

УДК 539.386:622.647.2

Р.В. Кирия

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ СЫПУЧЕГО ГРУЗА ИЗ БУНКЕРА С ПОМОЩЬЮ СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Вопросом истечения сыпучих грузов из бункеров занимались многие исследователи [1-7]. Однако эта проблема в настоящее время остается еще не решенной. Это связано с недостаточной изученностью физических процессов истечения сыпучего груза из бункера на микроуровне, т.е. на уровне взаимодействия частиц.

Изучение процессов движения сыпучего груза, происходящих на микроуровне, позволяет установить структурно-механическое состояние, в котором находится дисперсная среда. И, следовательно, установить связь между процессами, происходящими на микроуровне, с процессами, происходящими на макроуровне. Другими словами, разработать математическую модель движения дисперсной (в частности, сыпучей) среды как модель механики сплошной среды [8-10].

В литературе такие модели механики сплошной среды называются реологическими моделями дисперсных сред (структурно-механические модели) [10].

Исследования показали, что при определенных условиях сыпучий груз при движении может находиться в трех структурно-механических состояниях: твердого тела, пластичного и свободнодисперсного [11,12].

При этом, если сыпучий груз находится в твердом состоянии, то его частицы связаны между собой, их взаимное перемещение отсутствует и для внутренних напряжений справедлив закон Гука; если насыпной груз находится в пластичном состоянии (медленное движение), то для внутренних напряжений справедливый закон Кулона; при свободнодисперсном состоянии (быстрое движение) частицы насыпного груза не связаны между собой, находятся в непрерывном хаотическом движении и взаимодействуют между собой

в результате столкновений (ударов). В последнем случае, согласно [11,12], внутренние касательные и нормальные напряжения определяются по формулам

$$\tau = \frac{1}{3} \rho_c k^2 d^2 \left(\frac{\partial v_c}{\partial y} \right)^2; \quad p = \frac{1}{3} \rho_c k' k^2 d^2 \left(\frac{\partial v_c}{\partial y} \right)^2, \quad (1)$$

где ρ_c – средняя плотность насыпного груза; k – кинетический коэффициент характеризующий потерю механической энергии потока сыпучего груза в результате столкновения частиц ($k = 10 \div 13$); k' – безразмерный коэффициент характеризующий потерю механической энергии частиц сыпучего груза в результате ударов частиц между собой ($k' = 0,3 \div 0,4$); d – средний диаметр частицы сыпучего груза; v_c – средняя скорость потока сыпучего груза в данной точке.

Следовательно, сыпучий груз, с точки зрения реологии дисперсных сред, представляет собой пластическое (твердообразное) дилатантное тело [10].

Твердое состояние насыпного груза описывается уравнениями теории упругости, пластичное состояние – уравнениями движения сыпучей среды, находящейся в предельном состоянии. Свободнодисперсное состояние насыпного груза описывается уравнением Навье-Стокса для вязкой жидкости. При этом вместо коэффициента молекулярной вязкости вводится коэффициент макровязкости, который характеризует перенесение количества движения в результате случайного столкновения частиц насыпного груза [1].

В представленной работе на основании анализа структурно-механического состояния сыпучего груза получены математические модели его истечения из бункера с различным расположением и формой выпускного отверстия. При этом рассматривались бункеры с горизонтальными днищем и со щелевым и круглым выпускным отверстием, расположенном на дне бункера, а также бункеры с боковым щелевым выпускным отверстием, расположенном на стенке бункера (рис. 1, а, б).

Рассмотрим истечение несвязного сыпучего груза из прямоугольного бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием с шириной a и длиной b ($b > a$) (рис. 1, а). Согласно

экспериментальным исследованиям [1,2,6,7], при истечении сыпучего груза из бункера можно выделить 5 зон (рис. 1,а).

В зоне А (см. рис. 1,а) частицы сыпучего груза связаны между собой и движутся с малой скоростью параллельно стенкам бункера. В зоне В (см. рис. 1,а) частицы насыпного груза скользят относительно друг друга, а их траектории искривляются в направлении к оси бункера. В этой зоне скорости частиц также малы и изменяются незначительно. В зоне динамического свода С (см. рис. 1,а) частицы сыпучего груза образуют подвижные своды, движущиеся вниз, скользя по стенкам канала, ширина которого приблизительно равна ширине выпускного отверстия. При этом скорости частиц сыпучего груза существенно увеличиваются, а их траектории приближаются к вертикальным линиям. В зоне обрушения (перемешивания) D связи между частицами сыпучего груза разрушаются, при этом они находятся в непрерывном хаотическом движении, сталкиваясь между собой. Траектории движения частиц в этой зоне совпадают с прямыми линиями, а их скорость увеличивается за счет силы тяжести. В зоне Е частицы сыпучего груза находятся в неподвижном состоянии.

Кроме того, нормальные напряжения p сыпучего груза в бункере в зоне А увеличиваются с глубиной бункера линейно. В зоне В нормальное напряжение достигает максимального значения op и не изменяется с глубиной бункера. А в зоне С нормальное напряжение уменьшается с глубиной бункера линейно и при приближении к выпускному отверстию уменьшается до нуля (см. рис. 1,а).

Опишем движение сыпучей среды в каждой зоне.

В зоне А сыпучий груз движется как твердое тело с неизменной малой скоростью. В этой зоне нормальное напряжение p увеличивается от нуля до максимального значения on (см. рис. 1,а).

В зоне В сыпучий груз движется также с малой скоростью, находясь в пластичном состоянии, и для его внутренних напряжений справедлив закон Кулона [4,13].

При этом, если высота сыпучего груза в бункере намного больше его ширины, то, согласно [4], внутренние напряжения в зоне В принимают максимальные значения и не изменяются с глубиной сыпучего груза (см. рис. 1,а). Это связано с тем, что с увеличением глубины сыпучего груза за счет его веса нормальные напряжения

увеличиваются и из-за бокового распора увеличиваются касательные напряжения, которые на определенной глубине бункера уравниваются силами веса сыпучего груза. Поэтому нормальные касательные напряжения, действующие на сыпучий груз, принимают максимальные значения и с увеличением глубины не изменяются.

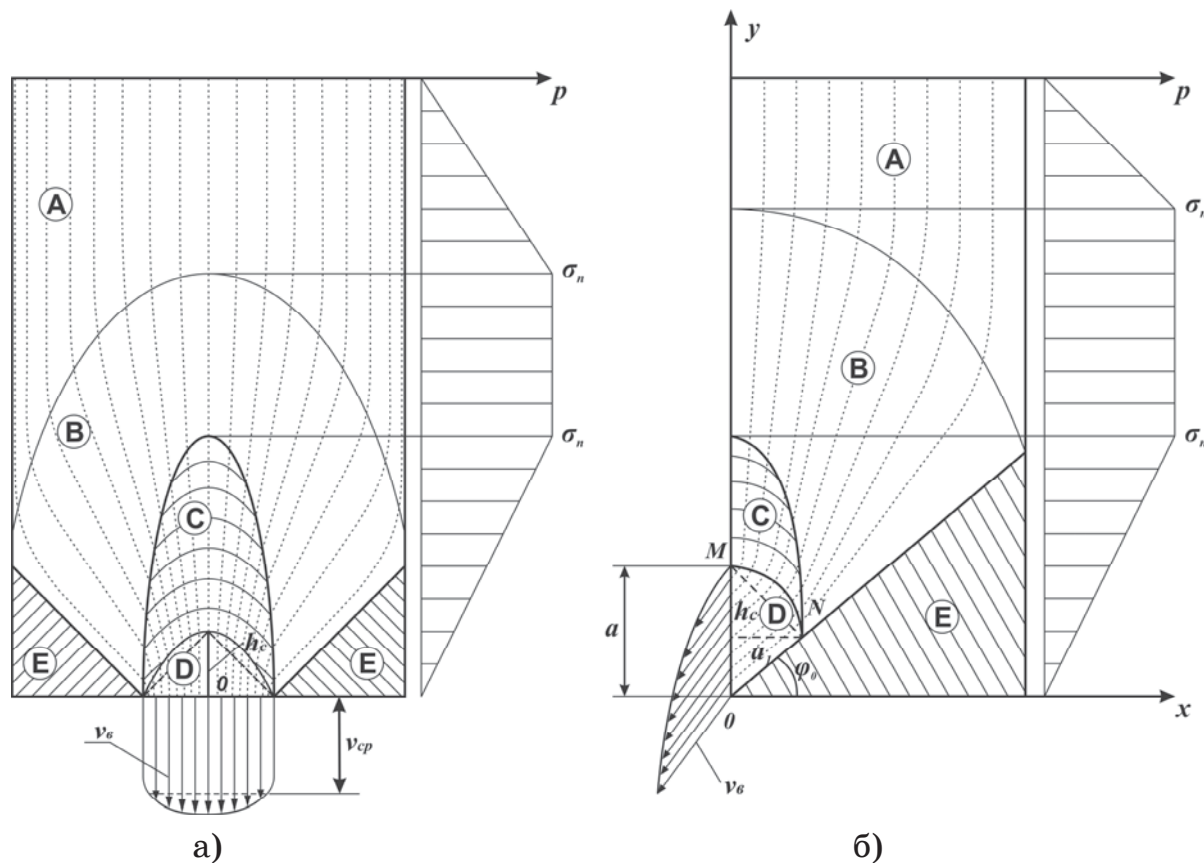


Рисунок 1 – Зоны структурно-механического состояния сыпучего груза при его истечении из бункера: а) горизонтальное щелевое выпускное отверстие; б) боковое щелевое выпускное отверстие

Определим максимальные напряжения в этой зоне. Выделим малый прямоугольный элемент сыпучей среды с шириной Δx и высотой Δy (рис. 2,а).

Так как в зоне В скорости частиц сыпучего груза малы, то условия равновесия выделенного элемента сыпучей среды имеют вид

$$\Delta G + F_c = 0, \quad (2)$$

где ΔG – вес элемента сыпучей среды; F_c – касательная сила, действующая на элемент сыпучей среды.

Вес элемента сыпучей среды равен

$$\Delta G = \Delta m g, \quad (3)$$

где Δm – масса выделенного элемента сыпучей среды, равная

$$\Delta m = \frac{\gamma}{g} \Delta x \Delta y b; \gamma - \text{удельный вес сыпучей среды.}$$

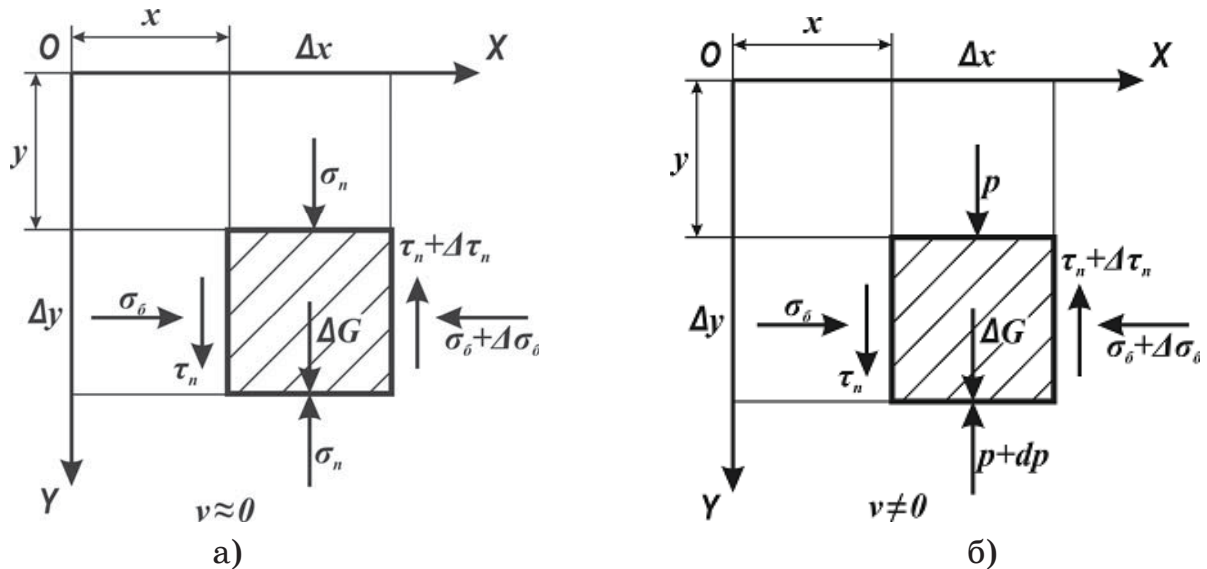


Рисунок 2 – Расчетная схема определения напряжений и скоростей:

а) в зоне В; б) в зоне С

Касательные силы, действующие на элемент сыпучей среды, определяются через касательные напряжения по формуле

$$F_c = [\tau_n - (\tau_n + \Delta \tau_n)] \Delta y b, \quad (4)$$

где τ_n – максимальные касательные напряжения.

Учитывая, что максимальные напряжения от y не зависят, подставляя (3) и (4) в (2), после преобразования, устремив Δx к нулю ($\Delta x \rightarrow 0$), получим

$$\frac{d\tau_n}{dx} = \gamma. \quad (5)$$

Решим уравнение (5) при условии: при $x = 0$, $\tau_n = 0$, получим

$$\tau_n = \gamma x. \quad (6)$$

Из круга Мора [4] с учетом (6) имеем

$$\sigma_\delta = \frac{\tau_n}{f} = \frac{\gamma}{f} x; \quad (7)$$

$$\sigma_n = \tau_n (1 + 2f^2) = \frac{\gamma}{f} x (1 + 2f^2); \quad (8)$$

$$f = \operatorname{tg} \varphi,$$

где φ – угол внутреннего трения сыпучего груза

Следовательно, максимальные касательные τ_n и нормальные напряжения σ_n , σ_b являются линейными функциями от координаты x .

Главные нормальные напряжения в этой зоне, согласно [4], определяются по формулам

$$\sigma_1 = \tau_n \left(\frac{1}{f} + f + \sqrt{1 + f^2} \right) = \gamma x \left(\frac{1}{f} + f + \sqrt{1 + f^2} \right); \quad (9)$$

$$\sigma_2 = \tau_n \left(\frac{1}{f} + f - \sqrt{1 + f^2} \right) = \gamma x \left(\frac{1}{f} + f - \sqrt{1 + f^2} \right). \quad (10)$$

Рассмотрим зону динамического свода С. В этой зоне сыпучий груз находится в пластичном состоянии. При этом на границе этой зоны напряжения принимают максимальные значения. Из-за близости этой зоны к выпускному отверстию нормальные напряжения σ_n уменьшаются и на выходе из нее принимают значения, равные нулю (см. рис. 1,а).

Для определения скорости частиц в зоне С, также как в зоне В, выделим малый элемент сыпучего груза (рис. 2,б) и применим к нему закон Ньютона. Тогда в проекциях на вертикальную ось получим

$$\Delta m \frac{dv}{dt} = [p - (p + \Delta p)] \Delta x b + \Delta G + [\tau_n - (\tau_n + \Delta \tau_n)] \Delta y b, \quad (11)$$

где p – нормальное давление, действующее на частицы сыпучего груза в зоне динамического свода и зависящее от x и y .

Подставив (3) в (11), после преобразования, устремив $\Delta x \rightarrow 0$ и $\Delta y \rightarrow 0$, получим

$$\frac{\gamma}{g} \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \gamma - \frac{d\tau_n}{dx}. \quad (12)$$

Последнее уравнение с учетом (5) запишется в виде

$$\frac{\gamma}{g} \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y}. \quad (13)$$

Предположим, что процесс истечения сыпучего груза из бункера стационарен. Тогда в зоне С имеем

$$v = v(x, y).$$

После дифференцирования по времени t предыдущего равенства имеем

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt}.$$

Учитывая, что в зоне динамического свода C горизонтальная составляющая скорости частиц сыпучей среды малы, т.е. $\frac{dx}{dt} = 0$ и

$\frac{dy}{dt} = v$, то последнее равенство перепишем в виде

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt}. \quad (14)$$

Подставив (14) в (13), получим

$$v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (15)$$

Проинтегрируем последнее уравнение при начальных условиях $v=0$, $p=\sigma_n$, получим скорость в любой точке динамического свода, равную

$$v = \sqrt{2g \frac{\sigma_n - p}{\gamma}}, \quad (16)$$

где $p=p(x, y)$

Из (16) следует, что скорость частиц сыпучей среды в зоне динамического свода зависит только от распределения нормального давления p по высоте и сечению бункера.

Подставив в левую часть равенства (16) $p = 0$, определим скорость на выходе из динамического свода, равную

$$v_\partial = \sqrt{2g \frac{\sigma_n}{\gamma}}. \quad (17)$$

Из (17) и (8) следует, что скорость на выходе из динамического свода зависит только от максимального нормального давления и является функцией от координаты x .

Последняя формула совпадает с формулой Зенкова [4]. Однако, в отличие от формулы Зенкова, в формуле (17) скорость v_∂ является скоростью частиц сыпучего груза на выходе из зоны динамического свода C . В то же время в формуле Зенкова эта скорость является скоростью частиц сыпучего груза на выходе из бункера. Кроме того, у Зенкова вместо σ_n стоит некоторое среднее нормальное давление, равное

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{2} \gamma a \chi, \quad (18)$$

где $\chi = \frac{1}{f} + 2f - \sqrt{1 + f^2}$.

Подставив в (17) вместо σ_n среднее значение σ_{cp} из (18), получим скорость на выходе из бункера по Зенкову

$$v_e = \sqrt{ga\chi}. \quad (19)$$

Согласно экспериментальным данным [6], в зоне динамического свода траектории частиц сыпучего груза приблизительно совпадают с прямолинейными лучами, идущими в некоторый центр, расположенный на оси бункера и находящийся ниже щелевого отверстия.

В этом случае, согласно работе [13], меньшее главное напряжение σ_2 в любой точке движущегося груза совпадает с траекториями движения частиц. С другой стороны, так как траектории движения частиц сыпучего груза в зоне динамического свода мало отличаются от вертикальных линий, то нормальная составляющая приближенно совпадает с главным напряжением $\sigma_n \approx \sigma_2$.

Подставив в формулу (17) вместо σ_n главное нормальное напряжение σ_2 , получим скорость движения частиц сыпучего груза на выходе из зоны динамического свода

$$v_d = \sqrt{2g \frac{\sigma_2}{\gamma}}. \quad (20)$$

Как отмечалось выше, в зоне обрушения **D** частицы сыпучего груза находятся в непрерывном хаотическом движении в результате столкновений между собой. Следовательно, сыпучий груз в этой зоне находится в свободнодисперсном состоянии и, согласно [11,12], его движение описывается уравнениями Навье-Стокса для сыпучих грузов.

С помощью круга Мора можно показать, что для несвязного сыпучего груза граница между динамическим сводом **C** и зоной обрушения **D** представляет собой перевернутую параболу [4]

$$y = h_c \left[1 - \left(\frac{2x}{a} \right)^2 \right], \quad (21)$$

где h_c – высота параболы, определяемая по формуле

$$h_c = \frac{a}{4} \frac{(1 + \sin \varphi)}{\cos \varphi} = \frac{a}{4} \left(f + \sqrt{1 + f^2} \right). \quad (22)$$

Заменяем границу между зоной динамического свода и зоной обрушения прямолинейными отрезками, совпадающими с боковыми сторонами равнобедренного треугольника, основание которого совпадает со щелевым отверстием бункера, а высота совпадает с высотой параболы h_c (рис. 3,а). Уравнение этой границы можно записать в виде

$$y = h_c \left(1 - \frac{2|x|}{a} \right), \quad (23)$$

где $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$.

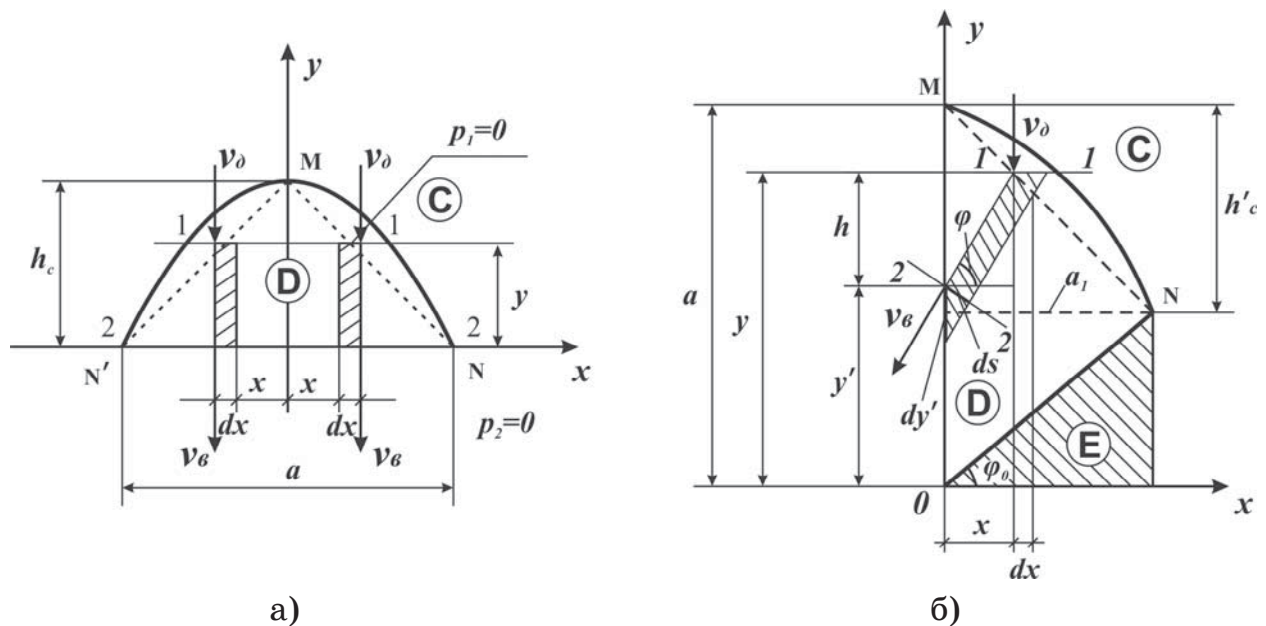


Рисунок 3 – Расчетные схемы определения скорости истечения сыпучего груза в зоне D: а) прямое выпускное щелевое отверстие; б) боковое выпускное щелевое отверстие

Применив уравнение Бернулли для сыпучих грузов к сечениям 1-1 и 2-2 рассмотренного треугольника (см. рис. 3,а), получим

$$y_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta \frac{v_2^2}{2g}, \quad (24)$$

где y_1, y_2 – уровни сечений 1-1 и 2-2 относительно оси ox ; p_1, p_2 – нормальные напряжения сыпучего груза в точках пересечения сечения 1-1 с боковыми сторонами треугольника и соответствующих точках сечения на выходе из бункера; v_1, v_2 – скорости частиц

сыпучего груза в тех же точках сечений 1-1 и 2-2; ζ – коэффициент местных потерь Дарси-Вейсбаха при движении сыпучего груза в зоне обрушения, характеризующий потери механической энергии потока сыпучего груза при столкновении частиц между собой [14,15].

Подставим в (24) соответствующие значения $y_1=y$; $y_2=0$; $p_1=0$; $p_2=0$; $v_1=v_\partial$; $v_2=v_\epsilon$. После преобразований получим значение скорости частиц сыпучего груза на выходе из бункера

$$v_\epsilon = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \sqrt{2gy + v_\partial^2}. \quad (25)$$

Последнее равенство с учетом (20) примет вид

$$v_\epsilon = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \sqrt{2g \left(y + \frac{\sigma_2}{\gamma} \right)}. \quad (26)$$

Объемный расход через щелевое отверстие определим по формуле

$$Q = \int_{-a/2}^{a/2} v_\epsilon b dx. \quad (27)$$

Подставив в последнее выражение (25), получим

$$Q = \frac{b}{\sqrt{1+\zeta}} \int_{-a/2}^{a/2} \sqrt{2g \left(y + \frac{\sigma_2}{\gamma} \right)} dx. \quad (28)$$

Подставив (10) и (23) в (28), после интегрирования получим

$$Q = \frac{2}{3} b a^{1.5} \sqrt{g} \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \frac{K_1^{1.5}}{(K_1 - \chi')} \left[1 - \left(\frac{\chi'}{K_1} \right)^{1.5} \right], \quad (29)$$

где $K_1 = \frac{1}{2} \left(f + \sqrt{1+f^2} \right)$, $\chi' = f + \frac{1}{f} - \sqrt{1+f^2}$.

Определим коэффициент местных потерь ζ при движении сыпучего материала в зоне обрушения.

Согласно работе [15], коэффициент ζ при движении сыпучего груза по прямолинейному каналу определяется по формуле

$$\zeta = K_2 \frac{k^2 d^2 l}{h^3}, \quad (30)$$

где K_2 – некоторый безразмерный коэффициент, зависящий от условий истечения сыпучего груза из бункера (прямое или боковое

истечение сыпучего груза из бункера) и определяемый из эксперимента; l – длина канала, h – высота канала.

Подставив в выражение (30) $l=h_c$ и $h=a$, получим

$$\zeta = K_2 k^2 d^2 \frac{h_c}{a^3}. \quad (31)$$

Согласно (22), максимальную высоту границы динамического свода h_c можно записать в виде

$$h_c = K_1 \frac{a}{2}. \quad (32)$$

Подставив (32) в (31), получим

$$\zeta = K_1 K_2 \frac{k^2 d^2}{a^2}, \quad (33)$$

Коэффициент расхода при истечении сыпучего груза из бункера согласно [1] определяется по формуле

$$\eta = \frac{Q}{ba^{1,5}\sqrt{g}}. \quad (34)$$

Подставляя (29) в (34) с учетом (33), после преобразований получим

$$\eta = \frac{\delta \eta_0}{\sqrt{\delta^2 + k^2 K_1 K_2}}, \quad (35)$$

$$\text{где } \eta_0 = \frac{2}{3} \frac{K_1^{1,5}}{(K_1 - \chi')} \left[1 - \left(\frac{\chi'}{K_1} \right)^{1,5} \right]; \quad \delta = \frac{a}{d}.$$

В этом случае, согласно экспериментальным данным, $K_2 = 1$.

Из формулы (35) следует, что если $\delta \rightarrow \infty$, то $\eta \rightarrow \eta_0$.

Расчеты показали, что при $f = 0,58 \text{ ч } 0,7$ ($\varphi = 30^\circ \text{ ч } 35^\circ$) $\eta_0 \approx 1$. Это означает, что для мелких сыпучих грузов ($\delta > 100$) коэффициент расхода η мало зависит от коэффициента внутреннего трения, ширины щели и диаметра частиц.

Для сравнения определим коэффициент расхода η на основе теории Зенкова [4].

Подставив (19) в (27), имеем

$$Q = ba^{1,5}\sqrt{g\chi}. \quad (36)$$

Затем, подставив (36) в (34), получим

$$\eta = \sqrt{\chi}. \quad (37)$$

Расчеты показали, что при $f=0,7$ и $0,58$ ($\varphi=35^\circ$ и 30°) $\eta=1,27$ и $1,31$.

Из формулы (35) следует, что коэффициент расхода при истечении сыпучего груза из бункера зависит от его коэффициента внутреннего трения f и отношения ширины щели бункера к диаметру частиц. В то же время, по теории Зенкова (см. (37)) этот коэффициент зависит только от коэффициента f внутреннего трения и не зависит от ширины выпускного отверстия a бункера и диаметра частиц сыпучего груза d .

Рассмотрим истечение сыпучего груза из бункера с круглым горизонтальным отверстием.

В этом случае зоны структурно-механические состояния груза в бункере совпадают с такими же зонами в бункере с горизонтальным щелевым выпускным отверстием (см. рис. 1,а).

При этом касательные и нормальные напряжения в зоне В определяются по формулам:

$$\tau_n = \gamma \frac{r}{2}, \quad \sigma_n = \tau_n (1 + 2f^2) = \frac{\gamma}{f} \frac{r}{2} (1 + 2f^2), \quad (38)$$

а главные нормальные напряжения определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \tau_n \left(\frac{1}{f} + f + \sqrt{1 + f^2} \right) = \gamma \frac{r}{2} \left(\frac{1}{f} + f + \sqrt{1 + f^2} \right), \\ \sigma_2 &= \tau_n \left(\frac{1}{f} + f - \sqrt{1 + f^2} \right) = \gamma \frac{r}{2} \left(\frac{1}{f} + f - \sqrt{1 + f^2} \right), \end{aligned} \quad (39)$$

где r – радиальная координата, цилиндрической системы координат, в которой ось ou совпадает с осью бункера, а ось or совпадает с радиусом бункера.

Кроме того, для бункера с круглым выпускным отверстием имеет место формула Зенкова (17), а границей между зоной динамического свода В и зоной обрушения Д является параболоид вращения с высотой, определяемой по формуле (22), в которой a является диаметром выпускного отверстия.

Проведя выкладки, такие, как и для бункера со щелевым выпускным отверстием, был получен коэффициент расхода сыпучего груза из бункера с круглым выпускным отверстием, определяемый по формуле (35), в которой η_0 определяется из равенства

$$\eta_0 = \frac{\pi}{6} K_1^{0,5} \left[\left(1 + \frac{\chi''}{K_1} \right)^{1,5} - \left(\frac{\chi''}{K_1} \right)^{1,5} \right], \quad (40)$$

где $\delta = \frac{a}{d}$; $\chi'' = \frac{1}{4} \left(f + \frac{1}{f} - \sqrt{1 + f^2} \right)$.

В этом случае, согласно экспериментальным данным, $K_2 = 3$.

Из уравнений (35) и (40) следует, что если $\delta \rightarrow \infty$, то $\eta \rightarrow \eta_0$. Расчеты показали, что при $f = 0,58 \div 0,7$ ($\varphi = 30 \div 35^\circ$) $\eta_0 = 0,64 \div 0,66$.

Рассмотрим истечение сыпучего груза из прямоугольного бункера с боковым щелевым выпускным отверстием шириной a и длиной b ($b > a$) (рис. 1,б).

На основе визуальных исследований процесса истечения сыпучего груза из бункера с боковым щелевым отверстием, так же, как и для бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием, можно выделить такие же 5 зон: А, В, С, D, Е, отличающихся друг от друга структурно-механическим состоянием (см. рис. 1,б).

Сыпучий груз в зонах А, В, С, Е движется так же, как и в бункере с горизонтальным щелевым выпускным отверстием. Поэтому все уравнения, описывающие состояние груза в этих зонах для бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием, совпадают и для бункера с боковым щелевым выпускным отверстием.

В зоне обрушения (перемешивания) D, в отличие от истечения сыпучего груза из бункера с горизонтальным щелевым отверстием, траектории движения частиц совпадают с прямыми наклонными линиями, составляющими угол наклона к горизонту φ . При этом угол φ изменяется с изменением координаты y в пределах $\varphi_0 < \varphi < 90^\circ$. Угол φ_0 равен углу наклона границы, разделяющей область подвижного и область неподвижного состояния Е сыпучего груза в бункере (см. рис. 1,б).

Кроме того, в этом случае нормальные напряжения p сыпучего груза в бункере изменяются по высоте бункера так же, как и в случае истечения сыпучего груза из бункера с прямым щелевым выпускным отверстием (см. рис. 1,б).

Так же, как и для бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием, применим уравнение Бернулли для сыпучих грузов [14] к сечениям 1-1 и 2-2 элементарной трубки (заштрихованы на рис. 3,б), вдоль которой движутся частицы сыпучего груза в зоне D. В результате согласно (24) и (20), получим

$$v_{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \sqrt{2g \left(h + \frac{\sigma_2}{\gamma} \right)}. \quad (41)$$

Так же, как и в случае истечения сыпучего груза из бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием, граница между зоной динамического свода **С** и зоной обрушения **Д** совпадает с параболой MN уравнение которой имеет вид (см. рис. 3,б)

$$y = h'_c \left[1 - \left(\frac{x}{a_1} \right)^2 \right] + a_1 \operatorname{tg} \varphi_0, \quad (42)$$

$$\text{где } a_1 = \frac{a}{K_1 + \operatorname{tg} \varphi_0}; \quad h'_c = \frac{aK_1}{K_1 + \operatorname{tg} \varphi_0}; \quad K_1 = \frac{1}{2} \left(f + \sqrt{1+f^2} \right).$$

Заменив параболу MN приближенно на прямую (см. рис. 3,б), получим

$$y \approx h'_c \left(1 - \frac{x}{a_1} \right) + a_1 \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (43)$$

Объемный расход сыпучего груза через боковое щелевое выпускное отверстие бункера определим по формуле

$$Q = \int v_{\varepsilon} ds, \quad (44)$$

где ds – площадь нормального сечения элементарной трубки (см. рис. 3,б).

Из рис. 3,б имеем

$$ds = \cos \varphi dy'.$$

Подставив последнее равенство в (44), получим

$$Q = \int_0^a v_{\varepsilon} \cos \varphi dy'. \quad (45)$$

Из рис. 3,б имеем

$$h = x \operatorname{tg} \varphi; \quad y' = y - x \operatorname{tg} \varphi. \quad (46)$$

Положим в (45) и (46) $\varphi = \varphi_c = \text{const}$, где φ_c – некоторое среднее значение φ .

Подставив (41) в (45), с учетом (43) и (46), после интегрирования получим

$$Q = \frac{2}{3} b a^{1.5} \sqrt{2g} \frac{\cos \varphi_c}{\sqrt{1+\zeta}} (K_1 + \operatorname{tg} \varphi_c) \sqrt{\chi' + \operatorname{tg} \varphi_c} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{1 + K_1 \operatorname{tg} \varphi_0} \right)^{3/2}, \quad (47)$$

где $\chi' = f + \frac{1}{f} - \sqrt{1 + f^2}$.

Коэффициент местных потерь ζ при движении сыпучего груза в зоне обрушения [1] определяется также по формуле (33).

Для определения коэффициента расхода подставим (47) в (34), с учетом (33) после преобразования приходим к формуле (35), в которой η_0 определяется из выражения

$$\eta_0 = \frac{2}{3} \cos \varphi_c (K_1 + \operatorname{tg} \varphi_c) \sqrt{2(\chi' + \operatorname{tg} \varphi_c)} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{1 + K_1 \operatorname{tg} \varphi_0} \right)^{3/2}, \quad (48)$$

где $\delta = \frac{a}{d}$.

В этом случае, согласно экспериментальным данным, $K_2 = 0,5$.

Из формул (35) и (48) следует, что при $\delta \rightarrow \infty$ $\eta \rightarrow \eta_0$.

Расчеты показали, что при $f = 0,58$ и $0,7$ $\eta_0 = 0,34$ и $0,38$.

Из формул (35) и (48) следует, что коэффициент расхода сыпучего груза из бункера с боковым щелевым выпускным отверстием зависит от δ , т.е. от отношения ширины отверстия a и диаметра частицы сыпучего груза d , его коэффициента внутреннего трения f и углов φ_c , φ_0 . Как показали экспериментальные исследования, углы φ_c и φ_0 не зависят от угла внутреннего трения и в зависимости от диаметра частиц изменяются в пределах $\varphi_c = 67^\circ$ и 72° , $\varphi_0 = 35^\circ$ и 45° . При этом с увеличением диаметра частиц d углы φ_c и φ_0 увеличиваются.

На рис. 4 показаны графики зависимости коэффициента расхода η сыпучего груза из бункера с горизонтальным щелевым, круглым и боковым щелевым выпускными отверстиями от безразмерной величины δ (кривые 2, 3, 4 соответственно).

Кривая 1 на рис. 4 построена согласно формуле (37) и соответствует теории Зенкова; кривая 2 соответствует формуле (35); кривая 3 соответствует формулам (35) и (40); кривая 4 соответствует формулам (35) и (48). При этом параметры бункера и груза принимали значения $b=0,09$ м; $f=0,64$ ($\varphi=32,6^\circ$); $k=12$; $5 \leq a \leq 50$ мм и $0,35 \leq d \leq 7$ мм, $\varphi_c = 72^\circ$, $\varphi_0 = 45^\circ$.

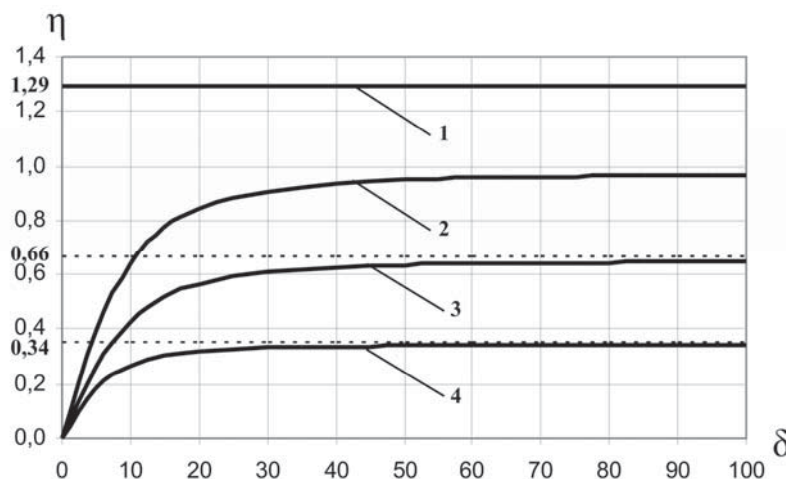


Рисунок 4 – Графики зависимости коэффициента расхода при истечении сыпучего груза из бункера

Из рисунка 4 видно, что для небольших δ ($0 < \delta < 100$) коэффициенты расхода (кривые 2,3,4) с увеличением δ увеличиваются. При больших δ ($\delta > 100$) коэффициенты расхода практически не изменяются, принимая постоянные значения $\eta \approx 1$ (кривая 2), $\eta \approx 0,66$ (кривая 3) и $\eta \approx 0,34$ (кривая 4). В то же время прямая 1 принимает постоянное значение $\eta = 1,29$ при любых δ .

Следовательно, коэффициент расхода при истечении сыпучего груза из бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием по теории Зенкова на 30% больше коэффициента расхода, рассчитанного по нашей теории (см. кривые 1 и 2 на рис. 4).

Кроме того, коэффициент расхода при истечении сыпучего груза из бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием больше на 34%, чем коэффициент расхода из бункера с круглым щелевым выпускным отверстием и практически в три раза больше коэффициента расхода из бункера с боковым щелевым выпускным отверстием.

Следовательно, согласно формулам (35), (40) и (48), расход сыпучего груза из бункера зависит от диаметра отверстия и размера частиц сыпучего груза и для наиболее распространенных грузов практически не зависит от коэффициента внутреннего трения. При этом для сыпучих грузов, для которых $\delta \geq 100$ (т.е. в случае, когда размер частиц значительно меньше размеров выпускного отверстия) объемный расход Q и средняя скорость на выходе из бункера $v_{ср}$, согласно (34), определяются по формулам

$$Q = \eta_0 b a^{1,5} \sqrt{g}, \quad (49)$$

$$v_{cp} = \eta_0 \sqrt{ga}. \quad (50)$$

При этом для бункера с горизонтальным щелевым выпускным отверстием $\eta_0 \approx 1$, для бункера с круглым выпускным отверстием $\eta_0 \approx 0,66$, а для бункера с боковым щелевым выпускным отверстием в зависимости от d принимает значения $\eta_0 \approx 0,3 \div 0,38$.

Полученные результаты достаточно хорошо совпадают с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кенеман Ф.Е. О свободном истечении сыпучих тел // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. - 1960. - №2. - С. 70-77.
2. Квапил Р. Движение сыпучих материалов в бункерах. - М.: Госгортехиздат, 1961. - 80 с.
3. Лукьянов П.И. Аппараты с движущимся зернистым слоем. Теория и расчет. - М.: Машиностроение, 1974. - 184 с.
4. Зенков Р.Л. Механика насыпных грузов. - М.: Машиностроение, 1964. - 251 с.
5. Платонов Н.П. Некоторые вопросы механики потока сыпучих сред // Инженерно-физический журнал. - 1967. - Т. 12. - №6. - С. 806-812.
6. Кочанова И.И. О видах движения при гравитационном истечении сыпучих материалов // Инженерно-физический журнал. - 1971. - Т. 10. - №5. - С. 815-821.
7. Сэвидж С.Г. Гравитационное течение несвязных гранулированных материалов в лотках и каналах // Сб. Механика гранулированных сред. Под. ред. А.Ю. Ишлинского - М.: Мир, 1985. - Вып. 36. - С. 86-146.
8. Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н. Неравновесная термодинамика и физическая кинетика. - М.: Наука, 1989. - 240 с.
9. Кайзер Джон. Статистическая термодинамика неравновесных систем. - М.: Мир, 1990. - 608 с.
10. Овчинников П.Ф. Виброреология. - Киев: Наук. думка, 1983. - 272 с.
11. Кирия Р.В. Кинетический подход к выводу уравнений движения сыпучих сред // Вісник Дніпропетровського Державного Університету: Механика: - Днепропетровск: ДГУ. - 1999. - Вып. 2. - С. 143-150.
12. Механика гранулированных сред // Теория быстрых движений: Сб. №36. Под. ред. А.Ю. Ишлинского. - М.: Мир, 1985. - 279 с.
13. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. - М.: Мир, 1969. - Т.2. - 864 с.
14. Штернлихт Д.В. Гидравлика. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 639 с.
15. Кирия Р.В. О коэффициенте внутренних потерь при движении сыпучей среды по элементам перегрузочных узлов ленточных конвейеров // Сб. науч. тр. "Геотехническая механика". - Днепропетровск: ИГТМ НАНУ. - 2003. - Вып. № 41. - С. 159-167.

Получено 05.01.2009г.