

УДК 537.8

С.Г. Алексин, О.О. Дробахин, В.Г. Короткая

**ДИСКРЕТНЫЙ МЕТОД ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА
ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ПРОНИЦАЕМОСТИ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР ПРИ УЧЕТЕ
РАСХОДИМОСТИ ЗОНДИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Аннотация. Предложена модификация дискретного аналога метода интегрального уравнения Гельфанда-Левитана для восстановления профиля диэлектрической проницаемости слоистой структуры, учитывающая расходимость излучения. Преимущество модифицированного метода перед базовым вариантом в точности восстановления профиля продемонстрировано результатами численного эксперимента.

Ключевые слова: Профиль диэлектрической проницаемости, слоистая структура, рефлектометрические данные, метод Гельфанда-Левитана.

Введение. Задача восстановления профиля диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x)$ по результатам измерения отраженного СВЧ-сигнала имеет ряд важных практических приложений. В частности, эта задача возникает в неразрушающем контроле промышленных образцов и строительных конструкций [1]. В предположении слоистого характера материала задача восстановления профиля сводится к оцениванию количества слоёв образца N и параметров этих слоёв, а именно, значений диэлектрических проницаемостей ε_n и толщин d_n ($n = 1, 2, \dots, N$).

Анализ публикаций. Среди наиболее известных подходов к оцениванию параметров слоев можно назвать метод квазирешения [2], итерационную схему Ньютона-Канторовича [3], дискретный аналог метода Гельфанда-Левитана (ДАМГЛ) [4, 5], метод динамической деконволюции [6]. Основной моделью коэффициента отражения для всех этих методов является плосковолновая модель [7]. Вместе с тем для многих приложений такая модель является нестрогой вследствие наличия расходимости излучения [8].

Постановка задачи. Необходимо модифицировать ДАМГЛ с целью учета расходимости зондирующего излучения.

Основная часть. Интерпретация сигнала, отраженного слоистой структурой, значительно облегчается во временной области, в то же время, обеспечить непосредственно импульсные измерения в СВЧ-диапазоне крайне сложно.

Поэтому временная характеристика отражения (ВХО) синтезируется на основе данных измерений коэффициента отражения (КО) в частотной области с использованием различных методов параметрического спектрального анализа.

Восстановление параметров слоёв не представляет трудностей, если отражения от каждой из границ и переотражения в слоях наблюдаются во временной области отдельно, и в данном наборе импульсов удаётся идентифицировать те импульсы ВХО, которые соответствуют первым отражениям от границ слоёв R_n^{2l} . Это обусловлено тем, что амплитудные множители при данных главных импульсах при наличии расходимости излучения связаны простой зависимостью с параметрами структуры. Так, амплитудный множитель при n -ом главном импульсе ($n = 0, 1, 2, \dots, N$) равен [8]

$$R_n^{2l} = \frac{2z + a}{2z + a + 2 \sum_{k=1}^n \frac{d_k}{\operatorname{Re}(\sqrt{\varepsilon_k})}} r_{n,n+1} \prod_{k=0}^{n-1} (1 - r_{k,k+1}^2) \quad (1)$$

и позволяет легко найти КО очередной границы $r_{n,n+1}$. В (1) под z понимается расстояние от апертуры излучателя до передней грани объекта, при этом a представляет смещение от плоскости апертуры эффективного центра излучения эквивалентного точечного излучателя, которое может быть в эксперименте как положительным, так и отрицательным. Однако идентификация главных импульсов становится всё более сложной по мере роста их порядкового номера вследствие того, что они маскируются множеством импульсов, обусловленных переотражениями. Более того, в отдельных случаях может иметь место наложение главного импульса и импульса переотражений в предшествующих слоях, в результате чего будет искажена амплитуда, что внесёт ошибку в процедуру расчета параметров слоёв. В такой ситуации хорошие результаты показывает ДАМГЛ, выполняющий глубокий анализ всего полученного участка ВХО.

Для реализации ДАМГЛ прежде всего участок ВХО должен быть подвергнут эквидистантной дискретизации, подразумевающей

введение временной сетки между первым и последним полученным импульсом, сдвиг всех импульсов к ближайшему узлу сетки и суммирование амплитудных множителей при импульсах, попавших на один узел. Выбор количества отсчётов вводимой сетки требует решения вспомогательной оптимизационной задачи. С одной стороны, дискретизация должна как можно меньше искажать исходную ВХО, с другой стороны, количество отсчётов ВХО после дискретизации не должно быть очень большим, в противном случае процесс восстановления будет требовать значительных вычислительных ресурсов.

Неизвестное количество отсчётов дискретизированной ВХО N может быть найдено путём минимизации целевой функции, построенной с использованием суммы квадратов значений сдвигов, претерпеваемых каждым импульсом (кроме первого и последнего) в результате дискретизации. Такая целевая функция имеет вид:

$$\psi(N) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M-2} \min^2 \left\{ \begin{array}{l} \tau_m - \Delta t \text{ floor}(\tau_m / \Delta t) \\ \Delta t \text{ ceil}(\tau_m / \Delta t) - \tau_m \end{array} \right\}, \quad (2)$$

где M — порядок параметрической модели спектрального анализа, τ_m ($m = 0, 1, 2, \dots, M-1$) — время прихода m -го импульса ВХО,

$\Delta t(N) = \frac{\tau_{M-1}}{N-1}$ — шаг дискретизации, зависящий от количества отсчётов

дискретизированной ВХО N , $\text{floor}(\dots)$ — функция, выполняющая округление к ближайшему целому значению, которое меньше либо равно аргументу, $\text{ceil}(\dots)$ — функция, выполняющая округление к ближайшему целому значению, которое больше либо равно аргументу. Предполагается, что после выполнения спектрального анализа ВХО была сдвинута таким образом, чтобы самый первый импульс приобрёл нулевое время появления. Для минимизации целевой функции (2) может быть использован метод простого перебора N в пределах от M до некоторого значения N_{MAX} .

В итерационной процедуре ДАМГЛ последовательно обрабатываются отсчёты дискретизированной ВХО и выполняется последовательное, слой за слоем, восстановление профиля диэлектрической проницаемости в глубину. В «классическом» варианте [5] на k -ой итерации ($k = 0, 1, 2, \dots$) необходимо решить матричное уравнение вида:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & R_0 \\ 0 & 0 & \dots & R_0 & R_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & R_0 & \dots & R_{k-2} & R_{k-1} \\ R_0 & R_1 & \dots & R_{k-1} & R_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{-k}^k \\ K_{2-k}^k \\ \vdots \\ K_{k-2}^k \\ K_k^k \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R_0 \\ R_1 \\ \vdots \\ R_{k-1} \\ R_k \end{pmatrix}, \quad (3)$$

в котором матрица коэффициентов и вектор свободных членов формируются из отсчётов ВХО. Коэффициент K_k^k (верхний индекс обозначает номер итерации, нижний — номер неизвестного коэффициента), найденный из данного матричного уравнения, позволяет определить коэффициент отражения границы k -го и $(k + 1)$ -го слоёв структуры по формуле:

$$r_{k,k+1} = \frac{1}{(1 + K_k^k) \prod_{i=0}^{k-1} (1 - r_{i,i+1}^2)} - 1, \quad (4)$$

в которую входят КО от всех границ, что предшествуют данной, найденные на предыдущих итерациях.

Относительная диэлектрическая проницаемость $(k + 1)$ -го слоя структуры выражается через значение диэлектрической проницаемости k -го слоя и КО границы этих слоёв как:

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k \left(\frac{1 - r_{k,k+1}}{1 + r_{k,k+1}} \right)^2. \quad (5)$$

На нулевой итерации в данную формулу входит значение относительной диэлектрической проницаемости пространства перед структурой, которое принимается равным единице. Толщина $(k + 1)$ -го слоя вычисляется по формуле:

$$d_{k+1} = \frac{C\Delta t}{2\sqrt{\varepsilon_{k+1}}}, \quad (6)$$

где Δt — шаг дискретизации ВХО.

Несмотря на то, что ДАМГЛ был разработан в предположении плосковолновой модели зондирующего сигнала, несложная модификация данного метода делает его пригодным для восстановления и в случае, если рефлектометрические данные были получены при зондировании расходящейся волной и подчиняются модели (1). В этой ситуации каждая итерация ДАМГЛ должна быть дополнена этапом коррекции амплитудного множителя при очередном импульсе, вовлекаемом в вычислительный процесс. Так,

на итерации k в уравнении (3) появляется импульс с амплитудой R_k , которая должна быть усилена в соответствии с выражением:

$$R_k \rightarrow R_k \frac{2z - a + 2 \sum_{m=1}^k \frac{d_m}{\sqrt{\varepsilon_m}}}{2z - a}.$$

Суммирование в числителе ведётся по всем слоям, восстановленным до данной итерации, параметр $2z - a$ должен быть известен из предварительных калибровок. Данное корректирующее преобразование ВХО не является верным для импульсов переотражений, а лишь для главных импульсов, отвечающих за первое отражение от соответствующей границы. Однако оно применяется и для переотражений, что в общем случае влечет некоторую ошибку.

Целью численного эксперимента была проверка эффективности ДАМГЛ при работе с рефлектометрическими данными, полученными при зондировании с учетом расходимости. В качестве тестовой была выбрана 4-слойная структура со следующими параметрами слоёв: $\varepsilon = \{10, 5, 15, 10\}$, тангенс угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta = \{5, 10, 15, 5\} \cdot 10^{-3}$, $d = \{50, 30, 30, 50\}$ мм. Параметр $2z - a$ был выбран равным 100 мм, длительность синтезируемой ВХО составляла 7 нс. Диапазон частот охватывал полосу 38 – 52 ГГц и содержал 256 эквидистантных частотных точек. В данные в частотной области вводился аддитивный комплексный шум с нормальным распределением действительной и мнимой части. Шум имел нулевое среднее, и равные дисперсии действительной и мнимой части, которые составляли 10^{-12} . Для получения ВХО использовался метод, основанный на дробно-рациональной интерполяции в спектрально-сопряжённой области [9]. Для выбора порядка параметрической модели спектрального анализа использовалась техника последовательного наращивания порядка модели до тех пор, пока видимая амплитуда наименьшего полученного импульса (т. е. амплитуда, учитывающая комплексность времени его появления) не станет меньше заданного порога.

Результаты восстановления профиля ε с помощью ДАМГЛ представлены на рис. 1. Из рис. 1 а хорошо видно, как стандартный ДАМГЛ интерпретирует ослабление ВХО, связанное с расходимостью: по мере углубления в структуру скачки ε становятся всё менее контрастными, чем есть на самом деле. Профиль на рис. 1 б,

полученный с учётом параметра $2z - a$, достаточно точно соответствует истинному, однако, следует отметить некоторую неоднородность слоёв 3 и 4, связанную с тем, что данная модификация ДАМГЛ не совсем корректно обрабатывает импульсы переотражений. При этом в отличие от немодифицированного ДАМГЛ достаточно точно восстановлено значение ε среды за структурой, которое должно равняться единице.

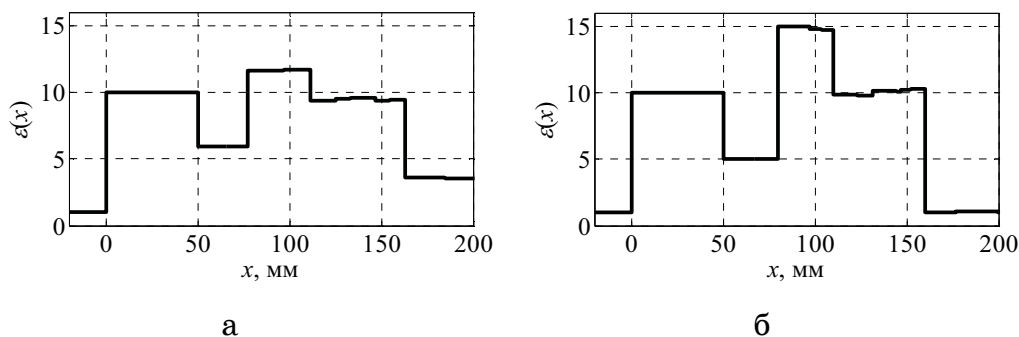


Рисунок 1 - Результаты восстановления профиля ε с помощью стандартного варианта (а) и модифицированного варианта (б) ДАМГЛ

Выводы. Предложена модификация ДАМГЛ, учитывающая конечность расстояния от приёмо-передающей антенны до исследуемой структуры и наличие расходимости зондирующей волны. Преимущество модифицированного метода перед базовым вариантом подтверждена результатами численного эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полімерні композиційні матеріали в ракетно-космічній техніці: Підручник / Є. О. Джур, Л. Д. Кучма, Т. А. Манько та ін. – К. : Вища освіта, 2003. – 399 с.
2. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О. Применение концепции квазирешения для оценки параметров многослойных диэлектрических структур по характеристике отражения, измеренной на сетке дискретных частот // Дефектоскопия. – 1996. – №9. – С. 47 – 60.
3. Михнев В. А. Реконструктивная микроволновая структуроскопия многослойных диэлектрических сред. – Мн.: ПЧУП «Светоч», 2002. – 192 с.

4. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы / Пер. с англ. под ред. А.Л. Левшина. – М.: Мир, 1983. – Т. 2. – 360 с.
5. Андреев М.В., Дробахин О. О., Новомлинов А.Г., Короткая В.Г. Модернизация метода Гельфанда-Левитана для решения одномерной обратной задачи с помощью метода Прони // Системные технологии. – 2003. – № 5(28). – С. 59-63.
6. Робинсон Э.А. Спектральный подход к решению обратной задачи в геофизике на основе преобразований Лоренца, Фурье и Радона // ТИИЭР. – 1982. – №9. – С. 153 – 170.
7. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. – 343 с.
8. Дробахин О. О. Определение зависимости амплитуды отражённого импульса в методе синтезирования огибающей радиоимпульса // Дефектоскопия. – 1994. – №8. – С. 48 – 55.
9. Andreev M. V., Borulko V. F., Drobakhin O. O, Saltykov D. Yu. Rational Representation in Spectrum Conjugate Domain for Parameters Determination of Reflecting Structures. Proc. 10th Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. – 2004. – P. 449-451.

Получено 26.09.2009г.