УДК 539.3

А.В. Кошлак

РАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ДИНАМИКЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ

Введение. Согласно разработанным технологиям получения нового пористого материала [1,2] процесс порообразования реализуется путем испарения воды при нагреве гелеобразной смеси в термокамере. Продолжительность нагрева и плотность теплового потока определяют интенсивность испарения и количество выделившегося пара.

Сложность наблюдаемых явлений, а также их понимание, вызывают наибольший интерес, так как путем изучения кинетики фазовых переходов можно создать теоретическую базу для разработки новых высокоинтенсивных технологий в различных областях промышленности, в частности технологию производства мелкопористых теплоизоляционных материалов. И поскольку средний размер пор, пористость в основном и определяют теплопроводность и прочность материала, можно предположить, что, варьируя термическими режимами обработки сырьевого материала и рецептурным составом смеси, можно прогнозировать изменение теплофизических свойств полученной теплоизоляции.

Цель работы. На основании результатов исследований, разработать математическую модель равновесного состояния пористой структуры в момент ее формирования.

Материалы и результаты исследований. В качестве динамической характеристики, определяющей направленность изменений размеров паровой поры примем разность напряжений, вызванных давлением в паровой области и сопротивлением граничной поверхности поры.

Уравнение Релея – Плессета характеризует динамику роста или уменьшения парового пузырька. Запишем уравнение в следующем виде

$$\frac{dw}{d\tau} = -\frac{1,5\rho w^2 + P_г - P_п(T)}{\rho_г R} = -\frac{1,5\rho w^2}{\rho_г R} + \frac{P_п(T) - P_г}{\rho_г R}. \quad (1)$$

После преобразований получим:

$$\frac{dw}{w^2 - \dfrac{P_п(T) - P_г}{1,5\rho_г}} = -\frac{1,5\rho d\tau}{\rho_г R}, \quad (2)$$

где w – скорость роста парового пузырька; τ – время роста пузырька; ρ – плотность; $P_п$ – давление внутри паровой полости; $P_г$ – давление в окружающей жидкости; T – температура; R – радиус парового пузырька.

Увеличение, уменьшение или стабилизация размеров пузырька могут быть представлены, соответственно, тремя случаями:

$$\begin{cases} \dfrac{P_п(T) - P_г}{1,5\rho} \succ 0, \quad \dfrac{\sqrt{1,5\rho}}{2\sqrt{P_п(T) - P}} \ln\left|\dfrac{w - \sqrt{\dfrac{P_п(T) - P_г}{1,5\rho}}}{w + \sqrt{\dfrac{P_п(T) - P_г}{1,5\rho}}}\right| = -\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R} + C, \\ \dfrac{P_п(T) - P_г}{1,5\rho} \prec 0, \quad \sqrt{\left|\dfrac{1,5\rho}{P_п(T) - P_г}\right|} arctg \sqrt{\left|\dfrac{1,5\rho}{P_п(T) - P_г}\right|} w = -\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R} + C, \\ \dfrac{P_п(T) - P_г}{1,5\rho} = 0, \quad \dfrac{1}{w} = -\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R} + C. \end{cases} \quad (3)$$

При $P_п(T) - P > 0$ – паровой пузырек увеличивается, $P_п(T) - P < 0$ – уменьшается; в случае $P_п(T) - P = 0$ – его размер стабилизирован. Как видно из уравнений, $P_п(T)$ зависит от величины внешнего теплового потока (температуры). Следовательно, процесс порообразования может быть управляем.

Преобразуем систему уравнений (3) к виду

ISSN 1562-9945

$$\begin{cases} \ln\left|\dfrac{w-\sqrt{\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}}{w+\sqrt{\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}}\right| = \left(-\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}+C\right)\dfrac{2\sqrt{P_п(T)-P}}{\sqrt{1,5\rho}}; & \dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\succ 0, \\ arctg\sqrt{\left|\dfrac{1,5\rho}{P_п(T)-P_г}\right|}w = \left(-\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}+C\right)\sqrt{\left|\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\right|}; & \dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\prec 0, \\ w=\dfrac{\rho_г R}{1,5\rho\tau - C\rho_г R}; & P_п(T)-P=0. \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dfrac{w-\sqrt{\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}}{w+\sqrt{\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}} = exp\,\dfrac{2\sqrt{P_п(T)-P}}{\sqrt{1,5\rho}}\left(C-\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}\right) & ;\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\succ 0, \\ w=\sqrt{\left|\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\right|}tg\sqrt{\left|\dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\right|}\left(C-\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}\right); & \dfrac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}\prec 0, \\ w=\dfrac{\rho_г R}{1,5\rho\tau - C\rho_г R}; & P_п(T)-P=0. \end{cases} \quad (5)$$

Обозначим $k(\tau) = exp\,\dfrac{2\sqrt{P_п(T)-P}}{\sqrt{1,5\rho}}\left(C-\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}\right);$ (6)

$$w-\sqrt{\frac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}} = \left(w+\sqrt{\frac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}\right)k(\tau); \quad (7)$$

$$w(1-k(\tau)) = \sqrt{\frac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}(1+k(\tau));$$

$$w=\sqrt{\frac{P_п(T)-P_г}{1,5\rho}}\,\frac{1+k(\tau)}{1-k(\tau)}. \quad (8)$$

Таким образом, скорость изменения размеров парового пузырька может быть определена по уравнениям:

$$w(\tau)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}}\,\dfrac{1+k(\tau)}{1-k(\tau)} & ;\dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}\succ 0,\\ \sqrt{\left|\dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}\right|}tg\sqrt{\left|\dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}\right|}\left(C-\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}\right); & \dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}\prec 0,\\ \dfrac{\rho_г R}{1,5\rho\tau-C\rho_г R}; & P_n(T)-P=0.\end{cases}\qquad(9)$$

После преобразований с учетом равенства

$$\frac{(w-\alpha)(w_0+\alpha)}{(w+\alpha)(w_0-\alpha)}=e^{-\frac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}}$$

окончательно получим

$$\begin{cases}w=\dfrac{\alpha\left[(w_0-\alpha)e^{-\frac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}}+w_0+\alpha\right]}{w_0+\alpha-(w_0-\alpha)e^{-\frac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}}} & ;\alpha=\sqrt{\dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}};\dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}\succ 0,\\ w=\dfrac{\sqrt{\left|\dfrac{1,5\rho}{P_n(T)-P_г}\right|}w_0-tg\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}}{\sqrt{\left|\dfrac{1,5\rho}{P_n(T)-P_г}\right|}+\left|\dfrac{1,5\rho}{P_n(T)-P_г}\right|w_0 tg\dfrac{1,5\rho\tau}{\rho_г R}}; & \dfrac{P_n(T)-P_г}{1,5\rho}\prec 0,\\ w=\dfrac{w_0\rho_г R}{1,5\rho w_0\tau-\rho_г R}; & P_n(T)-P_г=0.\end{cases}\qquad(10)$$

Рассмотрим последний случай, когда $P_n(T)-P_г=0$. Учитывая, что это условие

Когда разность давлений $P_n(T)-P_г$ становится небольшой, скорость граничной поверхности, вычисленная по первому уравнению, приближается к начальному значению, в частном случае – к нулю. Если $w_0\neq 0$, последнее выражение теряет физический смысл, поскольку для этого случая $w=0$.

Уравнение можно записать в виде

$$\frac{dR}{d\tau}=\frac{w_0\rho_г R}{1,5\rho w_0\tau-\rho_г R}.$$

Тогда после интегрирования, получим

 ISSN 1562-9945

$$R(\tau) = \frac{R}{1,5} \ln \left| 1,5 w_0 \tau + \rho_г R \right|. \quad (11)$$

Последнее выражение позволяет определить продолжительность процесса вспучивания до достижения определенных размеров поры.

Выводы. Анализ литературных данных, посвященных исследованиям развития парового пузырька (поры) при нагреве показал, что подробную и достоверную информацию о закономерностях протекания тепломассообменных процессов и о роли различных факторов в этих процессах, можно получить только совмещая методы физического и математического моделирования изучаемых явлений.

Предложенные, физически обоснованные и апробированные уравнения математической модели динамики паровой фазы, возникающей и развивающейся в объеме гелеобразной сырьевой массы при нагреве, дает возможность детально изучить данные процессы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошлак А.В., Павленко А.М. Сировинна суміш для пористого матеріалу/ Патент України № 25862. Бюл. №13, 2007
2. Кошлак А.В., Павленко А.М. Спосіб одержання пористого теплоізоляційного матеріалу/ Патент України № 25527. Бюл. №12, 2007.

Получено 20.01.2009г.