УДК 539.3

М.О. Бєлова

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНВАРІАНТНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Володіння точною інформацією є основою управління в системах високого рівня складності – державного управління, соціального регулювання, в системах створення високих технологій та енергозбереження. На сучасному етапі розвитку технічних інформаційних систем підвищення вірогідності інформації здійснюється шляхом реалізації принципу інваріантності параметрів систем відносно зовнішніх факторів, які впливають на точність перетворення сигналів, що містять інформацію.

Інформатизація всіх сторін життя, яка надалі поглиблюється, ставить ряд актуальних проблем, серед яких ідентифікація достовірності інформації в пакунку повідомлень, одержаних від різних джерел. Процес формування інформації, що поступає на вхід системи її перетворення підпадає під впливи випадковості, впливу збурень різного характеру, часовій мінливості і т.п. Тому застосування класичних методів і теорій для обробки логічно нечіткої інформації стає неможливим через те, що в більшості випадків це призводить до помилкового або неоптимального рішення. Обробка великих масивів даних в інформаційно-перетворювальних системах потребує розробки методів їх стиснення без втрати суттєвих інформаційних параметрів [1].

Теорія інваріантності, яка була розроблена вітчизняними науковими школами Г.В. Щипанова, Н.Н. Лузіна, Б.Н. Петрова, А.Г. Івахненка, А.І. Кухтенка, в свій час сприяла значному розвитку точних систем управління, однак з появою нових високотехнологічних систем обробки інформації з’явилась можливість і необхідність в створенні теорії високоточної обробки інформації [2, 3].

За теорією чутливості, яку започаткував Боде, встановлено, що умова нульової чутливості є умовою абсолютної інваріантності. Але теорія чутливості не вирішила задачу створення не чутливих до факторів впливу систем обробки інформації, бо не запропонувала адекватної математичної моделі.

Уперше поєднання теорій інваріантності та чутливості в задачах точної обробки інформації здійснено в [4], але широкого узагальнення математичної моделі перетворення інформаційного сигналу до останнього часу ще не зроблено.

Аналіз запропонованих математичних моделей вимірювального перетворення в структурі інформаційно-вимірювальної системи із зворотним зв'язком показує, що їх фізична реалізація в повній мірі неможлива. Такий висновок ґрунтується на тому, що точне диференціювання точкового значення ряду перетворень інформаційного сигналу за операторами реальної фізичної моделі залишається нерозв'язаною остаточно проблемою. Для її вирішення, по-перше, використовують функціональну підсистему, яка вбудовується в загальну систему, тобто використовують генератор функцій чутливості [5]. По-друге, функція відносної чутливості визначається в малих приростах шляхом дискретних змін операторів перетворення [6]. Однак ані перший, ані другий спосіб у зазначеному вигляді неприйнятні. Адже сама фізична модель генератора функцій відносної чутливості також підлягає впливу дестабілізуючих факторів. Крім того, оскільки величини приростів визначають точність обчислювання похідних, виникає проблема оцінки допустимих значень приросту, яку складно розв'язати.

Напрямок дослідження інваріантних систем перетворення інформації за допомогою функцій операторної чутливості передбачає вивчення впливу позитивного зворотнього зв'язку [ПЗЗ] і від'ємного зворотнього зв'язку[ВЗЗ] на точність систем перетворення інформаційних сигналів, а також вибір значення коефіцієнта петлеподібного перетворення на стан стійкості систем перетворення інформаційних сигналів.

Отже, метод визначення функцій чутливості за такими кінцевими приростами операторів перетворення, що не обмежені точністю апроксимації, сприятиме створенню фізично здійсненної математичної моделі інваріантного перетворення.

Модель реальної інформаційної системи, тобто такої, яка враховує похибки перетворення інформаційного сигналу, встановлює

 ISSN 1562-9945

деяку множину Y_0 з довільним елементом y, що визначений згідно зі значеннями k_i, γ_i, y_{ai}, x і β. За допомогою правила, який зазвичай називається оператором P, можливо одержати відображення багатьох Y_0 в деяку множину Y з довільним елементом y_j. Його визначено за згаданим оператором значень k_i, γ_i, y_{ai}, x і β. Оскільки значення γ_i, y_{ai} є змінними, що залежать від збурюючих факторів, цілеспрямовану дію оператора P слід віднести тільки до величин k_i, x, β.

Установимо, що оператор P_1 визначає відображення множини Y_0 в множину Y_1, а оператор P_2 - в множину Y_2; $P_1/Y_0 = Y_1$ $P_2/Y_0 = Y_2$.

Опишемо стан моделі в часовому просторі її незалежних змінних і часі згідно з правилами P_1 і P_2

$$y(\tau_0, \tau_1, \tau_2) = \begin{cases} \dfrac{k_0(1+\gamma_0)}{1+k_0\beta(1+\gamma_0)} \cdot x + y_{a0}, & \tau = \tau_0 \\ \dfrac{k_0 \cdot q_1(1+\gamma_1)}{1+k_0\beta(1+\gamma_1)q_1} \cdot x + y_{a1}, & \tau = \tau_1 \\ \dfrac{k_0(1+\gamma_2)}{1+k_0\beta(1+\gamma_2)q_2} \cdot x + y_{a2}, & \tau = \tau_2. \end{cases} \tag{1}$$

Прийнявши гіпотезу про незмінність на відрізку часу $\tau_0 \ldots \tau_2$ величин і , припустимо, що $\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $y_{a0} = y_{a1} = y_{a2} = y_a$.

Установимо деякий вид функцій відносної чутливості за кінцевими приростами, які в подальшому назвемо функціями операторної чутливості:

$$Q_{qk}^{(y)} = \frac{\Delta y_k}{\Delta q} \cdot \frac{1}{y_0} = \frac{k_0}{(1+qk_0\beta)(k_0 + k_0\beta\delta + \delta)}, \tag{2}$$

$$P_{qk}^{(y)} = \frac{\Delta y_\beta}{\Delta q} \cdot \frac{q}{y_0} = -\frac{\beta q k_0^{\ 2}}{(1+qk_0\beta)(k_0 + k_0\beta\delta + \delta)}, \tag{3}$$

де $q_1 = q_2 = q$; $y(\tau_0) - y(\tau_1) = \Delta y_k$; $y(\tau_0) - y(\tau_2) = \Delta y_\beta$; $\delta = \dfrac{y_a}{x}$; $1\text{-}q = \Delta q$.

Зазначимо, що функції (2) і (3), на відміну від функцій відносної чутливості в диференціальній формі, не є однорідними. Оскільки функція $Q_{qk}^{(y)}$ являє собою аналог класичної функції напіввідносної, а функція $P_{q\beta}^{(y)}$ - відносної чутливості.

Запропоновані операторні функції чутливості надають можливість здійснювати їхнє числове визначення. Покажемо цю властивість за допомогою теореми, яка сформульована у такому вигляді: різниця функції операторної чутливості виду

$$Q_{qk}^{(y)} = \frac{\Delta y_k}{\Delta q} \cdot \frac{1}{y(\tau_0)}, \ P_{qk}^{(y)} = \frac{\Delta y_\beta}{\Delta q} \cdot \frac{q}{y(\tau_0)}$$

до операторів k і β моделі $y_0(x) = \dfrac{k_0(1+\gamma)}{1+k_0(1+\gamma)\beta} \cdot x + \overline{y}_a$ наближається

до інваріанта $J^{(y)} = 1$ на величину $\varepsilon = \dfrac{y_a}{y_0}$.

Здійснюємо доведення цієї теореми. Визначаємо різницю

$$Q_{qk}^{(y)} - P_{q\beta}^{(y)} = \frac{k}{k + k\beta\delta + \delta}.$$

Знаходимо ε - наближення до інваріанта $J^{(y)} = 1$:

$$\overline{\varepsilon} = 1 - \left(Q_{qk}^{(y)} - P_{q\beta}^{(y)}\right) = \frac{k\beta + 1}{k + k\beta\delta + \delta}.$$

Помноживши ε на y_0, одержуємо:

$$\varepsilon \cdot y_0 = \frac{(1+k\beta)\delta}{k + k\beta\delta + \delta} \cdot \frac{k + k\beta\delta + \delta}{1 + \beta k} \cdot x = \delta \cdot x,$$

$\varepsilon = \dfrac{\delta x}{y_0} = \dfrac{y_a}{x} \cdot \dfrac{x}{y_0}$; $\varepsilon = \dfrac{y_a}{y_0}$, що і треба було довести.

Таким чином, доведено, що величина відносної адитивної похибки $\varepsilon = \dfrac{y_a}{y_0}$ визначається як класичними функціями відносної чутливості, так і запропонованими функціями операторної чутливості.

Отже, одержаний результат має суттєве значення для впливу на кінцеві прирости операторів k і β. На них не встановлюються будь-які обмеження, щодо точності апроксимації, які мають місце у разі переходу від диференціалів до кінцевих приростів.

Функції операторної чутливості надають можливість визначити оператор

$$K = -\frac{P_{q\beta}^{(y)}}{Q_{qk}^{(y)} \cdot q \cdot \beta}. \tag{4}$$

Математична модель системи перетворення інформаційного сигналу набуває такої лінійної форми, яка властива лише замкненим структурам з сильним від'ємним зворотним зв'язком (ВЗЗ)

$$N = \frac{1}{\beta} x, \tag{5}$$

де $N = \dfrac{\left| P_{q\beta}^{(y)} \right|}{\left(Q_{qk}^{(y)} \cdot q - P_{q\beta}^{(y)} \right) \cdot \left(Q_{qk}^{(y)} - P_{qp}^{(y)} \right)}$.

Тут N - інваріантна форма кінцевого результату перетворень інформаційного сигналу, утворена внаслідок обчислення функцій операторної чутливості згідно зі значеннями $y(\tau_i)$. Величини $y(\tau_i)$ можуть бути істотно рознесені одна від одної, оскільки функції операторної чутливості $Q_{qk}^{(y)}$ і $P_{q\beta}^{(y)}$ визначаються в кінцевих приростах, які не обмежуються умовою точності апроксимації. Це виключає можливість похибки обчислення відношення близьких значень і необхідність високоточного визначення величин $y(\tau_i)$.

Наведемо основні результати відносно структури з позитивним зворотним зв'язком (ПЗЗ), оскільки, як відомо, відмінність від вищезгаданих результатів перетворення в структурі з від'ємним зворотним зв'язком обумовлена лише знаком перед коефіцієнтом петлеподібного перетворення $k_0(1+\gamma)\cdot\beta$:

$$\begin{aligned} y(x,k,\gamma,\delta) &= \frac{k_0(1+\gamma)}{1-k_0(1+\gamma)\beta} \cdot x + y_a = \\ &= \frac{k_0(1+\gamma) - k_0(1+\gamma)\beta\delta + \delta}{1-k_0(1+\gamma)\beta} \cdot x, \end{aligned} \tag{6}$$

$$Q_k^{(y)} = \frac{k_0(1+\gamma)}{(1-k_0(1+\gamma)\beta q)\cdot\left[k_0(1+\gamma) - k_0(1+\gamma)\delta + \delta\right]}, \tag{7}$$

$$P_\beta^{(y)} = \frac{k_0^2(1+\gamma)\beta q}{(1-k_0(1+\gamma)\beta q)\cdot\left[k_0(1+\gamma) - k_0(1+\gamma)\beta\delta + \delta\right]}, \tag{8}$$

$$N = \frac{1}{\beta} x, \tag{9}$$

$$N = \frac{\left| P_\beta^{(y)} \right|}{\left(Q_k^{(y)} \cdot q + P_\beta^{(y)} \right) \cdot \left(Q_k^{(y)} + P_\beta^{(y)} \right)}.$$

З останнього виразу видно, що модель системи перетворення інформаційного сигналу в структурі зі слабким зворотним зв'язком адекватна моделі з сильним зворотним зв'язком. Доведена можливість вираження функції відносної чутливості через кінцеві прирости, а не через диференціали. Це відкриває нові можливості для використання систем з ПЗЗ як точних структур для перетворення інформаційних сигналів від фізичних скалярних величин.

Визначені функції відносної чутливості дають змогу створити скореговану за похибками і ідентифіковану обчислювальною процедурою нову модель більш точного перетворення інформаційного сигналу. Системи перетворення інформаційних сигналів підтримують стан стійкості шляхом вибору щонайменшого значення коефіцієнта петлеподібного перетворення.

Завершенням дослідження інваріантності систем перетворення інформації за допомогою запропонованих функцій чутливості передбачається вивчення впливу на достовірність одержаного результату таких факторів, які можна визначити аналітично і врахувати в алгоритмі перетворення, що дозволить в подальшому цій алгоритм спростити.

Необхідним кроком до практичної реалізації запропонованого методу досягнення інваріантності є розробка пакету програм обробки інформації в комп'ютерних системах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Корченко А.Г. Построение систем защиты информации на нечетких множествах. Теория и практические решения. — К.: „МК— Пресс", 2006. — 320 с.
2. Горовиц А.М. Синтез систем с обратной связью. М.: Сов. радио, 1970. – 600 с.
3. Голубцов П.В., Старикова О.В. Редукция параметрически заданных инвариантных измерительных систем //Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. – 2001. – №6. – С. 23–27.
4. Петров Б.Н. Избранные труды. – М.: Наука, 1983. Т.1. – 245 с.
5. Ходько С.Т. Проектирование систем управления с нестабильными параметрами. – Л: Машиностроение, 1987. – 232 с.
6. Попов Б.А., Теслер Г.С. Вычисление функций на ЭВМ/ Справочник. – К.: Наукова думка, 1984. – 599 с.

Одержано 24.03.2009р.