

ИНВАРИАНТНОСТЬ ПО СКАЛЯРНОМУ КРИТЕРИЮ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Аннотация. В данной работе построено изоморфное отображение множества образов на множество вещественных чисел из интервала $[0,1]$, которое позволяет связать классификацию образов с поведением скалярного критерия в пространстве ошибок. Задавая определенные интервалы для значений скалярного критерия можем группировать образы, распознавать, сравнивать и анализировать их. Предложенный в работе функционал и решающее правило (скалярный критерий для распознавания образов) позволяют создать модель нейронной сети инвариантной к трансформациям распознаваемых образов.

Ключевые слова. Распознавание образов, скалярный критерий.

Постановка проблемы.

Построить отображение множества распознаваемых образов на множество действительных чисел из интервала $[0,1]$, так, чтобы задавая определенные интервалы для этих чисел, можно было бы группировать образы, распознавать, сравнивать и анализировать их. Сходные входные сигналы от схожих классов должны формировать единое представление в нейронной сети. Исходя из этого, они должны быть классифицированы как принадлежащие к одной категории [1,2]. Определить степень сходства, используя скалярный критерий для распознавания образов [5]. Нейронные сети обладают естественной способностью классификации образов. Эту способность можно использовать для обеспечения инвариантности сети к трансформациям. Сеть обучается на множестве примеров одного и того же объекта, при этом в каждом примере объект подается в несколько измененном виде (например, снимки с разных ракурсов). Если количество таких примеров достаточно велико и если нейронная сеть обучена отличать разные точки зрения на объект, можно ожидать, что эти данные будут обобщены и сеть сможет распознать ракурсы объекта, которые не использовались при обучении. Однако с технической точки зрения инвариантность по обучению имеет два существенных недостатка.

Во первых, если нейронная сеть была научена распознавать трансформации объектов некоторого класса, совсем не обязательно,

© Четырбок П.В., 2009

что она будет обладать инвариантностью по отношению к трансформациям объектов других классов.

Во вторых, такое обучение является очень ресурсоемким, особенно при большой размерности пространства признаков.

Анализ литературы.

Из известных методов обучения нейронных сетей наиболее широкое применение имеют градиентные методы со случайным изменением начальных условий [1,3,4]. Недостатком этих методов является трудности распознавания образов в случае близости по норме Евклида сравниваемых образов.

Существует множество подходов к определению степени сходства входных сигналов. Один из подходов определяет степень подобия входных образов для нейронных сетей на основе Евклидова расстояния [1]. Пусть существует некоторый вектор x размерности m

$$x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}]^T$$

Элементы вектора – действительные числа, а обозначение T указывает на то, что матрица транспонирована. Вектор x_i определяет некоторую точку в m -мерном Евклидовом пространстве (R_m). Евклидово расстояние между парой m -мерных векторов x_i и x_j вычисляется по формуле:

$$d(x_i - x_j) = \|x_i - x_j\| = \left[\sum_{k=1}^m (x_{ik} - x_{jk})^2 \right]^{1/2}$$

где x_{ik} и x_{jk} – k -е элементы векторов x_i и x_j соответственно. Чем ближе друг к другу отдельные элементы векторов x_{ik} и x_{jk} , тем меньше Евклидово расстояние. В статье рассматривается подход к определению степени сходства, который основывается на скалярном критерии распознавания образов нейронной сетью, построенный на идее скалярного произведения, взятой из алгебры матриц.

Цель статьи – построение скалярного критерия распознавания образов объектов, который может использоваться для обеспечения инвариантности нейронной сети к трансформациям.

Скалярный критерий распознавания образов вычисляется следующим образом:

$$\cos(\lambda) = \frac{(\overline{E, X})}{\|E\|_c \|X\|_c},$$

где E - вектор ошибок в пространстве ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью входного образа, X - вектор ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью эталона. Если за эталонные образы взять образы трансформаций объектов, то получим алгоритм их распознавания. То есть каждому образу трансформации объекта будет отвечать свое значение скалярного критерия. Поскольку вычисление скалярного критерия не изменяет значения весовых коэффициентов нейронной сети, то нейронная сеть может распознавать трансформацию объектов нескольких классов одновременно и при этом расчет скалярного критерия является не расходным по ресурсам.

Построение скалярного критерия распознавания образов сигналов.

Построим модель нейронной сети

$$y_i = Wx_i$$

$$y_i = \begin{pmatrix} y_i^1 \\ y_i^2 \\ \dots \\ y_i^m \end{pmatrix}$$

где y_i - вектора выхода,

$$x_i^T = (x_i^1; x_i^2; \dots; x_i^m) - \text{вектора входа.}$$

m – размерность пространства образов,

$i=1 \dots n$, где n – число обучаемых образов.

Матрица весовых коэффициентов нейронной сети, обученной распознавать образ y_1 будет иметь вид:

$$W_1 = \begin{pmatrix} y_1^1 x_1^1 \dots y_1^1 x_1^m \\ y_1^2 x_1^1 \dots y_1^2 x_1^m \\ \dots \\ y_1^m x_1^1 \dots y_1^m x_1^m \end{pmatrix}$$

$$y_1 = \begin{pmatrix} y_1^1 (x_1^1 x_1^1 + x_1^2 x_1^2 + \dots + x_1^m x_1^m) \\ y_1^2 (x_1^1 x_1^1 + x_1^2 x_1^2 + \dots + x_1^m x_1^m) \\ \dots \\ y_1^m (x_1^1 x_1^1 + x_1^2 x_1^2 + \dots + x_1^m x_1^m) \end{pmatrix}$$

Когда точно воспроизводится эталонный выход? Необходимым и достаточным условием для точного воспроизведения эталонного выхода является ортогональность и ортонормированность входных векторов сигналов при обучении нейронной сети.

Пусть отклонения на этапе распознавания образа на входе будут

$$\Delta x_i^T = (\Delta x_i^1; \Delta x_i^2; \dots; \Delta x_i^m)$$

Тогда:

$$y + \Delta y = W \begin{pmatrix} x_i^1 + \Delta x_i^1 \\ x_i^2 + \Delta x_i^2 \\ \dots \\ x_i^m + \Delta x_i^m \end{pmatrix}$$

Откуда для отклонений на выходе:

$$\Delta y_i = \begin{pmatrix} y_1^1 (x_1^1 \Delta x_1^1 + x_1^2 \Delta x_1^2 + \dots + x_1^m \Delta x_1^m) \\ y_1^2 (x_1^1 \Delta x_1^1 + x_1^2 \Delta x_1^2 + \dots + x_1^m \Delta x_1^m) \\ \dots \\ y_1^m (x_1^1 \Delta x_1^1 + x_1^2 \Delta x_1^2 + \dots + x_1^m \Delta x_1^m) \end{pmatrix}$$

Оценим ошибку на выходе:

$$E2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta y_i^i} \quad i=1, \dots, m$$

$$E3 = \sum_{i=1}^m |\Delta y_i^i| \quad i=1, \dots, m$$

$$E4 = \max(\Delta y_i^i) \quad i=1, \dots, m$$

Построим функционал, который равен скалярному произведению нормированных векторов ошибок $E=(E2, E3, E4)$, $X=(X1, X2, X3)$ при распознавании нейронной сетью сигналов и соответствующих им эталонов. Скалярный критерий распознавания образов (сигналов) вычислим следующим образом:

$$\cos(\lambda) = \frac{(E, \bar{X})}{\|E\|_c \| \bar{X} \|_c}, \quad (1)$$

где E - вектор ошибок в пространстве ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью входного образа, X - вектор ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью эталона.

Для распознавания двух векторов сигналов $x_1^T = (x_1^1; x_1^2; \dots; x_1^m)$ и $x_2^T = (x_2^1; x_2^2; \dots; x_2^m)$ найдем

$$W_1 = \begin{pmatrix} y_1^1 x_1^1 \dots y_1^1 x_1^m \\ y_1^2 x_1^1 \dots y_1^2 x_1^m \\ \dots \\ y_1^m x_1^1 \dots y_1^m x_1^m \end{pmatrix}$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} y_2^1 x_2^1 \dots y_2^1 x_{21}^m \\ y_2^2 x_2^1 \dots y_2^2 x_2^m \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ y_2^m x_2^1 \dots y_2^m x_2^m \end{pmatrix}$$

с учетом что $y_1 = Wx_1^T$ $y_2 = Wx_2^T$ получим $W = W_1 + W_2$, откуда находим W . Для обучения распознавания трех образов получим условие

$W = W_1 + W_2 + W_3$ и в общем случае $W = \sum_{i=1}^n W_i$, где n – число обучаемых образов.

Таким образом, построено отображение множества входных сигналов на множество действительных чисел. Это отображение разбивает множество векторов входных сигналов на классы. Отображение является отношением эквивалентности, то есть оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. Отображение разбивает множество векторов входных сигналов на непересекающиеся классы. Отображение состоит из композиции двух отображений. Сначала множество векторов входных сигналов (конечное множество) отображается в трехмерное векторное пространство ошибок, а затем конечное множество векторов ошибок отображается на конечное подмножество множества действительных чисел.

Выводы. Каждому образу, распознаваемому многослойным перцептроном в многофакторном пространстве ошибок соответствует свое значение скалярного критерия $\cos(\lambda)$. В данной работе построено изоморфное отображение множества распознаваемых образов на множество действительных чисел из интервала $[0,1]$, которое позволяет связать классификацию распознаваемых образов с поведением $\cos(\lambda)$ в многофакторном пространстве ошибок. Задавая определенные интервалы для значений $\cos(\lambda)$ мы можем группировать образы, распознавать, сравнивать и анализировать их. Построено решающее правило для классификации образов в виде утверждения: каждому образу, распознаваемому многослойным перцептроном в многофакторном пространстве ошибок будет соответствовать свое значение $\cos(\lambda)$ и образ ближе к эталону, чем больше $\cos(\lambda)$.

$$\cos(\lambda) = \frac{(\bar{E}, \bar{X})}{\|\bar{E}\|_c \|\bar{X}\|_c}$$

где E - вектор ошибок в пространстве ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью входного образа, X - вектор ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью эталона. Предложенный в статье функционал и решающее правило (скалярный критерий для распознавания образов) позволяют создать модель нейронной сети инвариантной к трансформациям распознаваемых образов. Если за эталонные образы взять образы трансформаций объектов, то получим алгоритм их распознавания. То есть каждому образу трансформации объекта будет отвечать свое значение скалярного критерия. Поскольку вычисление скалярного критерия не изменяет значения весовых коэффициентов нейронной сети, то нейронная сеть может распознавать трансформацию объектов нескольких классов одновременно и при этом расчет скалярного критерия является не расходным по ресурсам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайкин Саймон Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. : Пер. с англ. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
2. М.З. Згуровський, Н.Д. Панкратова Основи системного аналізу –К: Видавнична група ВНУ, 2007.-544 с.
3. Горбань А.Н. Обучение нейронных сетей. М.: изд. СССР-США СП "ПараГраф", 1990. 160 с.
4. Кохонен Т. Ассоциативная память. - М.: Мир, 1980
5. Рассоха А.А., Четырбок П.В. Скалярный критерий близости в пространстве распознаваемых образов.- Европейский университет. – Ялта, 2007.-26с.-Укр.-Деп. в ГНТБ Украины 7