УДК 539.3

В.Ф. Мейш, Н.В. Арнаута

ДО РОЗРАХУНКУ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КОЛИВАННЯ ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З ВРАХУВАННЯМ ДИСКРЕТНОСТІ РОЗМІЩЕННЯ РЕБЕР ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Вступ. Багатошарові підкріплені оболонки з врахуванням дискретності розміщення ребер при нестаціонарних навантаженнях знаходять широкого використання в різних галузях сучасної техніки таких як: авіаційна та ракетна, машинобудування, суднобудування, будівництво. Складність процесів, що виникають при цьому, обумовлюють необхідність застосування сучасних чисельних методів розв'язку динамічних задач поведінки багатошарових оболонкових структур. Однією з особливостей вказаної тематики є врахування дискретності розміщення при постановці вихідних задач.

В даній роботі розглядається постановка задачі нестаціонарної поведінки тришарових дискретно підкріплених циліндричних оболонок, побудова чисельного алгоритму із застосуванням апроксимацій типу Річардсона та розв'язування вказаних задач і аналіз отриманих результатів.

Постановка задачі. Тришарова пружна підкріплена оболонкова структура складається із зовнішньої та внутрішньої гладких оболонок, які з'єднані між собою наповнювачем, і дискретних підкріплюючих кільцевих елементів. Покладається, що для розрахунку напружено – деформованого стану (НДС) пружної структури використовується варіант геометрично нелінійної теорії стержнів і оболонок типу Тимошенка з використанням гіпотез для всього пакету в цілому. Підкріплюючі елементи розглядаються як набір криволінійних стержнів, які жорстко з'єднані з оболонкою. Для розрахунку приймається варіант теорії криволінійних стержнів типу Тимошенка.

За допомогою варіаційного принципу Рейсснера для динамічних процесів [1] отримано наступні системи рівнянь:

 ISSN 1562-9945

1) рівняння коливань власно багатошарової оболонки в гладкій області між відповідними дискретними ребрами

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x} + P_1 = I_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \overline{T}_{13}}{\partial x} + \frac{T_{22}}{R} + P_3 = I_1 \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial M_{11}^*}{\partial x} - T_{13} + m_1 = I_2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} + I_3 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2},$$

$$\overline{T}_{13} = T_{13} + T_{11}\Theta_1, \; M_{11}^* = M_{11} \pm h_{cm} T_{11};$$

2) рівняння коливань j – го кільцевого ребра в точках розривів $x = x_j$ (точки проектування центрів ваги поперечного перерізу на приведену серединну поверхню гладкої багатошарової оболонки)

$$\left[T_{11}\right]_j = \rho_j F_j \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm h_{cj} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right),$$

$$\left[\overline{T}_{13}\right]_j - \frac{T_{22j}}{R_j} = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \qquad (2)$$

$$\left[M_{11}\right]_j = \rho_j F_j \left[\pm h_j \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm h_{cj} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right) + \frac{I_{\kappa pj}}{F_j} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right],$$

де

$$\left(T_{11}, T_{22}, T_{13}\right) = \sum_k \int_z \left(\sigma_{11}^{kz}, \sigma_{22}^{kz}, \sigma_{13}^{kz}\right) dz, \; \left(M_{11}\right) = \sum_k \int_z \left(z \sigma_{11}^{kz}\right) dz,$$

$$I_1 = \sum_k \rho_k h_k, \quad I_2 = \sum_k \pm \rho_k h_k h_{ck}, \quad I_3 = \sum_k \rho_k \frac{h_k}{12}.$$

В рівняннях (1) – (2) введено наступні позначення: x, t – просторова та часова координати відповідно, R – радіус приведеної серединної поверхні багатошарової оболонки; ρ_k, ρ_j – щільності матеріалів відповідно k – го шару оболонки та j – го ребра; h_k - товщини відповідних шарів оболонки, h_{ck} - відстань від вихідної серединної поверхні до серединної поверхні k – го шару; h_{cj}— відстань від вихідної серединної поверхні до лінії центру ваги поперечного перерізу j-го ребра; x_j — координата лінії контакту j-го ребра з багатошаровою оболонкою; $R_j, \mathrm{F_j}$, $\mathrm{I_{kpj}}$ – геометричні параметри j – го ребра. В позначеннях для величин зусиль і моментів покладається, що $\sigma_{11}^{kz}, \sigma_{22}^{kz}, \sigma_{13}^{kz}$ — напруження по товщині відповідно k – го шару при $-\frac{h_k}{2} \le z \le \frac{h_k}{2}$, $k = \overline{1, n}$.

Чисельний алгоритм. Для побудови чисельного алгоритму розв'язку нестаціонарних задач теорії неоднорідних багатошарових оболонок використовується інтегро – інтерполяційний метод побудови різницевих схем [2] для гіперболічних рівнянь. В силу вихідної постановки задач чисельний розв'язок шукається в гладкій області пружної структури (для багатошарової оболонки між ребрами) та на лініях розташування відповідних ребер.

Для побудови більш ефективних алгоритмів застосовується підхід, що базується на знаходженні наближених розв'язків по Річардсону [3]. Причому, при фіксованому різницевому кроку по часовій координаті, використовується послідовність наближених апроксимацій по просторовій координаті. При цьому, процедура екстраполяції формується згідно формул

$$\tilde{\bar{U}}_{l(\Delta s)}^{n} = \frac{4}{3}\bar{U}_{l(\Delta s/2)}^{n} - \frac{1}{3}\bar{U}_{l(\Delta s)}^{n}, \tag{4}$$

де $\bar{U}_{l(\Delta s/2)}^{n}$ і $\bar{U}_{l(\Delta s)}^{n}$ - чисельні розв'язки рівнянь коливань відповідно з дискретними кроками по просторовій координаті $\Delta s/2$ і Δs, $s = A_1\alpha_1$.

Неважко показати, що різницеві рівняння (4) апроксимують вихідні рівняння коливань (2) в гладкій області з четвертим порядком точності по координаті x.

Результати розрахунків. Як числовий приклад, розглядається задача визначення НДС тришарової підкріпленої циліндричної оболонки з врахуванням дискретності елементів, які представляють собою набір дискретних кільцевих ребер, при внутрішньому нормальному осесиметричному імпульсному навантаженні. Покладалося, що краї оболонок жорстко защемлені. Початкові умови нульові.

Осесиметричні коливання тришарових циліндричних підкріплених оболонок з врахуванням дискретності розміщення ребер розглядалися при наступних геометричних та фізико–механічних параметрах

$$\mathrm{h} = \mathrm{h}_1 + \mathrm{h}_2 + \mathrm{h}_3; \quad \mathrm{h}_1 = \mathrm{h}_3 = 1 \cdot 10^{-3}\ \text{м}; \quad \mathrm{h}_2/\mathrm{h}_1 = 3;$$

 ISSN 1562-9945

$R/h = 20; \quad L/h = 80; \quad L/R = 4; \quad h_j/h = 2; \quad F_j = h_j h;$

$E_1^1 = E_1^3 = E_j = 7 \cdot 10^{10}$ **Па;** $E_1^1 / E^{зап} = 10 \div 1000;$

$\nu_1^1 = \nu_1^3 = 0.3; \; \nu_1^{зап} = 0,4; \; \rho_1/\rho_{зап} = 7; \; \rho_1 = \rho_3 = \rho_j = 2.7 \cdot 10^3$ **кг/м^3.**

Нормальне імпульсне навантаження задавалося у вигляді

$$P_3 = A \cdot \sin\frac{\pi t}{T}\left[\eta(t) - \eta(t-T)\right],$$

де A – амплітуда навантаження; T – тривалість навантаження. В розрахунках покладалося $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с. Підкріплюючі елементи розташовано в точках $x_j = 0,25Lj$, $j = \overline{1,3}$. Отримані чисельні результати дозволяють характеризувати напружено – деформований стан тришарової пружної структури циліндричного типу в будь–який момент часу на досліджуваному часовому інтервалі згідно вищевказаних постановок.

На рис. 1 представлено залежності величини прогину U_3 по координаті x в залежності від фізико – механічних параметрів заповнювача. Крива 1 відповідає випадку $E_1^1 / E_1^{зап} = 10$; 2 - крива – випадку $E_1^1 / E_1^{зап} = 100$; 3 - крива – випадку $E_1^1 / E_1^{зап} = 1000$.

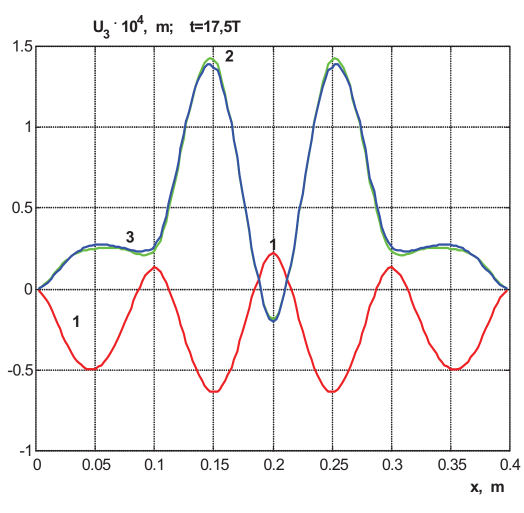

Рисунок 1 - Залежність величини U_3 від просторової координати x в момент часу t=17,5T

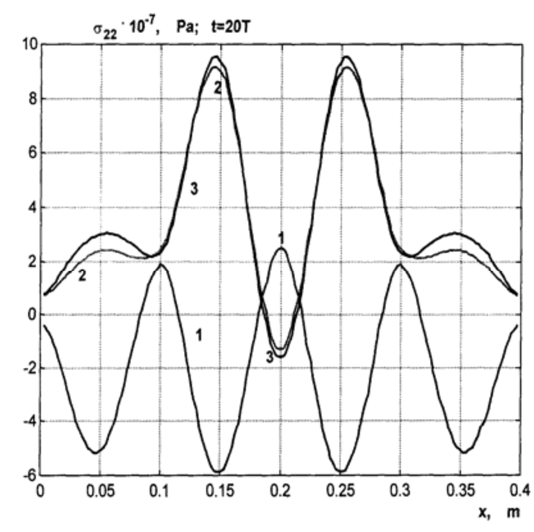

Рисунок 2 - Залежність величини σ_{22} від просторової координати x в момент часу $t = 20T$.

Розрахунки проводилися в інтервалі часу $0 \le t \le 40T$, причому приведенні залежності на рисунку відповідають часу досягнення максимальних значень вказаних величин. Приведенні залежності дозволяють досліджувати вплив величин $E_1^1 / E_1^{зап}$ і підкріплюючих ребер на напружено – деформований стан багатошарової неоднорідної структури. Відзначимо, що криві 2 і 3 на представлених рисунках практично співпадають, це свідчить, що починаючи із значення $E_1^1 / E_1^{зап} = 100$ чисельні результати вказують на незначний вплив деформаційних властивостей заповнювача на напружено – деформований стан розглянутої неоднорідної структури.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мейш В.Ф., Кравченко Н.В. До розрахунку наружено – деформованого стану багатошарових оболонок з дискретними неоднорідностями при нестаціонарних навантаженнях\\ Вісник Київського університету. Серія: фіз.– мат. науки. - 2002. – Вип. №3. – С. 210 – 216.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем.- М.:Наука, 1977. - 656 с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1977. – 454с.

Одержано 12.01.2009р.