2], которые, однако, не могут в полной мере унифицировать граничные и начальные условия для краевой задачи. Поэтому качественный анализ тепловых режимов работы элементов конструкций для практического решения инженерных задач нестационарной теплопроводности возможен при использовании приближенных аналитических методов.

Цель работы заключается в построении математической модели саморазогрева в стержнях (простой и составной формы) при циклическом нагружении с нестационарными условиями теплообмена с окружающей средой и зависимостью от температуры теплофизических, механических характеристик материала и источника тепла.

Тепловыделение в процессе циклического нагружения учитывается введением распределенных источников тепла, наличие которых является результатом превращения части энергии деформирования в теплоту. Интенсивность внутренних источников тепла при циклическом нагружении в дифференциальном уравнении теплопроводности для одномерного случая может быть представлена выражениями [3–4]:

$$\nu q(x,\sigma_a,T,\tau)=\begin{cases} \nu D(\sigma_a,T), \\ \nu \sigma_a{}^2 \psi(\sigma_a,T)/(2E(T)), \\ \nu \sigma_a{}^2 \delta(\sigma_a,T)/(E(T)), \end{cases} \qquad (1)$$

где ν – частота циклического нагружения; $D(\sigma_a,T)$ – площадь петли гистерезиса, определяемая из эксперимента; $\sigma_a(x,\tau)$ – амплитуда напряжений, полученная из решения задачи о вынужденных колебаниях; T – температура; $\psi(\sigma_a, T)$ – относительное рассеяние энергии, равное отношению площади петли гистерезиса $D(\sigma_a, T)$ к амплитудному значению потенциальной энергии упругой системы; E(T) –модуль упругости при температуре T; $\delta(\sigma_a, T)$ – декремент колебаний. При определении количественной связи между величиной рассеиваемой энергии за цикл колебаний, равной площади петли гистерезиса, и амплитудами колебаний, используются известные решения задачи о вынужденных моногармонических колебаниях системы в первом приближении, в резонансной зоне, в предположении о том, что силы неупругого сопротивления не искажают формы колебаний [1,3].

Нелинейная задача нестационарной теплопроводности для составного стержня из m частей (m =1,2,3,…,M; $0_m \le x \le l_m$; для простого стержня m=1) представлена дифференциальным уравнением [4,5]:

$$C_m(T_m)\rho_m(T_m)\frac{\partial T_m(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_m(T_m)\frac{\partial T_m(x,\tau)}{\partial x}\right] - \frac{\alpha_m(T_m)}{h_m}\left[T_m(x,\tau) - T_{m,c}\right] + \nu q_m(x,\sigma_a,T,\tau), \quad (2)$$

при следующих начальном и граничных условиях для каждой части стержня:

$$T_m(x,0) = \varphi_m(x), \quad (3)$$

$$\begin{cases} A_0\lambda_1(T_1)\left.\dfrac{\partial T_1(x,\tau)}{\partial x}\right|_{x=0} = B_0\alpha_0^*(T_1)\left[f_0(\tau) - D_0T_1(x,\tau)\right]\Big|_{x'=o_1}, \\ A_1\lambda_M(T_M)\left.\dfrac{\partial T_M(x,\tau)}{\partial x}\right|_{x=l_M} = B_1\alpha_1^*(T_M)\left[f_1(\tau) - D_1T_M(x,\tau)\right]\Big|_{x'=l_M}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $T_m(x,\tau)$ – температура m-ой части составного стержня, зависящая от координаты x и времени τ; $T_{m,c}$ – температура среды, окружающей m-ую часть стержня; $c_m(T_m)$, $\lambda_m(T_m)$ и $\rho_m(T_m)$ – коэффициенты удельной теплоемкости, теплопроводности и плотность материала m-ой части стержня; $\alpha_m(T_m)$, $\alpha_{m,m+1}(T_m)$ – коэффициенты теплоотдачи с боковой поверхности и торцов внешних (граничных) частей стержня; A_s, B_s, D_s (s=0 или 1) – коэффициенты, принимаемые значения ±1 или 0. В зависимости от сочетания значений этих коэффициентов на внешних торцах системы стержней можно задавать граничные условия I, II или III рода, а граничные функции $f_s(\tau)$ при этом принимают значения температуры поверхности стержня, теплового потока или температуры окружающей среды; h_m –

отношение площади F_m поперечного сечения m-ой части стержня к его периметру. На стыках стержней имеют место условия неидеального теплового контакта:

$$\begin{cases} F_m\lambda_m(T_m)\dfrac{\partial T_m(x,\tau)}{\partial x}\Bigg|_{x=l_m} = \dfrac{F_{m+1}}{R^*_{m,m+1}}\left[T_{m+1}(O_{m+1},\tau)-T_m(l_m,\tau)\right]- \\ -\alpha_{m,m+1}(T_m)\left[T_m(l_m,\tau)-T_{m,c}\right](\left|F_m-F_{m+1}\right|), \\ F_m\lambda_m(T_m)\dfrac{\partial T_m(x,\tau)}{\partial x}\Bigg|_{x=l_m} = F_{m+1}\lambda_{m+1}(T_{m+1})\dfrac{\partial T_{m+1}(x,\tau)}{\partial x}\Bigg|_{x=o_{m+1}} - \\ -\alpha_{m,m+1}(T_m)\left[T_m(l_m,\tau)-T_{m,c}\right](\left|F_m-F_{m+1}\right|), \end{cases} \quad (5)$$

где $R_{*m,m+1}$ – контактное термическое сопротивление на стыке m и m+1-ой частей стержня; $\alpha_{m,m+1}(T_m)$ – коэффициент теплоотдачи со свободных торцов m и m+1-ой части стержня.

В работах [4,5] решение нелинейных задач нестационарной теплопроводности получено с помощью приближенного аналитического метода – метода последовательных интервалов – имеет одинаковую структуру с решением линейных задач и учитывают изменения значений теплофизических и механических параметров.

Разработанная математическая модель диссипативного разогрева элементов конструкций простой геометрии при циклическом нагружении сформулирована следующим образом.

Полное время нагружения разбивается на конечные временные интервалы длительностью $\Delta\tau_j:[0,\tau_j]$, в каждом из которых выполняется последовательность действий.

1) Решается задача о вынужденных колебаниях. При этом рассматриваются колебания в резонансной зоне, предполагается, что рассеяние механической энергии не влияет на форму колебаний системы. Определяются формы колебаний, деформации и напряжения по длине стержня для любого момента времени $\tau\in[0,\ \tau_j]$. Проверяется условие для амплитудных напряжений в опасном сечении $\sigma^a_{0j}(x_0,\tau)<\sigma^T_j$. Определяется количество циклов нагружения N_j. Значения механических характеристик соответствуют значениям при температуре в начале данного интервала времени.

2) Определяется распределение интенсивности внутренних источников тепла по длине стержня по известным зависимостям (1).

3) Решается задача теплопроводности для определения температуры $T_j(x,\Delta\tau_j)$ (для составного стержня для каждого участка длиной Δl_i определяется функция $T_j^i(x,\Delta\tau_j)$). Проверяется условие для температур $\left|T_j(x,\Delta\tau_j)-T_{j-1}(x,\Delta\tau_{j-1})\right|\le\varepsilon$. Теплофизические ($a_{i+1},\lambda_{j+1}$) и механические ($E_{i+1},\sigma_{j+1}^T$) характеристики материала принимают значения, соответствующие среднеинтегральному значению температуры на данном интервале времени. Температура $T_j(x,\Delta\tau_j)$ является начальным распределением температуры для следующего интервала времени.

Для последующего интервала времени повторяются предыдущие шаги алгоритма. При не выполнении условия в п.3, изменяется длительность интервала времени $\Delta\tau_j$ в соответствии с темпом роста температуры.

Впервые показано, что при использовании метода последовательных интервалов для элементов конструкций, находящихся под действием высокочастотного циклического нагружения, целесообразно принять последовательное разбиение на временные интервалы по значению температуры [4,5].

На рис.1,2 представлено температурное поле стержня при изменяющихся параметрах циклического растяжения-сжатия вдоль оси стержня: количества циклов N и амплитуды колебаний A_0. На рис.1 изображены распределение температуры по длине стержня в различные моменты времени при значении амплитуды напряжений 160 МПа. Точками на рис.1 показаны экспериментальные данные измерения температуры в образце, соответствующие N=750 циклам нагружения [6]. По рис.1 можно оценить характер изменения температуры во времени (для центрального сечения): в начале нагружения (приблизительно до 10^3 циклов) происходит незначительное изменение температуры, затем скорость роста температуры увеличивается и после 10^4 циклов нагружения скорость роста температуры резко снижается. На рис.2 в виде поверхности приведены результаты расчетных исследований изменения температуры во времени по рабочей длине образца. Начало координат взято в месте приложения к образцу продольной моногармонической силы с амплитудой A_0 = 5,25 мкм. Существенное повышение температуры образца происходит в его центральной части.

 ISSN 1562-9945

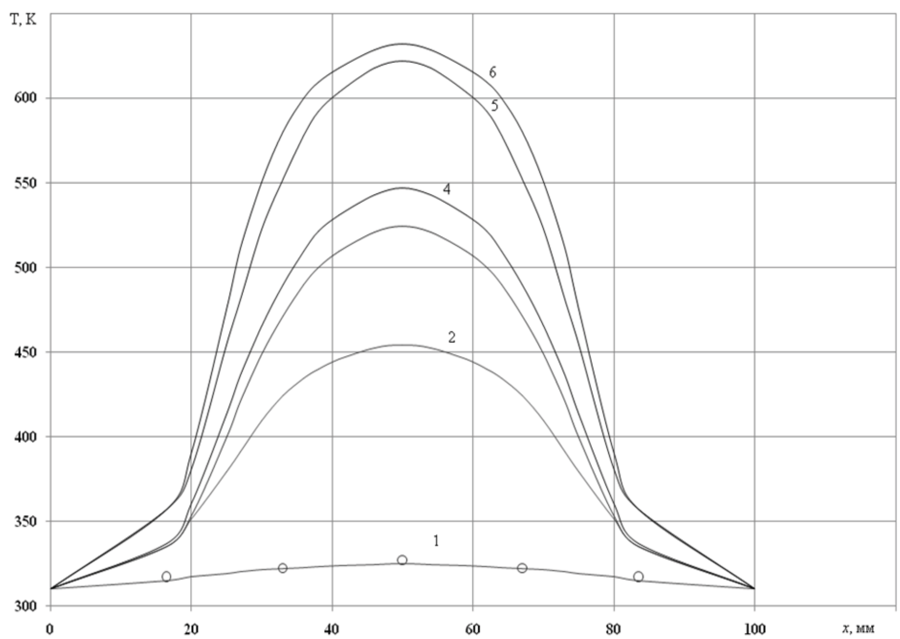

Рис. 1 – Распределение температуры Т по рабочей длине образца в зависимости от количества циклов N:
1 – N=750; 2 – N=$6*10^3$; 3 – N=$8*10^3$; 4 – N=$9*10^3$; 5 – N=$2*10^4$;
6 – N=$2*10^6$; о – экспериментальные данные (Писаренко Г. С.)

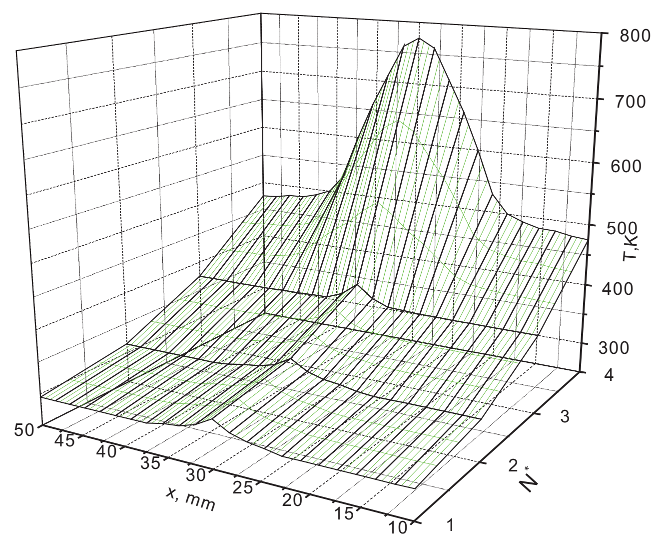

Рис. 2 – Распределение температуры Т по рабочей длине образца в зависимости от количества циклов N* (1 =10^4; 2=10^5; 3=10^6; 4=10^7) при A_0 = 5,25 мкм

Таким образом, анализ результатов вычислительного эксперимента на примере простых стержней показывает существенное влияние процесса диссипативного разогрева в определении температурного поля элементов конструкций, находящихся под действием механического циклического нагружения.

Разработанная математическая модель дает возможность исследования и прогнозирования влияния параметров циклического нагружения, диссипативных свойств конструкционного материала, условий теплообмена с окружающей средой и на стыках составных частей на распределение температурного поля конкретных элементов конструкций, выбора рациональных эксплуатационных и технологических режимов работы при дальнейшем создании адаптивных моделей механических колебательных систем, имеющих важное практическое значение во многих областях горнодобывающей, металлургической промышленностях, машиностроении и приборостроении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абакумов В. Г. О проектировании акустических концентраторов с учетом внутреннего рассеяния энергии / В. Г. Абакумов, К.А. Трапезон // Акустичний вісник. 2007. – Т.10, N 1. – С. 3 – 16.

2. Карнаухов В. Г. Вплив температури дисипативного розігріву на пасивне демпфування вимушених резонансних коливань ізотропної в'язкопружної циліндричної панелі / В. Г. Карнаухов, В. М. Січко, О. С. Карпенюк // Вісник Київського університету, Серія: фізико-математичні науки. 2009,1.

3. Веселовский В. Б. Решение задачи о колебаниях при диссипативном разогреве элементов конструкций / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Диференціальні рівняння та їх застосування. Зб. наук. праць. – Д., РВВ ДНУ, 2008. – С.56–65.

4. Веселовский В. Б. Разогрев ограниченного стержня при высокочастотном нагружении / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Вісник Дніпропетровського національного університету. Механіка. – Вып. 6.– Т. 2.– 2002. – С.27–34.

5. Веселовский В. Б. Температурные поля элементов конструкций, разогревающихся вследствие высокочастотного нагружения/ В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки, 2003. – Вип. 1.– С.127–131.

6. Писаренко Г. С. Протекание пластических деформаций в сталях 12XI8HI0T при циклическом симметричном изгибе образцов различной длины/ Г. С. Писаренко, В. А. Леонец, Н. Д. Бега // Пробл. прочности, 1983. –№8. – С. 20 – 23

 ISSN 1562-9945