

УДК 621.771.28

А.С. Ткаченко, И.А. Колесник, С.Р. Рахманов

**ДИНАМИКА СТЕРЖНЯ МЕХАНИЗМА УДЕРЖАНИЯ ОПРАВКИ  
СТАНОВ ТРУБОПРОКАТНОГО АГРЕГАТА**

Одним из существенных показателей при производстве горячекатаных бесшовных труб на станах технологической линии трубопрокатного агрегата (ТПА) является разностенность полученных гильз, определяющих качество готовой продукции.

Требования, предъявляемые стандартами к горячекатаным трубам, показывают, что по точности геометрических размеров продукцию, выпускаемую отечественной промышленностью, необходимо довести до уровня мировых достижений. Ряд отраслей промышленности выдвигают определенно жесткие требования к точности геометрических размеров гильз и качеству готовых труб [1].

Особенности технологии производства горячекатаных бесшовных труб, полученных преимущественно способом винтовой прокатки, приводит к образованию гильз с определенной наведенной разностенностью. Следовательно, разностенность полученных гильз устраняется частично или не устраняется вообще при последующих технологических операциях на остальных станах всего технологического цикла ТПА.

Отклонение стержня оправки от исходной оси прокатки влияет на условия формирования очага деформации на станах ТПА. Виброактивность станов ТПА вызвано значительными колебаниями стержня механизма удержания оправки. Следовательно, нарушение стабильности технологических процессов прошивки заготовок в гильзы на прошивном стане, продольной прокатки гильз на автоматическом стане и раскатки гильз на раскатном стане в конечном итоге приводят к получению труб повышенной разностенности. Значительную часть продольной и поперечной разностенности готовых труб составляют изменения по толщине стенки гильз, что обусловлено в основном колебаниями стержня с оправкой в очаге деформации станов ТПА.

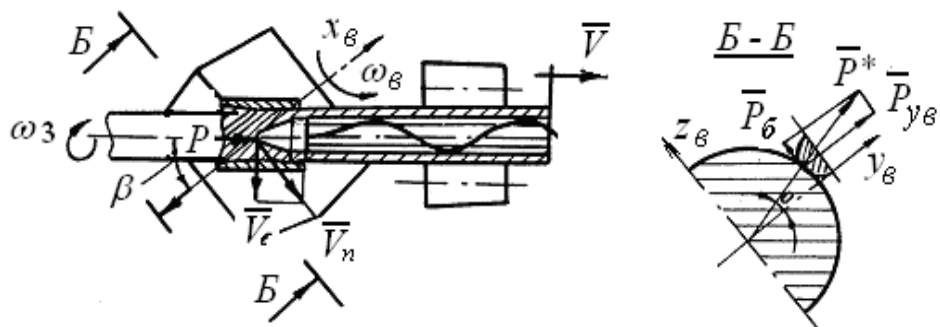


Рисунок 1 - Схема процесса прошивки гильз на прошивном стане

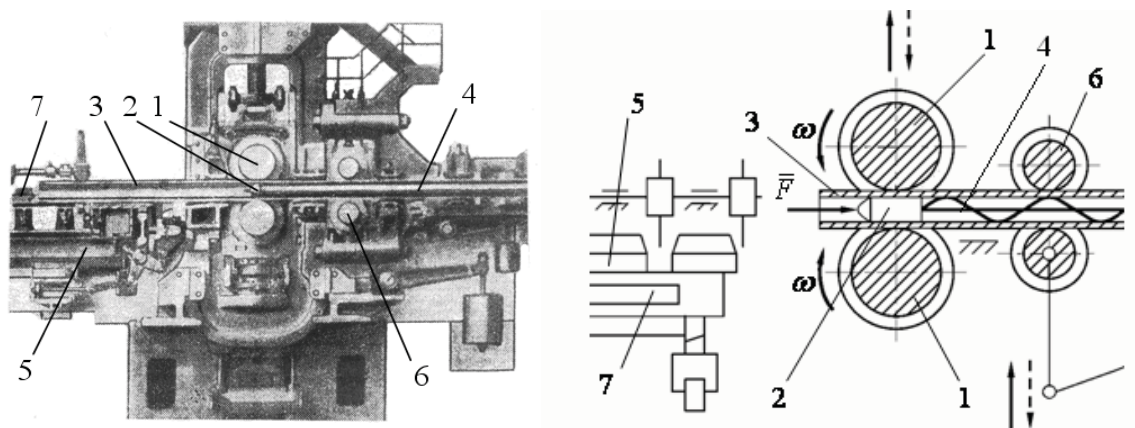


Рисунок 2 - Схема прокатки гильз на автоматическом стане

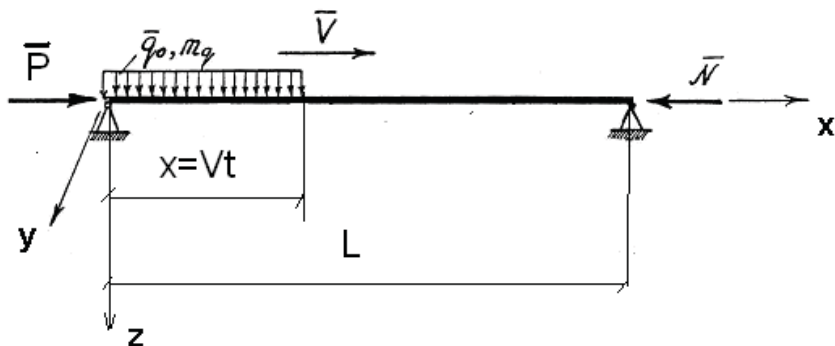


Рисунок 3 - Расчетная схема стержневой системы механизма удержания оправки

Необходимыми условиями снижения разностенности бесшовных труб является повышение динамической устойчивости системы «заготовка (гильза) – оправка – стержень». Необходимо отметить, что это возможно внедрением совершенных конструкций центрователей и упорно-регулирующего механизма, стабилизирующих виброактивность стержня оправки и гильзы (трубы) на выходной стороне станов ТПА [2].

Интенсификация процесса производства горячекатаных труб в условиях существующей тенденции осуществляется путем увеличения угла подачи рабочих валков станов винтовой прокатки,

что требует предварительную оценку уровня динамической нагруженности системы «заготовка (гильза) – оправка – стержень».

Динамическое взаимодействие стержневой системы механизма удержания оправки с прошиваемой заготовкой или прокатываемой гильзой (трубой), в области больших углов подачи рабочих валков, обусловлено высокими темпами прокатки, существенными изменениями массы трубы и другими параметрами системы.

Для количественной оценки динамических процессов учтем влияние изменения скорости, погонной массы перемещающейся трубы и других основных параметров системы на условия реализации технологического процесса производства горячекатаных труб на станах ТПА. В рамках принятой модели воспользуемся дифференциальным уравнением поперечных колебаний стержневой системы механизма удержания оправки в виде:

$$EJ \frac{d^4 y(x,t)}{dx^4} + m_0 \frac{d^2 y(x,t)}{dt^2} = q(x,t), \quad (1)$$

где  $m_0$  – погонная масса стержня оправки;  $EJ$  – жесткость стержня оправки;  $q(x,t)$  – интенсивность воздействия прокатываемой трубы.

Для решения поставленной задачи в замкнутом виде воспользуемся методом Бубнова – Галеркина.

Предварительно разделив на  $m_0$  уравнение (1), оператор системы представим:

$$L(x,t) = \frac{d^4 y(x,t)}{dx^4} a^2 + \frac{d^2 y(x,t)}{dt^2} - \frac{q(x,t)}{m_0} \quad (2)$$

где  $a^2 = \frac{EJ}{m_0}$ ;  $q(x,t) = q_0 - m'_q \frac{d^2 y(x,t)}{dt^2}$ ;  $q_0$  – постоянная

составляющая интенсивности воздействия трубы (гильзы).

Согласно [3] характер нарастания массы прокатываемой трубы во времени при реализации технологического процесса на станах ТПА можно представить в виде линейного закона

$$m'_q = m_q \cdot \left( 1 + K^* \frac{Vt}{\ell} \right),$$

где  $K^*$  – коэффициент изменения погонной массы гильзы в процессе прошивки заготовки, продольной прокатки или раскатки гильзы.

Используя результаты работы [4] абсолютное ускорение прокатываемой трубы представим в виде:

$$\frac{d^2y(x,t)}{dt^2} = \frac{\partial^2y(x,t)}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2y(x,t)}{\partial x \partial t} + V^2 \frac{\partial^2y(x,t)}{\partial x^2}, \quad (3)$$

тогда для интенсивности нагрузки от действия прокатываемой трубы запишем

$$\frac{q(x,t)}{m_0} = \frac{q_0}{m_0} - \frac{m'_q}{m_0} \left( \frac{\partial^2y(x,t)}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2y(x,t)}{\partial x \partial t} + V^2 \frac{\partial^2y(x,t)}{\partial x^2} \right), \quad (4)$$

где  $y(x,t)$  - динамические прогибы стержневой системы механизма удержания оправки;  $m'_q$  - погонная масса трубы;  $V$  - скорость движения трубы (скорость прокатки).

Используя фундаментальные функции  $X_u(x)$  динамические прогибы стержня оправки представим в виде ряда Фурье согласно [4]

$$y(x,t) = \sum_{u=1}^n X_u(x) \cdot T_u(t). \quad (5)$$

Воспользуемся известной процедурой Бубнова – Галеркина и после подстановок получим систему неоднородных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами следующего вида:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2T_j}{dt^2} + \frac{m'_q}{m_0} \sum_{u=1}^n \frac{d^2T_u}{dt^2} \int_0^{vt} X_j(x) X_u(x) dx + \\ & + \frac{2m'_q}{m_0 r_j} \sum_{u=1}^n \frac{dT_u}{dt} \int_0^{vt} X_j(x) \frac{dX_u(x)}{dx} dx + \\ & + \varphi_j^2 T_j + \frac{V^2 m'_q}{r_j m_0} \sum_{u=1}^n T_u \int_0^{vt} X_j(x) \frac{d^2X_u(x)}{dx^2} dx = \\ & = \frac{q_0}{m_0 \cdot r_j} \int_0^{vt} X_j(x) dx, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $T_u(t)$  – искомая функция времени, подлежащая определению;  $\varphi_j$  - частота  $j$  – ой формы свободных колебаний стержня оправки.

Фундаментальные функции задачи определяем путем предварительного интегрирования соответствующих выражений, входящих в уравнение (6) в виде:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \int_0^{Vt} X_j(x) X_u(x) dx = \ell \int_0^{\xi} \sin(j\pi\xi) \cdot \sin(u\pi\xi) d\xi; \\
 2. \quad & \int_0^{Vt} X_j(x) \frac{X_u(x)}{dx} dx = \ell \frac{4\pi}{\ell} \int_0^{\xi} \sin(\pi\xi) \cdot \cos(u\pi\xi) d\xi; \\
 3. \quad & \int_0^{Vt} X_j(x) \frac{d^2 X_u(x)}{dx^2} dx = -\ell \left( \frac{u\pi}{\ell} \right)^2 \int_0^{\xi} \sin(j\pi\xi) \cdot \sin(u\pi\xi) d\xi; \\
 4. \quad & \int_0^{Vt} X_j(x) = \ell \int_0^{\xi} \sin(j\pi\xi) d\xi = \frac{\ell}{j\pi} (1 - \cos(j\pi\xi)); \\
 5. \quad & r_j = \int_0^{\ell} X_j^2(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi x}{\ell} \right) dx = \frac{\ell}{2}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Для удобства решения задачи в общем виде воспользуемся безразмерными параметрами

$$\begin{aligned}
 T_j^{(\xi)} &= W_j(\xi) \cdot f_{cm}; & T_u^{(\xi)} &= W_u(\xi) \cdot f_{cm}; \\
 \beta &= \frac{m_q}{m_0}; \quad \alpha_j = \frac{V}{V_{кр}}; & V_{кр} &= \frac{j\pi V}{\ell} \sqrt{\frac{EJ}{m_0}}; \quad \xi = \frac{Vt}{\ell},
 \end{aligned} \tag{8}$$

где  $\xi$  – безразмерная переменная задачи;  $f_{cm}$  – величина статического прогиба стержневой системы по оси прокатки в середине пролета  $\left(\frac{\ell}{2}\right)$ ;  $\alpha_j$  – параметр критической скорости движения трубы по стержневой системе  $j$ -го порядка;  $\beta$  – коэффициент, определяющий отношение погонной массы подвижной трубы к погонной массе стержня оправки.

Следовательно, после преобразований выражение (6) запишем:

$$\begin{aligned}
& f_{cm} \left( \frac{V}{\ell} \right)^2 \frac{d^2 W_j(\xi)}{d\xi^2} + \frac{\beta(1+K^* \xi)}{\frac{\ell}{2}} \ell \left( \frac{V}{\ell} \right)^2 \cdot \\
& \cdot f_{cm} \sum_{u=1}^n \frac{d^2 W_u(\xi)}{\frac{\ell}{2}} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \sin(u\pi\xi) \ell \xi + \\
& + \frac{2\beta(1+K^* \xi)}{\frac{\ell}{2}} \frac{V}{\ell} f_{cm} \cdot \sum_{u=1}^n \ell \frac{u\pi}{\ell} \frac{dW_u(\xi)}{d\xi} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \cos(u\pi\xi) d\xi - \\
& - V^2 \beta(1+K^* \xi) \ell f_{cm} \\
& \sum_{u=1}^n (u\pi)^2 W_u(\xi) \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \cdot \sin(u\pi\xi) d\xi + \frac{j^2 \cdot \pi^2 \cdot EJ}{\ell^2 m_0} f_{cm} W_j(\xi) = \\
& = \frac{q_0 \cdot \beta(1+K^* \xi)}{\frac{\ell}{2}} \ell \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) d\xi. \tag{9}
\end{aligned}$$

Произведя необходимые упрощения дифференциального уравнения (9) получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 W_j(\xi)}{d\xi^2} + 2\beta(1+K^* \xi) \sum_{u=1}^n \frac{d^2 W_u(\xi)}{d\xi^2} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \sin(u\pi\xi) d\xi + \\
& + \frac{4\beta(1+K^* \xi)\pi}{V} \cdot \sum_{u=1}^n u \frac{dW_u(\xi)}{d\xi} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \cos(u\pi\xi) d\xi - \\
& - 2\beta(1+K^* \xi)\pi^2 \sum_{u=1}^n u^2 W_u(\xi) \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \sin(u\pi\xi) d\xi + \\
& + \frac{j^2 \pi^2 EJ}{V^2 m_0} W_j(\xi) = \frac{2q_0 \ell \beta(1+K^* \xi)}{f_{cm} V^2} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) d\xi. \tag{10}
\end{aligned}$$

После интегрирования соответствующих частей уравнения (10) с учетом обозначений (8) окончательно получим неоднородную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 W_j(\xi)}{d\xi^2} + 2\beta(1 + K^* \xi) \sum_{u=1}^n \frac{d^2 W_u(\xi)}{d\xi^2} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \sin(u\pi\xi) d\xi + \\
& + 4\beta(1 + K^* \xi) \pi \cdot \sum_{u=1}^n u \frac{dW_u(\xi)}{d\xi} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \cos(u\pi\xi) d\xi - \\
& - 2\beta(1 + K^* \xi) \pi^2 \sum_{u=1}^n u^2 W_u(\xi) \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \sin(u\pi\xi) d\xi + \\
& + \frac{j^2 \pi^2}{\alpha_j^2} W_j(\xi) = \frac{(1 + K^* \xi)}{A \alpha_j^2 (j\pi)^2} \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) d\xi,
\end{aligned} \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}
1. \quad I_1 &= \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \sin(u\pi\xi) d\xi = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\sin[\pi(u-j)\xi]}{u-j} - \frac{\sin[\pi(u+j)\xi]}{u+j} \right]; \\
& u \neq j; \\
I_1 &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2j\pi} \sin 2j\pi\xi \right); \quad u = j. \\
2. \quad I_2 &= \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) \cos(u\pi\xi) d\xi = \\
& = -\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1 - \cos[\pi(u-j)\xi]}{u-j} - \frac{1 - \cos[\pi(u+j)\xi]}{u+j} \right]; \\
& u \neq j; \\
I_2 &= -\frac{1}{4j\pi} (1 - \cos(2j\pi\xi)); \quad u = j. \\
3. \quad I_3 &= \int_0^\xi \sin(j\pi\xi) d\xi = \frac{1}{j\pi} (1 - \cos(j\pi\xi)); \\
& u \neq j; \quad u = j.
\end{aligned} \tag{12}$$

Здесь  $I_1, I_2$  и  $I_3$  – коэффициенты системы дифференциальных

уравнений (11).

Для решения задачи в первом приближении систему дифференциальных уравнений (11) после подстановок  $u=1$  и  $j=1$  в выражение (12), представим в виде:

$$\begin{aligned}
& \left\{ 1 + \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right\} \frac{d^2 W_1(\xi)}{d\xi^2} + \\
& + \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \cos(2\pi\xi) \right] \frac{dW_1(\xi)}{d\xi} + \\
& + \left\{ \frac{\pi^2}{\alpha^2} + \pi^2 \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right\} W_1(\xi) = \\
& = \frac{1 + K^* \xi}{A \alpha_1^2 \pi^3} \left[ 1 - \cos(\pi\xi) \right],
\end{aligned} \tag{13}$$

где  $W_1(\xi)$  – обобщенная координата (динамические перемещения стержня оправки) для первого приближения задачи;  $A$  – постоянный коэффициент, соответствующий условиям статической деформации стержня оправки;  $K^* = \frac{K}{m_0}$  – коэффициент, определяющий

нарастание во времени характеристики погонной массы прокатываемой трубы за период реализации технологического процесса.

Дифференциальные уравнения (11), согласно алгоритму коэффициентов по рисунку, в рамках принятой динамической модели во втором приближении решения задачи для характерной формы колебаний стержня оправки сводятся к системе двух взаимосвязанных дифференциальных уравнений вида:

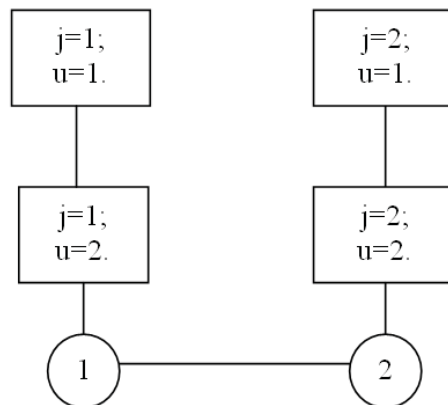


Рисунок – К решению задачи во втором приближении



$$\begin{aligned}
& \left\{ 2 + \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right\} \frac{d^2 W_1(\xi)}{d\xi^2} + \\
& + \beta \left[ 1 + K^* \xi \right] \left[ 1 - \cos(2\pi\xi) \right] \frac{dW_1(\xi)}{d\xi} + \\
& + \left\{ \frac{2\pi^2}{\alpha_1^2} + \pi^2 \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right\} W_1(\xi) + \\
& + \frac{\beta \left( 1 + K^* \xi \right)}{\pi} \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{d^2 W_2(\xi)}{d\xi^2} + \\
& + 4\beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \cos(\pi\xi) - \frac{1 - \cos(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{dW_2(\xi)}{d\xi} - \\
& - 4\pi\beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(3\pi\xi)}{3} \right] W_2(\xi) = \frac{1 + K^* \xi}{A\alpha_1^2 \pi^3} \left[ 1 - \cos(\pi\xi) \right]; \\
& \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{d^2 W_1(\xi)}{d\xi^2} + \\
& + 2\beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \cos(\pi\xi) - \frac{1 - \cos(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{dW_1(\xi)}{d\xi} - \\
& - \pi\beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(3\pi\xi)}{3} \right] W_1(\xi) + \\
& + \left\{ 2 + \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi\xi) \right] \right\} \frac{d^2 W_2(\xi)}{d\xi^2} - \\
& - \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \cos(4\pi\xi) \right] \frac{dW_2(\xi)}{d\xi} + \\
& + \left\{ \frac{8\pi^2}{\alpha_2^2} - 4\pi^2 \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi\xi) \right] \right\} W_2(\xi) = \\
& = \frac{1 + K^* \xi}{8A\alpha_2^2 \pi^3} \left[ 1 - \cos(4\pi\xi) \right].
\end{aligned} \tag{14}$$

Численное решение системы двух дифференциальных уравнений (14) реализовано применением метода Рунге-Кутты. Полученные результаты, в силу определенных расхождений с результатами экспериментальных исследований, указывают на

необходимость продолжения расчетов до требуемого уровня достоверности решения задачи.

Следовательно, в очередном, третьем приближении, для соответствующей формы колебаний стержня оправки, система дифференциальных уравнений (11), согласно схеме принятого алгоритма (рисунок), сводится к системе трех взаимосвязанных дифференциальных уравнений, имеющих вид:

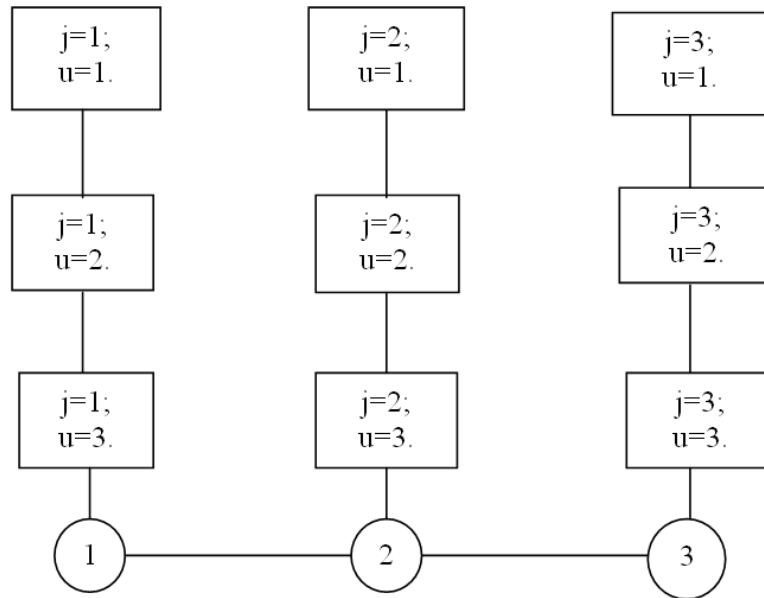


Рисунок – К решению задачи в третьем приближении

$$\begin{aligned}
 & \left[ 3 + \beta(1 + K^* \xi) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \frac{d^2 W_1(\xi)}{d\xi^2} + \right. \\
 & + \beta(1 + K^* \xi) [1 - \cos(2\pi\xi)] \frac{dW_1(\xi)}{d\xi} + \\
 & + \left. \left[ \frac{3\pi^2}{\alpha_1^2} + \pi^2 \beta(1 + K^* \xi) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right] W_1(\xi) + \right. \\
 & + \frac{\beta(1 + K^* \xi)}{\pi} \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{d^2 W_2(\xi)}{d\xi^2} + \\
 & + 4\beta(1 + K^* \xi) \left[ 1 - \cos(\pi\xi) - \frac{1 - \cos(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{dW_2(\xi)}{d\xi} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}\right]W_2(\xi)+ \\
& +\frac{\beta\left(1+K^*\xi\right)}{2\pi}\left[\sin(2\pi\xi)-\sin(4\pi\xi)\right]\frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -3\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(2\pi\xi)-\frac{1-\cos(4\pi\xi)}{2}\right]\frac{dW_3(\xi)}{d\xi}- \\
& -\frac{9\beta\left(1+K^*\xi\right)\pi}{2}\left[\sin(2\pi\xi)-\sin(4\pi\xi)\right]W_3(\xi)=\frac{1+K^*\xi}{A\alpha_1^2\pi^3}\left[1-\cos(\pi\xi)\right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}\right]\frac{d^2W_1(\xi)}{d\xi^2}+ \\
& +2\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(\pi\xi)+\frac{1-\cos(3\pi\xi)}{3}\right]\frac{dW_1(\xi)}{d\xi}- \\
& -\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}\right]W_1(\xi)+ \\
& +\left\{3+\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\frac{1}{4\pi}\sin(4\pi\xi)\right]\right\}\frac{d^2W_2(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -\beta\left(1+K^*\xi\right)(1-\cos 4\pi\xi)\frac{dW_2(\xi)}{d\xi}+ \\
& +\left\{\frac{18\pi^2}{\alpha_2^2}-4\pi^2\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\frac{1}{4\pi}\sin(4\pi\xi)\right]\right\}W_2(\xi)+ \\
& +\frac{\beta\left(1+K^*\xi\right)}{\pi}\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -6\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(\pi\xi)-\frac{1-\cos(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{dW_3(\xi)}{d\xi}- \\
& -9\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]W_3(\xi)= \\
& =\frac{1+K^*\xi}{8A\alpha_2^2\pi^3}\left[1-\cos(2\pi\xi)\right]; \tag{15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\beta(1+K^*\xi)}{2\pi} [1 - \cos(2\pi\xi)\sin(2\pi\xi)] \frac{d^2W_1(\xi)}{d\xi^2} + \\
& + \beta(1+K^*\xi) \left[ 1 - \cos(2\pi\xi) - \frac{1 - \cos(4\pi\xi)}{2} \right] \frac{dW_1(\xi)}{d\xi} - \\
& - \frac{\beta(1+K^*\xi)}{2} \pi [1 - \cos(2\pi\xi)\sin(2\pi\xi)] W_1(\xi) - \\
& - \frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi} \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(5\pi\xi)}{5} \right] \frac{d^2W_2(\xi)}{d\xi^2} + \\
& + 4\beta(1+K^*\xi) \left[ 1 - \cos(\pi\xi) - \frac{1 - \cos(5\pi\xi)}{5} \right] \frac{dW_2(\xi)}{d\xi} - \\
& - 4\pi\beta(1+K^*\xi) \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(5\pi\xi)}{5} \right] W_2(\xi) + \\
& + \left\{ 3 + \frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{6\pi} \sin(6\pi\xi) \right] \right\} \frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2} - \\
& - \beta(1+K^*\xi) [1 - \cos(6\pi\xi)] \frac{dW_3(\xi)}{d\xi} + \\
& + \left\{ \frac{9\pi^2}{\alpha_3^2} - 9\beta(1+K^*\xi)\pi \left[ 1 - \frac{1}{6\pi} \sin(6\pi\xi) \right] \right\} W_3(\xi) = \\
& = \frac{1+K^*\xi}{27A\alpha_3^2\pi^3} [1 - \cos(3\pi\xi)].
\end{aligned}$$

Для очередного четвертого приближения решения задачи и формы колебаний стержня оправки, очевидно, следует составить систему четырех взаимосвязанных неоднородных дифференциальных уравнений. Динамические характеристики стержневой системы с достаточной точностью определяются дифференциальными уравнениями (11). Следовательно, с учетом выбранного алгоритма и соответствующих коэффициентов (рисунок) уравнение (11) имеет вид:

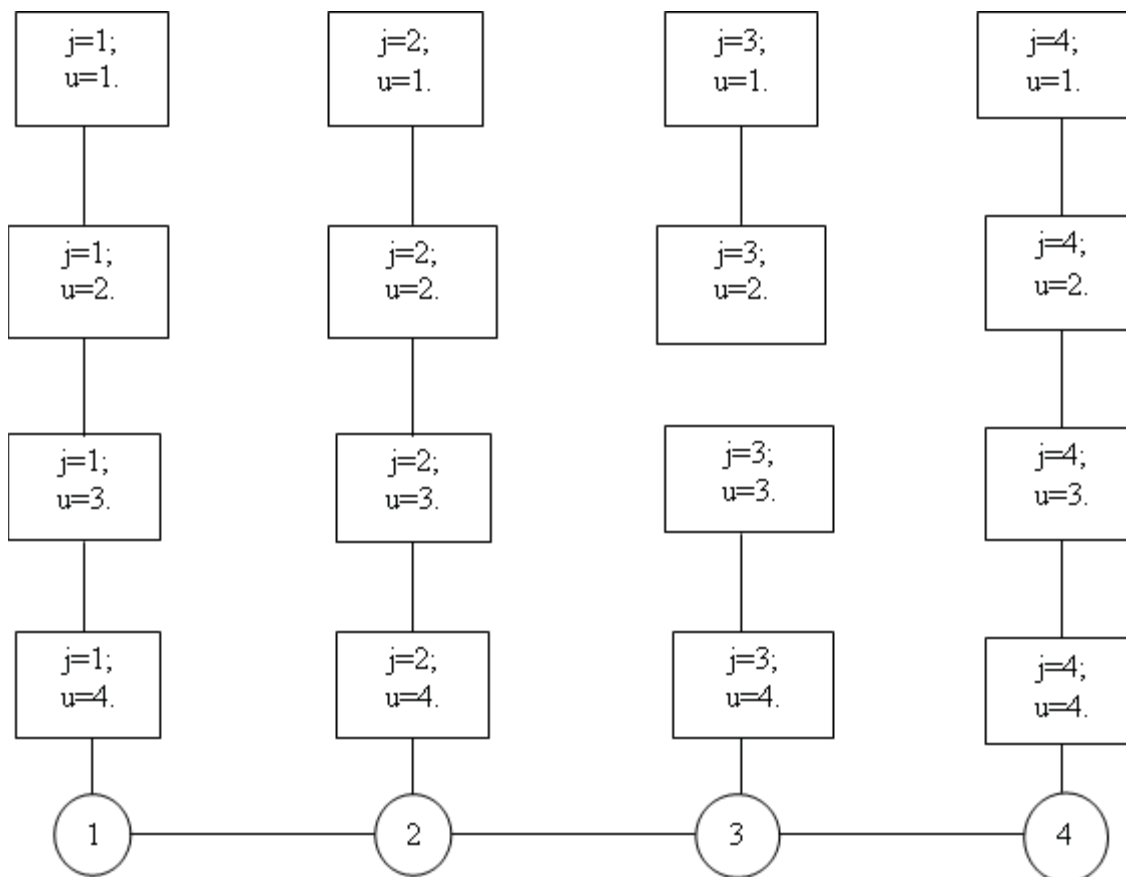


Рисунок – К решению задачи в четвертом приближении

$$\begin{aligned}
 & \left\{ 4 + \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right\} \frac{d^2 W_1(\xi)}{d\xi^2} + \\
 & + \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \cos(2\pi\xi) \right] \frac{dW_1(\xi)}{d\xi} + \\
 & + \left\{ \frac{4\pi^2}{\alpha_1^2} + \pi^2 \beta \left( 1 + K^* \xi \right) \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\xi) \right] \right\} W_1(\xi) + \\
 & + \frac{\beta \left( 1 + K^* \xi \right)}{\pi} \left[ \sin(\pi\xi) - \frac{\sin(3\pi\xi)}{3} \right] \frac{d^2 W_2(\xi)}{d\xi^2} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(\pi\xi)-\frac{1-\cos(3\pi\xi)}{3}\right]\frac{dW_2(\xi)}{d\xi}- \\
& -4\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}\right]W_2(\xi)+ \\
& +\frac{\beta\left(1+K^*\xi\right)}{2\pi}\left[\sin(2\pi\xi)-\sin(4\pi\xi)\right]\frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -3\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(2\pi\xi)-\frac{1-\cos(4\pi\xi)}{2}\right]\frac{dW_3(\xi)}{d\xi}- \\
& -\frac{9\beta\left(1+K^*\xi\right)}{2}\left[\sin(2\pi\xi)-\sin(4\pi\xi)\right]W_3(\xi)+ \\
& +\frac{\beta\left(1+K^*\xi\right)}{\pi}\left[\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{d^2W_4(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -8\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\frac{1-\cos(3\pi\xi)}{3}-\frac{1-\cos(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{dW_4(\xi)}{d\xi}- \\
& -16\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]W_4(\xi)= \\
& =\frac{1+K^*\xi}{A\alpha_1^2\pi^3}\left[1-\cos(\pi\xi)\right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}\right]\frac{d^2W_1(\xi)}{d\xi^2}+ \\
& +2\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(\pi\xi)+\frac{1-\cos(3\pi\xi)}{3}\right]\frac{dW_1(\xi)}{d\xi}- \\
& -\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}\right]W_1(\xi)+ \\
& +\left\{4+\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\frac{1}{4\pi}\sin(4\pi\xi)\right]\right\}\frac{d^2W_2(\xi)}{d\xi^2}-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\beta(1+K^*\xi)\left[1-\cos(4\pi\xi)\right]\frac{dW_2(\xi)}{d\xi}+ \\
& +\left\{\frac{28\pi^2}{\alpha_2^2}-4\pi^2\beta(1+K^*\xi)\left[1-\frac{1}{4\pi}\sin(4\pi\xi)\right]\right\}W_2(\xi)+ \\
& +\frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi}\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -6\beta(1+K^*\xi)\left[1-\cos(\pi\xi)-\frac{1-\cos(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{dW_3(\xi)}{d\xi}- \\
& -9\pi\beta(1+K^*\xi)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]W_3(\xi)+ \\
& +\frac{\beta(1+K^*\xi)}{2\pi}\left[\sin(2\pi\xi)-\frac{\sin(6\pi\xi)}{6}\right]\frac{d^2W_4(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -4\beta(1+K^*\xi)\left[\frac{1-\cos(8\pi\xi)}{2}-\frac{1-\cos(6\pi\xi)}{6}\right]\frac{dW_4(\xi)}{d\xi}- \\
& -16\pi\beta(1+K^*\xi)\left[\sin(2\pi\xi)-\frac{\sin(6\pi\xi)}{6}\right]W_4(\xi)= \\
& =\frac{1+K^*\xi}{8A\alpha_2^2\pi^3}\left[1-\cos(2\pi\xi)\right];
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\beta(1+K^*\xi)}{2\pi}\left[1-\cos(2\pi\xi)\sin(2\pi\xi)\right]\frac{d^2W_1(\xi)}{d\xi^2}+ \\
& +\beta(1+K^*\xi)\left[1-\cos(2\pi\xi)-\frac{1-\cos(4\pi\xi)}{2}\right]\frac{dW_1(\xi)}{d\xi}- \\
& -\frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi}\left[1-\cos(2\pi\xi)\sin(2\pi\xi)\right]W_1(\xi)- \\
& -\frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi}\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{d^2W_2(\xi)}{d\xi^2}-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(\pi\xi)-\frac{1-\cos(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{dW_2(\xi)}{d\xi}- \\
& -4\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]W_2(\xi)+ \\
& +\left\{4+\frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi}\left[1-\frac{1}{6\pi}\sin(6\pi\xi)\right]\right\}\frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(6\pi\xi)\right]\frac{dW_3(\xi)}{d\xi}+ \\
& +\left\{45\frac{\pi^2}{\alpha_3^2}-9\beta(1+K^*\xi)\pi\left[1-\frac{1}{6\pi}\sin(6\pi\xi)\right]\right\}W_3(\xi)-\frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi}. \\
& \left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(7\pi\xi)}{7}\right]\frac{d^2W_4(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -8\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[1-\cos(\pi\xi)-\frac{1-\cos(7\pi\xi)}{7}\right]\frac{dW_4(\xi)}{d\xi}- \\
& -16\beta\left(1+K^*\xi\right)\pi\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(7\pi\xi)}{7}\right]W_4(\xi)= \\
& =\frac{1+K^*\xi}{27A\alpha_3^2\pi^3}\left[1-\cos(3\pi\xi)\right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{d^2W_1(\xi)}{d\xi^2}+ \\
& +2\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\frac{1-\cos(3\pi\xi)}{3}-\frac{1-\cos(5\pi\xi)}{5}\right]\frac{dW_1(\xi)}{d\xi}- \\
& -\pi\beta\left(1+K^*\xi\right)\left[\frac{\sin(3\pi\xi)}{3}-\frac{\sin(5\pi\xi)}{5}\right]W_1(\xi)+ \\
& +\frac{2\beta\left(1+K^*\xi\right)}{\pi}\left[\frac{\sin(2\pi\xi)}{2}-\frac{\sin(6\pi\xi)}{6}\right]\frac{d^2W_2(\xi)}{d\xi^2}-
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& -2\beta(1+K^*\xi)\left[\frac{1-\cos(2\pi\xi)}{2}-\frac{1-\cos(6\pi\xi)}{6}\right]\frac{dW_2(\xi)}{d\xi}- \\
& -\pi\beta(1+K^*\xi)\left[\frac{\sin(2\pi\xi)}{2}-\frac{\sin(6\pi\xi)}{6}\right]W_2(\xi)+ \\
& +\frac{\beta(1+K^*\xi)}{\pi}\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(7\pi\xi)}{7}\right]\frac{d^2W_3(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -2\beta(1+K^*\xi)\left[1-\cos(\pi\xi)-\frac{1-\cos(7\pi\xi)}{7}\right]\frac{dW_3(\xi)}{d\xi}- \\
& -9\pi\beta(1+K^*\xi)\left[\sin(\pi\xi)-\frac{\sin(7\pi\xi)}{7}\right]W_3(\xi)+ \\
& +\left\{4+\beta(1+K^*\xi)\left[1-\frac{1}{8\pi}\sin(8\pi\xi)\right]\right\}\frac{d^2W_4(\xi)}{d\xi^2}- \\
& -\beta(1+K^*\xi)[1-\cos(8\pi\xi)]\frac{dW_4(\xi)}{d\xi}- \\
& -\left\{64\frac{\pi^2}{\alpha_4^2}-16\pi^2\beta(1+K^*\xi)\left[1-\frac{1}{8\pi}\sin(8\pi\xi)\right]\right\}W_4(\xi)= \\
& =\frac{1+K^*\xi}{64A\alpha_4^2\pi^3}[1-\cos(4\pi\xi)].
\end{aligned}$$

Решение системы дифференциальных уравнений (16) до четвертого приближения реализовано численно методом Рунге-Кутты. Применение компьютерных технологий позволяет получить достоверные данные об уровне виброактивности системы. Система дифференциальных уравнений (11), как показано, только при достаточном приближении описывает достоверное поведение динамической модели стержня оправки соответствующих станков ТПА.

Результаты решения задачи позволили построить ряд кривых (рис. 4), характеризующих виброактивность стержня оправки за время реализации всего технологического процесса производства бесшовных труб. Полученные результаты говорят об адекватности динамической модели и реальной системы и удовлетворительном

совпадении полученных данных с результатами экспериментальных исследований о виброактивности оборудования станов ТПА [5].

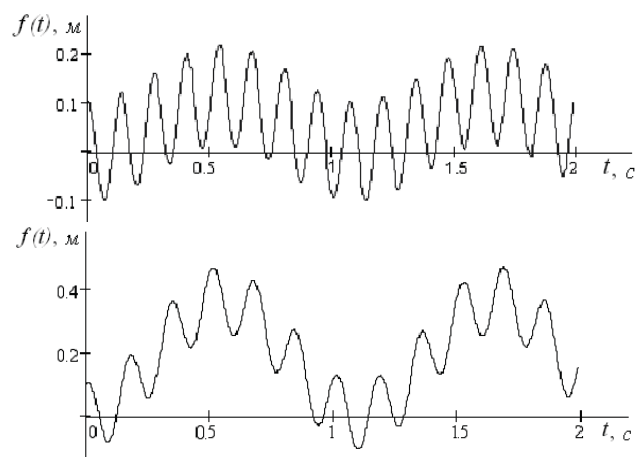


Рисунок 4 – Динамические прогибы стержня удержания оправки прошивных станов: а) ТПА 140 при прокатке труб Ш 57Ч3,5; б) ТПА 250 при прокатке труб Ш 168Ч7,0

Вышеприведенное аналитическое решение задачи существенно отличается от ранее известных математических моделей тем, что более полно отражает динамические процессы в стержневой системе механизма удержания оправки и уточняет механизм образования разностенности труб.

Использование результатов работы позволяет путем реализации математического эксперимента, выбором технологических и динамических параметров системы выполнить необходимые стабильные режимы прокатки труб на оправке, удерживаемой стержнем. При этом создаются определенные возможности для сведения к минимуму динамических нагрузок и виброактивности оборудования станов ТПА.

Очевидно, в этом случае будет достигнуто значительное повышение долговечности оборудования выходной стороны станов, снижение продольной разностенности гильз и существенное повышение качества готовых труб.

### Выводы

1. Исследования динамической модели стержня оправки позволили установить характер развития динамических процессов на прошивном, автоматическом и раскатном станах основного технологического цикла ТПА.

2. Получена система дифференциальных уравнений параметрических колебаний стержня оправки, являющихся функцией прокатываемой трубы.

3. Решение системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами реализовано численно до четвертого приближения методом Рунге-Кутты для соответствующих форм колебаний стержня оправки с применением компьютерных технологий.

4. Уточнена картина виброактивности стержневой системы с оправкой при реализации всего технологического процесса производства бесшовных труб на прошивном, автоматическом и раскатном станах ТПА, с учетом воздействия со стороны очага деформации и изменения погонной массы прокатываемой трубы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лордкипанидзе Д.Л. Исследование колебаний стержня стана винтовой прокатки/ Лордкипанидзе Д.Л., Чхартшвили И.В.// Сообщение Академии Наук Грузинской ССР, вып. 88, №1, 1977. – С.145 – 148
2. Потапов И.Н. Новая технология винтовой прокатки./ Потапов И.Н., Полухин П.И. // – М.: Metallургия, 1975. – 344 с..
3. Оклея Л.Н. Качество горячекатаных труб. М.: Metallургия, 1986. – 144 с.
4. Вольпер Д.Б. О динамическом воздействии подвижной нагрузки при больших скоростях движения. / Волпер Д.Б., Моргаевский А.Б. // Сборник "Исследования по теории сооружений", вып. XII, 1963. С. 75 –83.
5. Рахманов С.Р. Динамические особенности стержневой системы трубопрокатного агрегата. Сборник. Труды IV Всесоюзной конференции, Одесса, 1986. С. 38 – 41.
6. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. Гостехиздат, 1956. – 694 с.
7. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. М.: Машгиз, 1957. – 336 с.

Получено 04.02.2009г.