

УДК 539.3

В.М. Быстров, В.С. Зеленский

ЗАТУХАНИЕ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА ПРИ ПРОДОЛЬНОМ И ПОПЕРЕЧНОМ СЖАТИИ МАТЕРИАЛОВ, АРМИРОВАННЫХ КОМПОНЕНТАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Введение. Одним из актуальных вопросов статики композитов является исследование совместного влияния нагрузки и структуры композитного материала на затухание краевых эффектов. В работе [1] рассмотрены особенности расчетных схем для анализа затухания краевых эффектов в материалах слоистой и волокнистой структуры с изотропными компонентами для случаев поверхностной нагрузки действующей вдоль и перпендикулярно направлению расположения армирующих компонентов. В работе [2] решена задача определения параметров затухания краевого эффекта в слоистом композитном материале при *равномерном одноосном продольном* сжатии слоев наполнителя, а в работе [3] – в волокнистом композитном материале при *равномерном одноосном поперечном* сжатии приповерхностных волокон. Показано, что максимальная протяженность зоны краевого эффекта в случае поперечного сжатия волокнистого материала меньше, чем в случае продольного сжатия слоистого материала, и при ее определении с точностью 1%, не превышает полтора параметра структуры. В случае продольного сжатия эта величина находится в пределах двух параметров структуры.

В настоящей работе рассмотрена задача определения параметров затухания краевого эффекта в материалах слоистой и волокнистой структуры при изменении количества ненагруженных армирующих компонентов. В первом случае это слой наполнителя, во втором – приповерхностные волокна. Исследован вопрос о зависимости зоны краевого эффекта от соотношения между периодом поверхностной нагрузки, связанным с количеством ненагруженных армирующих компонентов, и геометрическими параметрами структуры слоистого и волокнистого материалов.

Расчетная схема, которая используется в данной работе,

включает смешанную краевую задачу теории упругости кусочно-однородных тел и количественный критерий затухания краевого эффекта для нормальных напряжений. Краевая задача решается с применением метода сеток на основе базовых схем [4].

1. Постановка задачи определения параметров затухания краевого эффекта. Рассматривается задача определения параметров затухания краевого эффекта – зоны и длины затухания краевого эффекта в композитном материале регулярной структуры, армированном компонентами прямоугольной формы. Исследуется затухание краевого эффекта в материале, армированном плоскими слоями при *одноосном продольном сжатии* армирующих слоев (рис. 1, а) и в материале, армированном прямолинейными однонаправленными волокнами квадратного поперечного сечения при одноосном поперечном нагружении приповерхностных волокон (рис. 1, б).

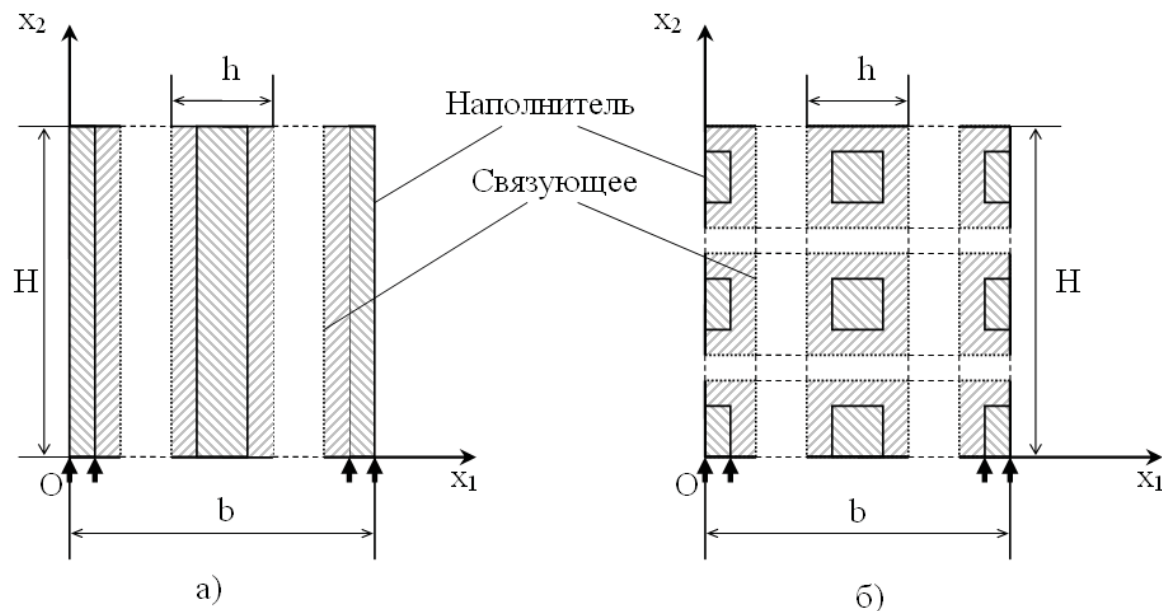


Рисунок 1

Поверхностная нагрузка p действует в направлении оси Ox_2 и прикладывается к армирующим компонентам (слоям наполнителя или приповерхностным волокнам): $p(x_1) = \sigma_{22}(x_1, 0) = p^0$, $|x_1| \leq 0.5h_a + kb$, $k = 0, 1, \dots$; $b = (M - 1)h$. Здесь b – период кусочно-постоянной поверхностной нагрузки, h – параметр структуры материала, h_a – поперечный размер армирующего компонента в направлении Ox_2 , M – количество расчетных элементов в

направлении оси Ox_1 . Вдоль оси Ox_3 нагрузка не изменяется. Затухание краевого эффекта рассматривается в направлении оси Ox_2 .

Регулярность композитной структуры, периодический характер поверхностной нагрузки и наличие установившегося при затухании краевого эффекта поля напряжений позволяют рассматривать задачу для расчетной области $\bar{\Omega}$ конечных размеров: $\bar{\Omega} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \bar{\Omega}^{mn} = \{(x_1, x_2) \mid 0 \leq x_1 \leq b; 0 \leq x_2 \leq H\}$, $m = \overline{1, M}$, $n = \overline{1, N}$, где M , N соответственно количество расчетных элементов в направлении Ox_1 и Ox_2 . Здесь Ω^{mn} – расчетные элементы микроструктуры материала (далее – расчетные элементы), $\Omega^{mn} = \Omega_m^{mn} + \Omega_a^{mn}$, где Ω_m^{mn} , Ω_a^{mn} – области, которые занимают соответственно матрица и армирующий компонент. В случае армирующих элементов, которым соответствуют плоские слои, расчетная область в направлении Ox_2 включает $N = 1$ расчетный элемент и в направлении Ox_1 – M расчетных элементов. При этом размер расчетных элементов в направлении Ox_2 совпадает с размером H расчетной области. Размер H соответствует условию установившегося вдоль оси Ox_2 напряженного состояния с заданной точностью и условию независимости параметров затухания краевого эффекта от этого размера. Размер расчетной области в направлении оси Ox_1 определяется периодом b поверхностной нагрузки.

Граничные условия краевой задачи на участке $\{0 \leq x_1 \leq b, x_2 = 0\}$ границы расчетной области $\bar{\Omega}$ определяют поверхностную нагрузку. На участках $\{x_1 = 0, 0 \leq x_2 \leq H\}$ и $\{x_1 = b, 0 \leq x_2 \leq H\}$ границы расчетной области граничные условия соответствуют периодическому характеру напряженного состояния и являются смешанными однородными условиям. Граничные условия на участке $\{0 \leq x_1 \leq b, x_2 = H\}$ границы расчетной не допускают перемещение и вращение расчетной области как целого и также являются смешанными однородными условиями.

Для определения границы $\Gamma_\rho(x_1, x_2)$ зоны краевого эффекта и длины λ_ρ затухания краевого эффекта с точностью $\rho\%$ используются следующие условия:

$$\tilde{\rho}(x_1, x_2) \Big|_{x \in \Gamma_\rho} = \rho, \quad (1)$$

где

$$\tilde{\rho} = 100(\sigma(x) - \sigma_{ycm}) / (p(x_1, 0) - \sigma_{ycm}), \quad x = (x_1, x_2) \in \Gamma_\rho \quad (2)$$

для случая продольного сжатия слоистого композита и

$$\tilde{\rho} = 100(\sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mn}} - \sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mN}}) / (p(x_1, 0) - \sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mN}}) \quad \text{для}$$

$$x^{mn} = x^{mN},$$

$$m = \overline{1, M}, \quad n = \overline{1, (N-1)} \quad (3)$$

для случая поперечного сжатия волокнистого композита.

В (2) $\sigma_{ycm} = \sigma(x_1, H)$ – установившиеся напряжения на границе $x_2 = H$ расчетной области в направлении затухания краевого эффекта, $p(x_1) = \sigma(x_1, 0)$ – поверхностная нагрузка на границе $x_2 = 0$ расчетной области Ω , $\sigma(x) = \sigma_{22}(x)$. В (3) нормальные напряжения $\sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mn}} = \sigma_{22}^{(mn)} = \sigma^{(mn)}$ и $\sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mN}} = \sigma_{22}^{(mN)} = \sigma^{(mN)}$ сравниваются при одинаковых значениях координат в локальных системах координат $O^{mn}x_1^{mn}x_2^{mn}$ и $O^{mN}x_1^{mN}x_2^{mN}$, которые связаны с соответствующими волокнами.

Длина затухания краевого эффекта λ_ρ определяется как максимальная протяженность зоны краевого эффекта в направлении затухания краевого эффекта, что соответствует условию

$$\lambda_\rho = \max_{x_1, x_2 \in \Gamma_\rho} (x_2). \quad (4)$$

3. Сравнительный анализ результатов определения зоны краевого при продольном и поперечном сжатии армированных материалов. Расчеты проводились для следующих значений упругих и геометрических характеристик компонент материала: $E_a/E_m = 100$, $\nu_a = \nu_m = 0,3$, где E_a , ν_a и E_m , ν_m – соответственно модули Юнга и коэффициенты Пуассона армирующих компонентов и матрицы, $c_a = 0,5$ – концентрация армирующих компонентов.

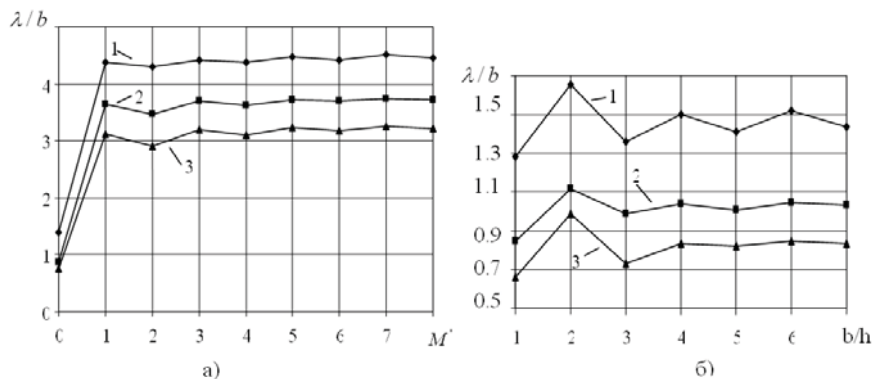


Рисунок 2

На рис.2, а показано изменение максимальной протяженности зоны краевого эффекта при увеличении периода поверхностной нагрузки, когда увеличивается количество M' ненагруженных слоев наполнителя в расчетной области композитного материала. Кривая 1 соответствует определению протяженности зоны краевого эффекта с точностью 1%, кривая 2 – 5%, кривая 3 – 10%. В общем случае такая зависимость носит немонотонный характер. При последовательном увеличении количества ненагруженных слоев наполнителя максимальная протяженность зоны краевого эффекта в материале понижается при их четном количестве. Изменение протяженности зоны краевого эффекта при увеличении количества ненагруженных слоев в случае их только четного или нечетного количества носит монотонный характер.

На рис.2, б показано изменение максимальной протяженности зоны краевого эффекта при увеличении периода поверхностной нагрузки, когда увеличивается количество ненагруженных приповерхностных волокон. Кривая 1 соответствует определению протяженности зоны краевого эффекта с точностью 1%, кривая 2 – 5%, кривая 3 – 10%. В общем случае указанные зависимости носят немонотонный характер. При последовательном увеличении количества ненагруженных приповерхностных волокон максимальная протяженность зоны краевого эффекта для материала в целом понижается при их четном количестве, когда сечение $x_1 = b/2$ располагается в материале матрицы.

Представленные зависимости имеют качественный одинаковый характер для случаев продольного и поперечного деформирования армированных материалов, однако, существенно отличаются в количественном выражении. Это объясняется проявлением

анизотропии слоистого материала в плоскости x_1Ox_2 при его продольном деформировании.

4. Выводы. Как видно из представленных результатов, установившееся значение максимальной протяженности зоны краевого эффекта в случае продольного деформирования материала слоистой структуры превышает соответствующее значение для материала волокнистой структуры при его поперечном деформировании. Это превышение составляет: в 3 раза – при точности 1%, в 3,6 раза – при точности 5%, в 3,8 раза – при точности 10%. Такое отличие характерно при сравнении анизотропных и изотропных материалов. При увеличении периода b поверхностной нагрузки длина затухания краевого эффекта в слоистом материале существенно увеличивается при наличии ненагруженных слоев по сравнению с их равномерной нагрузкой. Это происходит вследствие увеличения анизотропии слоистого материала в плоскости x_1Ox_2 на макромеханическом уровне рассмотрения. Аналогичное изменение в случае поперечного сжатия волокнистого материала является незначительным. В случае поперечного сжатия волокнистого материала конструктивная анизотропия материала в наибольшей степени проявляется при одном ненагруженном в расчетной области включении, когда период нагрузки равен двум параметрам структуры. Дальнейшее увеличение периода нагрузки приводит к уменьшению анизотропии материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Быстров В.М. Влияние неоднородности материала на зону краевого эффекта Сен-Венана при плоской деформации полуограниченной трансверсально-изотропной матрицы с покрытием // Доп. НАН України. – 2004. – №1. – С. 38-42.
2. Быстров В.М., Куханенко Ю.В. Анализ затухания краевых эффектов Сен-Венана в трансверсально-изотропной матрице с изотропным покрытием // Механика композитных материалов. – 2002. – 38, №2. – С. 147-160.
3. Григоренко Я.М., Шевченко Ю.В., Василенко А.Т. и др. Численные методы // Механика композитов: В 12-и т. / Под общей ред. А.Н. Гузя. Т.11. – Киев: “А.С.К.”, 2002. – 448 с.
4. Bystrov V.M. Analysis of the Decay of Edge Effects in Laminated Materials on the Basis of Representative Element // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, No 6. – P. 826-835.

Получено 23.02.2009г.