УДК 519.5

В.О. Дегтярьов

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ НАЙКОРОТШОЇ МЕРЕЖІ КОМУНІКАЦІЙ У ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРІ З ОБМЕЖЕННЯМИ

Анотація. Стаття присвячена вивченню можливості застосування алгоритмів SFDP та A для вирішення задачі побудови найкоротшої мережі комунікацій в тривимірному просторі. Визначено перелік етапів для створення псевдо оптимальної мережі комунікацій з точки зору її довжини. Практична реалізація методу дала змогу побудувати найкоротші мережі комунікацій для електро- та водопостачання острова Зміїний.*

Ключові слова: трасування, комунікації, термінали, алгоритми SFDP та A, задача Штейнера.*

Задача побудови найкоротшої мережі комунікацій для множини терміналів в тривимірному просторі відноситься до задач структурно-параметричного синтезу, метою якої є знаходження оптимальної з точки зору довжини та вартості мережі комунікацій [1].

На даний час невідомі алгоритми, які дозволяють вирішити задачу просторового трасування, тому для вирішення задачі пропонується її розбиття на дві під задачі:

Побудова найкоротшої мережі комунікацій для множини терміналів в двовимірному просторі на основі модифікованого алгоритму SFDP.

Побудова псевдо оптимальної мережі комунікацій в тривимірному просторі з використанням алгоритму A*.

Якщо на двовимірну задачу накладаються обмеження про те, що елементи комунікацій можуть перетинатися в просторі лише під прямим кутом а також можливим є додавання додаткових терміналів для поєднання елементів комунікацій в просторі, то задача в даній постановці зводиться до прямолінійної задачі Штейнера. Прямолінійна задача Штейнера в загальному випадку є NP повною [2,3], тобто неможливо вирішити задачу для кількості терміналів $n \to \infty$ за скінчений час.

Одним із алгоритмів вирішення даної задачі є алгоритм FDP

(Fullset Dynamic Programming), вперше описаний в роботі Генлі [4]. Він використовує спеціальні структури, які називають повними наборами, і реалізує принцип динамічного програмування. Повним набором називають сукупність терміналів, які можна поєднати в мережу, використовуючи одну з топологій Хакімі[5], зображених на рис.1. Часова та ємнісна складність алгоритму складають відповідно O(n3n) та O(2n).

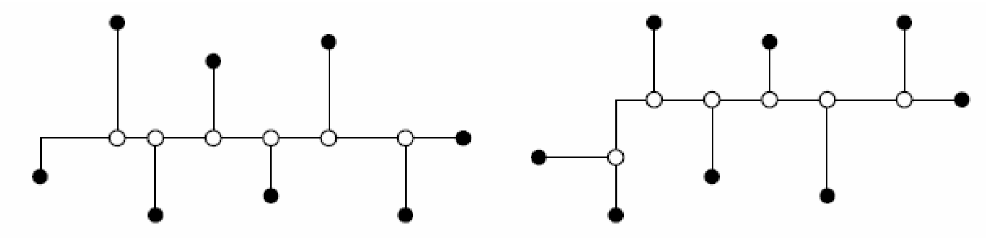

Рисунок 1 - Можливі топології повних наборів Хакімі

Практична реалізація даного алгоритму дозволяє вирішити задачу лише для 15 терміналів за одну добу, що не дозволяє використати її в якості проектної процедури для систем автоматизованого проектування. З метою поліпшення можливостей алгоритму щодо розмірності задачі можна використати алгоритм SFDP (Screened Fullset Dynamic Programming).

Даний алгоритм працює в два основні етапи:

На першому етапі для множини терміналів T, які необхідно пов'язати мережею комунікацій генеруються всі можливі підмножини. З них відбираються лише ті, які мають одну з можливих топологій Хакімі, з яких формується набір F(T) можливих варіантів наборів, що мають повні топології, необхідний для роботи другого етапу алгоритму.

На другому етапі відбувається безпосередньо розрахунок найкоротшої мережі для сукупності терміналів. Послідовність кроків для другого етапу алгоритму відображено на рис.2.

(1) For $m = 3$ to $|T|$
(2)   For all $S \subseteq T$ such that $|S| = m$
(3)   If $(S \in F(T))$ then $\ell[S] = \|H(S)\|$
              Else $\ell[S] = \infty$
(4)   Compute $F(S)$
(5)   For all A, B such that $A \in F(S)$ and $A \otimes B = S$
(6) $\ell[S] = \min\{\ell[S], \ell[A] + \ell[B]\}$

Рисунок 2 - Послідовність кроків другого етапу алгоритму SFDP

Під час виконання алгоритму для множини терміналів T визначаються всі підмножини S, будь-якої розмірності m. На третьому кроці для всіх підмножин S перевіряється чи належить дана множина до множини повних наборів F(T), яка була розрахована на першому етапі виконання алгоритму. Якщо така множина існує, то довжина найкоротшої мережі для неї l[S] визначається як довжина структури повної топології Хакімі $\|H(S)\|$, інакше її значення дорівнює нескінченості. Далі розраховується (вибирається з пам'яті розрахований на першому етапі) набір можливих повних топологій F(S) для даної підмножини S та відбувається повний перебір множин A та B, для яких виконується умова (1). На останньому кроці обчислюється довжина найкоротшої мережі l[S] для даної підмножини терміналів S.

$$A \otimes B = S \equiv \begin{cases} A \cup B = S \\ A \cap B = 1 \end{cases} \tag{1}$$

Практична реалізація алгоритму SFDP [6], отримана з використанням бінарних строк та контейнерів map стандартної бібліотеки C++ дозволила отримати результати, наведені на рис.3. Для кількості терміналів $n < 12$ задача вирішується за час $t < 1$ сек. Розмірність задачі, що може бути вирішена за добу, збільшується до 22, порівняно з 13 в ранній версії реалізації FDP.

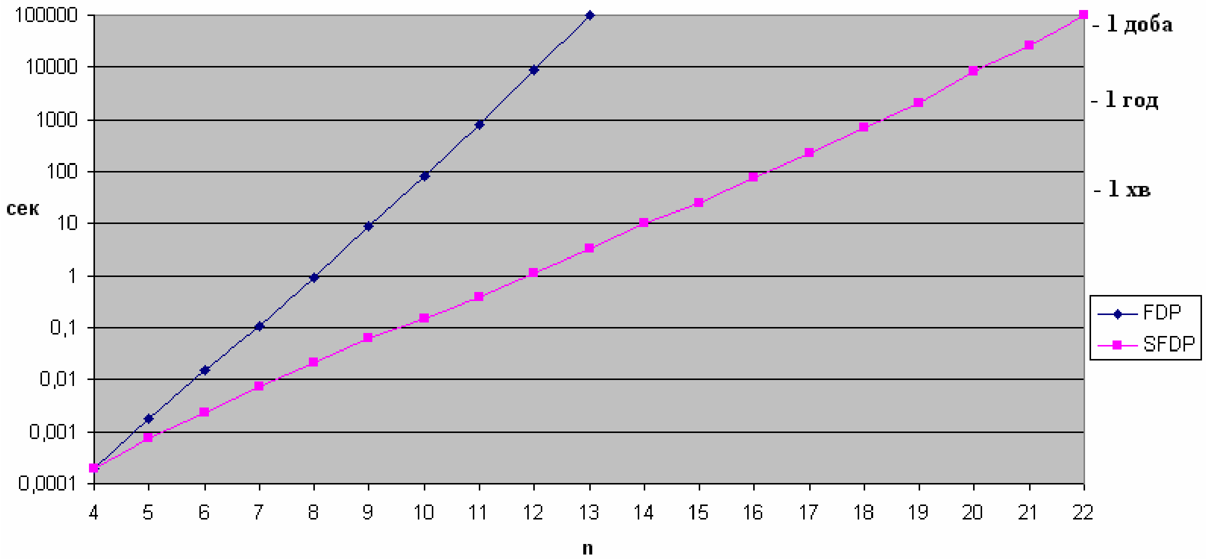

Рисунок 3 - Час вирішення задач різної розмірності

Практично отримані результати дозволяють говорити про можливість застосування даного алгоритму в якості проектної процедури при вирішенні тривимірної задачі проектування найкоротшої мережі комунікацій.

Послідовність кроків для вирішення тривимірної задачі є наступною:

Виконати проекцію множини терміналів Ni(xi,yi,zi) на площину XOY.

Знайти мінімальну довжину мережі комунікацій на площині, за допомогою використання алгоритму SFDP. При визначенні оптимальної структури мережі використовується афінне перетворення повороту координат множини терміналів на довільний кут з метою знаходження найкоротшої мережі. Результатом роботи алгоритму буде перелік точок Штейнера P(xi,yi), та перелік ребер (елементів комунікацій).

Визначити координату z для точок Штейнера P(xi,yi,zi) із застосуванням співвідношення (2)

$$z_c = \frac{1}{3}\left(z_1 + z_2 + z_3\right) \qquad (2),$$

де z1, z2, z3 – координати z для терміналів, або точок Штейнера, поєднаних з даною елементами комунікацій (потужність вузла, що представляє точку Штейнера на графі Хакімі завжди дорівнює трьом). В загальному випадку для знаходження z координат для всіх точок Штейнера треба буде вирішити систему лінійних рівнянь.

Для кожних двох суміжних терміналів множини $T = N \bigcup P$ застосувати алгоритм A* для знаходження оптимального шляху трасування комунікацій та забезпечення огинання перешкод.

Алгоритм A* дозволяє вирішити задачу пошуку найкоротшого шляху між двома терміналами в просторі [7,8]. Даний алгоритм враховує напрям просування до цілі, дозволяє огинати заборонені для трасування зони, є інваріантним до кількості вимірів робочого простору. Алгоритм є евристичним і використовує наступну оцінювальну функцію:

$$f(n) = g(n) + h(n) \qquad (3),$$

де f(n) – оцінка поточного стану в процесі пошуку;

g(n) – класична складова оцінки, яка дорівнює довжині пройденого шляху;

h(n) – евристична складова оцінки, яка дорівнює відстані за Манхетеном між поточним положенням пошуку та цільовим терміналом.

Програмна реалізація алгоритму побудови найкоротшої мережі в тривимірному просторі з обмеженнями була застосована для вирішення задачі створення оптимальної мережі електро- та водопостачання для острова Зміїний. На рис.4 зображена карта острова з переліком резервуарів для води (позначені синім кольором) та промислових чи житлових приміщень (позначені червоним кольором).

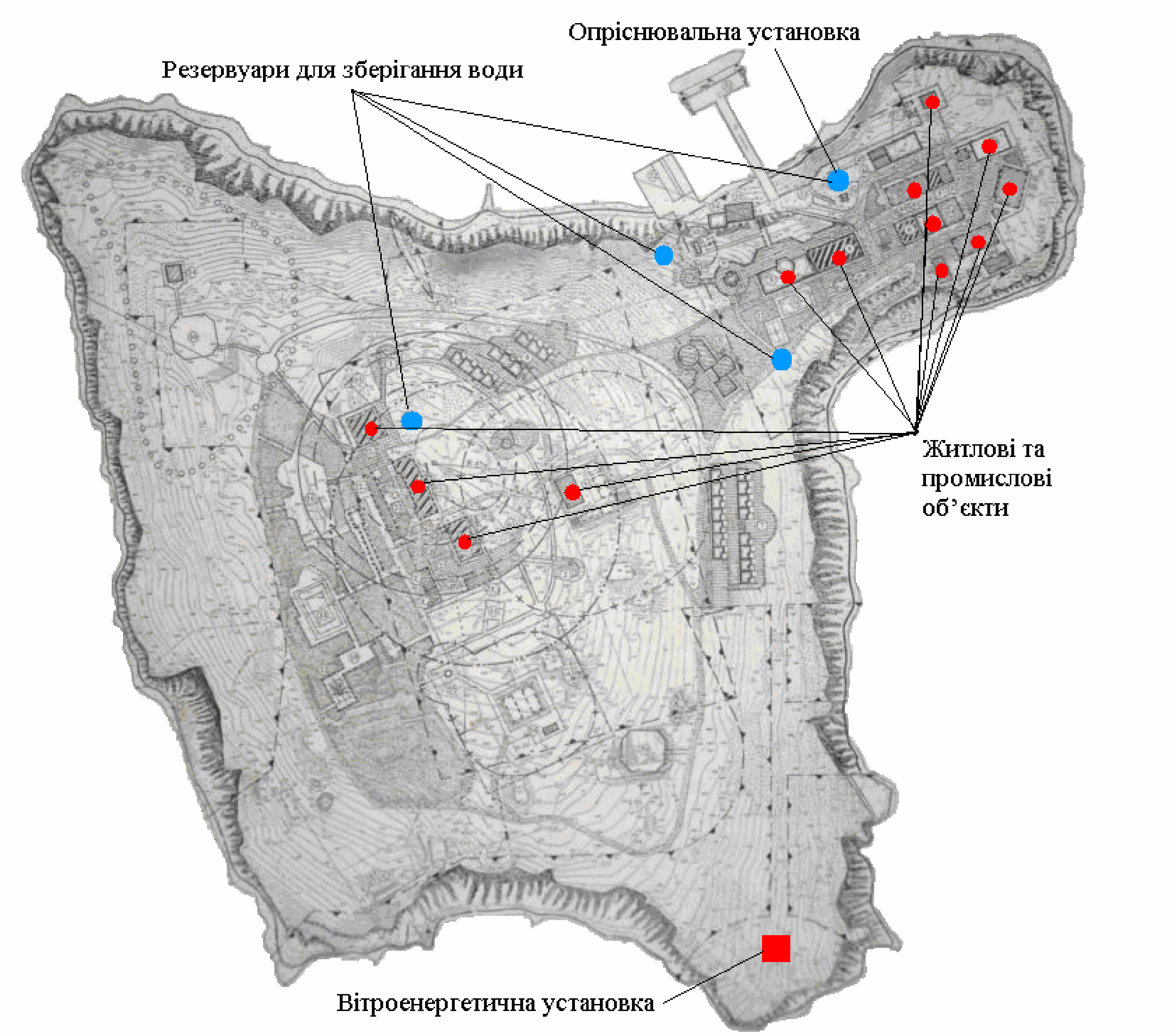

Рисунок 4 - Карта острова Зміїний

Задача трасування комунікацій для острова Зміїний полягає в тому, щоб з'єднати мережею трубопроводів опріснювальну установку, резервуари для води та всі типи приміщень(промислових та житлових); лініями електропередач потрібно поєднати вітроенергетичну установку з усіма споживачами електричної енергії. При цьому враховувати те, що зонами забороненими для трасування є частини робочого простору розташовані нижче рівня землі.

Під час підготовки до трасування комунікацій біла проаналізована тривимірна модель острова Зміїний, вивчено ландшафт земної поверхні та визначена мінімальна висота над рівнем моря, доступна для трасування для конкретної точки, заданої двовимірними координатами.

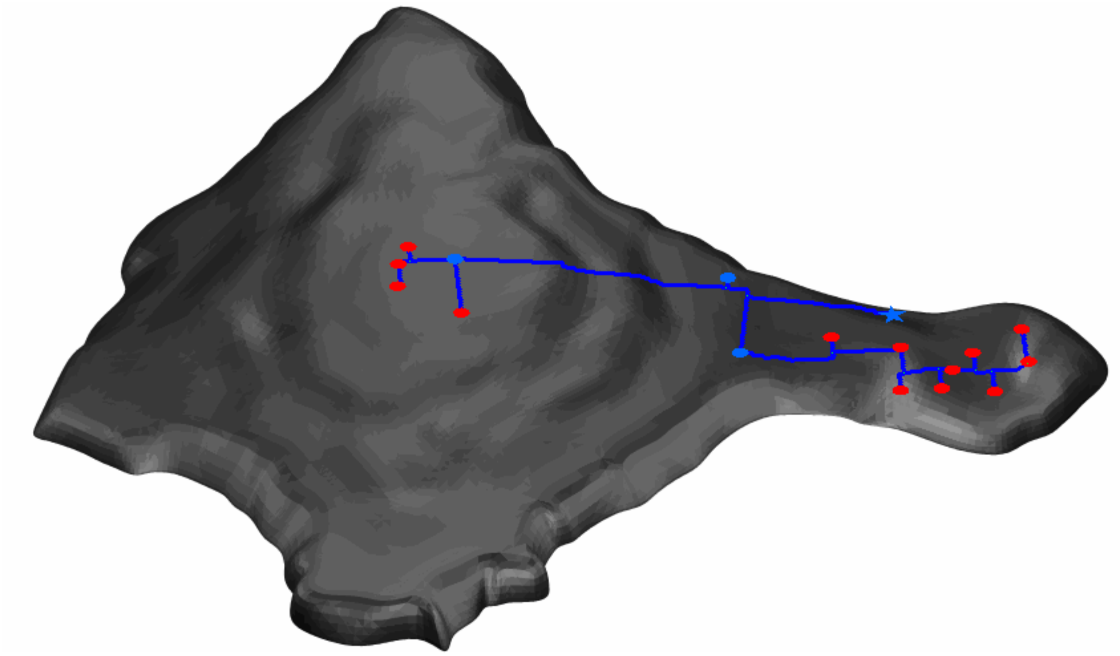

Рисунок 5 - Оптимальна мережа комунікацій для водопостачання острова Зміїний

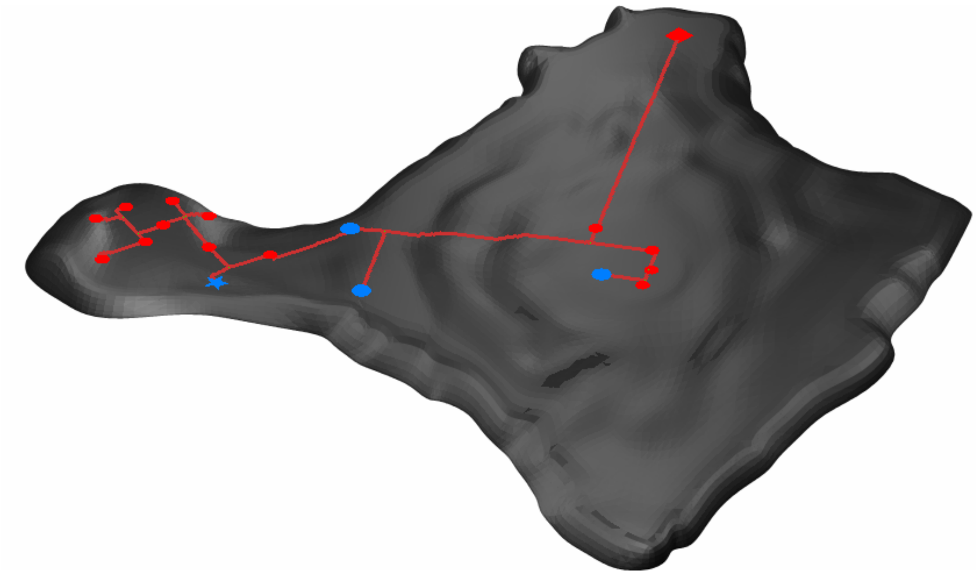

Рисунок 6 - Оптимальна мережа комунікацій для електропостачання острова Зміїний

За допомогою програмної реалізації алгоритму було отримано структуру оптимальних мереж комунікацій електро- та водопостачання острова. Результат роботи програми наведено на рис.5-6.

Таким чином за допомогою застосування алгоритмів SFDP та

A* вдалося створити базовий алгоритм для побудови псевдо оптимальної мережі комунікацій в тривимірному просторі, який обмежено наявністю заборонених для трасування зон (елементів географічного ландшафту). Напрямами для подальших досліджень є вдосконалення алгоритму з метою врахування інших видів функціональних та технологічних обмежень та розробці процедури для зміни розташування точок Штейнера у випадку їх знаходження у забороненій для трасування частині робочого простору.

ЛІТЕРАТУРА

1. Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.П. Теоретические основы САПР. - М.: Энергоатомиздат, 1987. – 400с.
2. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / Нечепуренко М.И., Попков В.К., Майнагашев С.М. и др. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 515 с.
3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
4. J. L. Ganley and J. P. Cohoon. Optimal rectilinear Steiner minimal trees in $O(n^2 2{:}62^n)$ time. In Proceedings of the Sixth Canadian Conference on Computational Geometry, pages 308-313, 1994.
5. S. L. Hakimi. Steiner's problem in graphs and its implications. Networks, 1:113-133, 1971.
6. Дегтярьов В.О. Побудова найкоротшої мережі комунікацій у двовимірному просторі із застосуванням алгоритму SFDP. – Мат. конф. „Інтелектуальні системи прийняття рішень та прикладні аспекти інформаційних технологій", Євпаторія: Вид. Херсонського морського інституту, 2007. Том 3. с. 86-88.
7. Stout B. Pathfinding Algorithms. Proceedings of the AAAI 99 Spring Symposium on Artificial Intelligence, 1999.
8. Дегтярьов В.О. Використання алгоритму A* для знаходження найкоротшого шляху в просторі з обмеженнями. – Наукові праці: Науково методичний журнал. Т. 57. Вип. 44. Комп'ютерні технології. – Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. П.Могили, 2006. с. 108-114.

Одержано 15.01.2010р.