УДК 004.4'22

О.А. Іотко

ЗАДАЧА ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОЇ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ СИСТЕМ КЛАСУ ERP/MRP З АЛЬТЕРНАТИВНИМ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯМ ТА ПРАВИЛА РЕДУКЦІЇ ВХІДНИХ ДАНИХ

Вступ

Задача вибору оптимальної функціональної конфігурації без альтернатив та алгоритм її розв'язання детально описані у [1]. Обчислювальна складність алгоритму поліноміальна і складає $o(N^3)$, а задача за прийнятний час може бути розв'язана для розмінностей до десятків тисяч конструктивних елементів [2,3].

У статті наводиться модель задачі вибору оптимальної функціональної конфігурації систем класу ERP/MRP з альтернативним забезпеченням та алгоритм її зведення до моделі задачі вибору оптимальної функціональної конфігурації з множинними заміщеннями заданій на двошаровому графі з кольоровими дугами. Для розв'язання цієї задачі в [4] пропонується комбінований метод «генетичний алгоритм-редукція». Результати проведеного обчислювального експерименту показали високу ефективність запропонованого підходу при кількості конструктивних елементів до 10^3. Проте, оскільки розмірність практичних задач може перевищувати таку оцінку, виникла необхідність покращення алгоритму.

При дослідженні характеру вхідних задачі було встановлено, що на етапі аналізу вхідних даних задачі можуть бути ідентифіковані певні умови, що дозволяють провести редукцію виключенням, включенням або об'єднанням певних конструктивних елементів без втрати оптимального розв'язку задачі і тим самим значно збільшити швидкодію роботи алгоритму. Правила редукції та результати обчислювального експерименту для встановлення ефективності використання правил наводяться у статті.

 ISSN 1562-9945

Постановка задачі у моделі з альтернативним забезпеченням.

Розглянемо випадок, коли конструктивне різноманіття задається ациклічним орграфом загального вигляду з кольоровими дугами [5]. Колір дуги визначає варіант забезпечення елементу, що буде показано нижче.

Розширимо модель з безальтернативним забезпеченням [1] наступним чином.

Введемо наступні позначення:

Ω − універсальна множина елементів (множина всіх елементів системи);

C - множина номерів варіантів реалізації;

$\gamma \subseteq \Omega \times \Omega \times C$ − відношення між елементами з врахуванням альтернативності забезпечення;

$j^{oc} = \{i \mid i \in \Omega, c \in C : (i, j, c) \in \gamma\}$ − елементи безпосередньо забезпечують елемент j у варіанті реалізації c;

${}^{oc}j = \{i \mid i \in \Omega, c \in C : (j, i, c) \in \gamma\}$ − елементи, функціонування яких забезпечується (неможливо без) j у варіанті реалізації c;

$j^{o} = \{i \mid i \in \Omega, \exists c \in C : (i, j, c) \in \gamma\}$ елементи безпосередньо забезпечують елемент j принаймні у одному з варіантів реалізації;

${}^{o}j = \{i \mid i \in \Omega, \exists c \in C : (j, i, c) \in \gamma\}$ − елементи, функціонування яких забезпечується (неможливо без) j принаймні у одному з варіантів реалізації;

$vars(j) = \{c \mid c \in C, (i, j, c) \in \gamma\}$ − варіанти реалізації елементу j;

${}^{*}\Omega = \Omega \setminus \bigcup\limits_{j \in \Omega, c \in C} j^{oc}$ елементи Ω, які не забезпечують жодного елемента з Ω;

$J^{oB} = \bigcup_{j \in \Omega} j^{oB(j)}$ − те ж що і j^{oc} але для множини J при варіантах реалізації заданих функцією **B** де:

$B : \Omega \to C$ - функція, що ставить у відповідність кожному елементу з Ω варіант його реалізації причому виконується $B(j) = c \Rightarrow \exists j_2, (j, j_2, c) \in \gamma$

$J^{ooB} = J^{oo(k)B}$ − множина всіх елементів, що забезпечують множину J при варіантах реалізації заданих функцією **B** де:

$J^{oo(1)B} = J^{oB}, \quad J^{oo(i+1)B} = J^{oo(i)B} \bigcup (J^{oo(i)B})^{o},$

$J^{oo(k+1)B} = J^{oo(k)B}, \quad J^{oo(k-1)B} \neq J^{oo(k)B}$

$J^{<ooB} = J^{ooB} \bigcup J$ – множина, складається із всіх елементів, що забезпечують множину J при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$, та самих елементів J;

${}^{oB}J = \bigcup_{j \in \Omega} {}^{oB(j)}j$ – множина всіх елементів, безпосередньо забезпечуваних множиною J при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$;

${}^{o}J = \bigcup_{j \in \Omega} {}^{o}j$ – множина всіх елементів, що можуть безпосередньо забезпечуватися множиною J при одному з варіантів реалізації;

${}^{ooB}J = {}^{oo(k)B(j)}J$ – множина всіх елементів, забезпечуваних множиною J безпосередньо та опосередковано при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$ де:

${}^{ooB}J^{(1)} = {}^{oB}J, \quad {}^{ooB}J^{(i+1)} = {}^{ooB}J^{(i)} \bigcup {}^{oB}({}^{ooB}J^{(i)}),$

${}^{ooB}J^{(k+1)} = {}^{ooB}J^{(k)}, \quad {}^{ooB}J^{(k-1)} \neq {}^{ooB}J^{(k)}$

${}^{oB>}J = {}^{oB}J \bigcup J$ – множина, що складається із всіх елементів, безпосередньо забезпечуваних множиною J, та елементів J при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$;

${}^{ooB>}J = {}^{ooB}J \bigcup J$ – множина, що складається із всіх елементів, безпосередньо та опосередковано забезпечуваних множиною J, та елементів J при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$;

$del(I,J)^{B} = ({}^{*B}I)^{<ooB} \bigcap J$ – множина елементів, що підлягають видаленню з множини J при видаленні підмножини елементів $I \subseteq J$, для збереженням узгодженості результуючої множини J/I при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$;

${}^{*B}I = {}^{ooB>}I \bigcap {}^{*}\Omega$ – множина ситуаційних елементів з Ω, забезпечуваних елементами I при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$.

$I^{<ooB>} = I^{ooB} \bigcap I$ – множина елементів з I, що забезпечує елементи I при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$;

$I^{<oB>} = I^{oB} \bigcap I$ – множина елементів з I, що безпосередньо забезпечують елементи I при варіантах реалізації заданих функцією $\mathbf{B}$.

 ISSN 1562-9945

Визначення 1. Трійку $<\Omega,\gamma,C>$ будемо називати конструктивним різноманіттям (КР) систем з врахуванням альтернативності забезпечення.

Визначення 2. Узгодженою системою називається множина $J\subseteq\Omega$, для якої $\exists B$ та виконуються аксіоми узгодженості:

$$J^{<ooB}=J \tag{A1}$$

$$\forall j\in J:{}^{*B(j)}j\bigcap J\neq\varnothing \tag{A2}$$

А1 заперечує відсутність хоча б одного елемента, що забезпечує, тобто присутні всі необхідні елементи;

А2 заперечує відсутність елемента з $^{*}\Omega$ хоча б для одного елемента J^{oo} тобто в системі відсутні зайві елементи.

Той факт, що $<J,B>$ є узгодженою системою в КР $K=<\Omega,\gamma,C>$ будемо також позначати А1(J ,K) & А2(J ,K) якщо в контексті мова йде про різне КР. В інших випадках позначення буде мати вигляд А1(J) & А2(J) або А1,2(J).

Визначення 3. Ефективною системою будемо називати таку узгоджену систему S, вартісна оцінка якої позитивна ($E(S)>0$)

Визначення 4. Оптимальною системою назвемо таку узгоджену систему, для якої виконуються наступні аксіоми:

$$I\succ J\Leftrightarrow E(I)\geq E(J) \tag{A3}$$

$$I\in\Omega^{opt}\Leftrightarrow(\forall J\in\{J\subseteq\Omega:A_{1,2}(J)\})(I\succ J) \tag{A4}$$

Тут:

$E:\wp(\Omega)\to R$ – вартісна функція, що кожній підмножині множини Ω ставить у відповідність дійсне число і обчислюється за формулою $E(J)=\sum\limits_{j\in J}w_j$, причому виконується $\forall j\in{}^{*}\Omega:w_j\geq 0$ та $\forall j\in\Omega^{o}:w_j\leq 0$.

Ω^{opt} – множина оптимальних систем, які можна побудувати в КР $K=<\Omega,\gamma>$.

$I\succ J$ позначає той факт, що множина I не уступає по ефективності множині J. Легко помітити, що оптимальна система ефективна, але не навпаки. Таким чином, задача інформаційно-вартісного аналізу полягає в побудові Ω^{opt} для $<\Omega,\gamma>$, або деякого $\Omega_1\in\Omega^{opt}$.

Еквівалентність конструктивних різноманіть та модель з альтернативним забезпеченням на двошаровому орграфі

Визначення 5. КР $<\Omega,\gamma,C>$ і КР $<\Omega,\gamma^1,C^1>$ називаються еквівалентними якщо $\forall J\subseteq\Omega: A_{1,2}(J,\gamma,C)\Leftrightarrow A_{1,2}(J,\gamma^1,C^1)$ і це позначається як $<\Omega,\gamma,C>\equiv<\Omega,\gamma^1,C^1>$.

Алгоритм, що дозволяє перейти від КР $<\Omega,\gamma,C>$ заданого ациклічним орграфом загального вигляду з кольоровими дугами до еквівалентному йому КР $<\Omega,\gamma^+,C^+>$ заданого двошаровим орграфов з кольоровими дугами наступний:

$\gamma^+ := \gamma; C^+ := C.$

Поки $\exists i\in\Omega/{}^*\Omega$ такий, що $\exists(i,j_1,c_1)\in\gamma^+\wedge\exists(j_3,i,c_2)\in\gamma^+$ де $j_1\in{}^*\Omega$ виконувати операцію підйому вершин 3-го рівня графу на 2-й рівень графу:

Визначити $D:=\{(j,c)\,|\,j\in\Omega/{}^*\Omega, c\in C^+,(j,i,c)\in\gamma^+\}$ як множину пар «елемент забезпечення - номер варіанту реалізації», що забезпечують елемент i.

Для кожного ситуаційного елементу $\forall s\in{}^o i\cap{}^*\Omega$:

Визначити $E:=\{(j,c)\,|\,j\in\Omega/{}^*\Omega, c\in C^+,(j,s,c)\in\gamma^+,(i,s,c)\in\gamma^+\}$ як множину пар «елемент забезпечення - номер варіанту реалізації» які забезпечують ситуаційний елемент s принаймні в одному варіанті реалізації та варіант яких присутній в зв'язку (i,s).

Видалити зв'язки ситуаційного елементу s з елементами з E: $\forall(j,c)\in E:\gamma^+ := \gamma^+/(j,i,c);$

Доповнити множину номерів варіантів реалізації C^+ новими $\|vars(i)\|*(\|\{c\,|\,(i,s,c)\in\gamma^+\}\|$ варіантами:

$NV := newc(vars(i),\{c\,|\,(i,s,c)\in\gamma^+\},C^+);$

$C^+ := C^+\bigcup\{c\,|\,(c_1,c_2,c)\in NV\};$

де $\{(c_1,c_2,c)\}=newc(X,Y,C)$ - функція, що створює номери нових варіантів реалізації у кількості $\|X\|*\|Y\|$ та пов'язує їх з елементами $X,Y\subseteq C$ у вигляді трійок (c_1,c_2,c).

ISSN 1562-9945

Провести розширення множини γ^+ новими зв'язками ситуаційного елементу та його забезпечення з урахуванням нових варіантів реалізації:

$$\forall(j_1,c_1)\in D,\forall(j_2,c_2)\in E:$$
$$c:=\{c\,|\,(c_1,c_2,c)\in NV\};$$
$$\gamma^+:=\gamma^+\bigcup(j_2,i,c);$$
$$\gamma^+:=\gamma^+\bigcup(j_1,s,c)$$

Видалити множину зв'язків елементу i та його забезпечення

$$\forall(j,c)\in D:\gamma^+:=\gamma^+/(j,i,c);$$

Для моделі з КР $<\Omega,\gamma^+,C^+>$ що задане на двошаровому орграфі з кольоровими дугами може бути використаний комбінований метод «генетичний алгоритм-редукція», що наводиться у [4].

Правило редукції виключенням елементів забезпечення

Умова редукції виключенням елементу забезпечення $i\in\Omega\setminus{}^*\Omega$:

$$\sum_{j\in{}^*i}w_j+w_i<0 \qquad (1)$$

де ${}^*i=\bigcup_{\forall B}{}^{*B}i=\bigcup_{(i,j,c)\in\gamma^+}j$ - множина всіх ситуаційних елементів, що можуть бути забезпечені $i\in\Omega\setminus{}^*\Omega$ принаймні в одному з варіантів реалізації.

Доведемо те, що проведення редукції виключенням елементу забезпечення $i\in\Omega\setminus{}^*\Omega$, для якого виконується умова (1), не погіршить розв'язок задачі.

Дійсно, припустимо що $J\in\Omega^{opt},i\in J$ при варіантах реалізації, що задані функцією B. Проведемо редукцію виключенням елементу i, та тих елементів, які необхідно редукувати для збереження узгодженості системи $del(i,J)^B=({}^{*B}i)^{<ooB}\bigcap J$. Тоді $J'=J\setminus(({}^{*B}i)^{<ooB}\bigcap J)$ - також буде узгодженою системою.

Оцінимо ефективність системи J' :

$$E(J')=E(J)-\sum_{j\in({}^{*B}i)^{<ooB}\bigcap J}w_j=E(J)-(\sum_{j\in{}^{*B}i\bigcap J}w_j+\sum_{j\in({}^{*B}i)^{ooB}\bigcap J}w_j) \qquad (2)$$

Оскільки ${}^{*B}i\bigcap J\subseteq{}^*i$ та $\forall j\in{}^*\Omega:w_j\geq 0$, то $\sum_{j\in{}^{*B}i\bigcap J}w_j\leq\sum_{j\in{}^*i}w_j$.

Оскільки $i\in({}^{*B}i)^{ooB}\bigcap J$ та $\forall j\in\Omega/\Omega^*:w_j\leq 0$, то $\sum_{j\in({}^{*B}i)^{ooB}\bigcap J}w_j\leq w_i$.

Отже, для (2) виконується наступне:

$$E(J') = E(J) - (\sum_{j \in {}^{*B}i \cap J} w_j + \sum_{j \in ({}^{*B}i)^{ooB} \cap J} w_j) > E(J) - (\sum_{j \in {}^{*}i} w_j + w_i)$$

Але, постільки за умовою (1) $\sum_{j \in {}^{*}i} w_j + w_i < 0$, то $E(J') > E(J)$, що суперечить припущення про оптимальність системи J.

Таким чином елемент забезпечення i для якого виконується (1) не може бути присутнім у оптимальному рішенні задачі.

Змістовна інтерпретація умови (1) – сумарна корисність ситуацій, у забезпеченні яких елемент приймає участь, нижча за його вартість.

Для збереження узгодженості конструктивного різноманіття $< \Omega, \gamma^{+}, C^{+} >$ при виконанні умови необхідно провести ланцюгову редукцію виключенням:

Елементу забезпечення i для якого виконується (1).

Всіх варіантів реалізації $c \in C^{+}$ для яких $\exists (j,i,c) \in \gamma^{+}$.

Ситуаційних елементів $b \in B$, для яких $vars(b) = \varnothing$ тобто таких для яких було проведено редукцію варіантів забезпечення на попередньому кроці та вже відсутній принаймні один варіант реалізації.

Елементів забезпечення j для яких $\exists (j,i,c) \in \gamma^{+}, (\neg \exists c_1 <> c : (j,i,c) \in \gamma^{+})$, тобто таких, які після видалення варіантів реалізації, що містять ситуаційний елемент i не приймають учать у забезпеченні принаймні одного ситуаційного елементу.

Правило редукції виключенням ситуаційних елементів

Умова редукції виключенням ситуаційного елементу $i \in {}^{*}\Omega$:

$$\forall c \in vars(i) : \sum w_j + w_i < 0,$$
$$\text{де } j, \text{ такий що} : (j,i,c) \in \gamma^{+}, \neg \exists i_1 \neq i, (j,i_1,c_1) \in \gamma^{+} \qquad (3)$$

Доведення від протилежного аналогічне доведенню попереднього правила.

Змістовна інтерпретація умови (3) – у кожному варіанті реалізації для ситуаційного елементу $i \in {}^{*}\Omega$ присутні ізольовані (тобто пов'язані відношенням забезпечення лише з ситуаційним елементом $i \in {}^{*}\Omega$) підмножини елементів забезпечення сумарна вартість яких вища за корисність ситуаційного елементу.

 ISSN 1562-9945

Для збереження узгодженості конструктивного різноманіття $<\Omega, \gamma^{+}, C^{+}>$ при виконанні умови необхідно провести редукцію виключенням:

Ситуаційного елементу i.

Всіх варіантів реалізації $vars(i)$.

Ізольованих елементів забезпечення $j \in \Omega$, для яких $(j,i,c) \in \gamma^{+}, \neg\exists i_1 \neq i, (j,i_1,c_1) \in \gamma^{+}$.

Правило редукції виключенням варіантів реалізації

Умова редукції виключенням варіанту реалізації $c_1 \in C$ ситуаційного елементу $i \in {}^{*}\Omega$:

$$\begin{gathered} \exists c_2 : {}^{o}(i^{oc_1} / i^{oc_2} \bigcup i^{oc_2} / i^{oc_1}) = i; \\ \sum_{j_1 \in i^{oc1} / i^{oc2}} w_{j_1} - \sum_{j_1 \in i^{oc2} / i^{oc1}} w_{j_2} < 0 \end{gathered} \tag{4}$$

Доведення від протилежного аналогічне доведенню попередніх правил.

Змістовна інтерпретація правила. У випадку якщо різниця двох варіантів – це ізольовані елементи забезпечення однієї ї тієї ж ситуації виключаємо варіант з більш дорогим забезпеченням.

Для збереження узгодженості КР редукції виключенням повинні піддатися варіант реалізації $c_1 \in C$ та елементи з i^{oc_1} / i^{oc_2}.

Правило редукції об'єднанням ситуаційних елементів

Умова того, що ситуаційні елементи $i, i' \in {}^{*}\Omega$ можна об'єднати в одну інтегровану ситуацію:

$$\begin{gathered} i, i' \in {}^{*}\Omega : \left|vars(i)\right| = \left|vars(i')\right|, \\ \forall c \in vars(i) : \exists c' \in vars(i'), i^{oc} = i'^{oc'}, \\ \forall c' \in vars(i') : \exists c \in vars(i), i^{oc} = i'^{oc'} \end{gathered} \tag{5}$$

Доведення від протилежного аналогічне доведенню попередніх правил.

Змістовна інтерпретація правила. Якщо ситуаційні елементи мають повністю співпадаючі варіанти реалізації їх доцільно об'єднати в одну ситуацію з сумарною вартістю.

Для збереження узгодженості КР редукції виключенням повинні піддатися ситуаційний елемент $i \in {}^{*}\Omega$, всі варіанти його реалізації $vars(i)$. Вартість елементу $w_{i'} = w_{i'} + w_{i}$.

Обчислювальний експеримент

Випробування були проведені випадково згенерованих даних по 40 комплектів кожної розмірності. Результати наводяться у таблиці 1.

Таблиця 1

Результати виконання правил редукції виключенням елементів та варіантів реалізації і редукції об'єднанням СЕ

№ п/п	Розмірність до				Розмірність після			
	Вершин 1-го шару	Вершин 2-го шару	Середня вар-ть	Час роботи	Вершин 1-го шару	Вершин 2-го шару	Середня вар-ть	Час роботи
1	5	5	2	1 мс.	5	5	2	<1 мс.
2	5	20	5	1 мс.	5	17	4,3	<1 мс.
3	10	20	3	8 мс.	8	15	2,1	5 мс.
4	15	40	3	28 мс.	12	32	2,1	16 мс.
5	15	40	4	39 мс.	13	35	2,7	19 мс.
6	20	20	5	50 мс.	15	16	3,9	24 мс.
7	20	50	5	81 мс.	17	32	3,2	13 мс.
8	50	50	3	1с	31	34	2	79 мс.
9	50	50	10	802 мс.	33	37	6,4	1,1 с.
10	50	200	15	5,5с	32	117	8,1	2,1 с.
11	100	100	15	11,2 с.	73	83	7,2	3,4 с.
12	100	400	20	45 с.	75	88	10,4	8,7 с.
13	500	500	3	12 хв.	180	211	2,1	19 с.
14	500	500	20	47 хв.	193	234	8,2	45 с.
15	500	1000	3	2 год.	174	573	1,8	40 с.
16	500	2000	20	17 год.	221	876	7,1	1,2 год
17	1000	1000	20	43 год.	434	511	6,8	4 год.
18	1000	5000	20	>284 год.	324	913	5,3	3 год.
19	5000	5000	20	>284 год.	984	1273	5,3	8 год.

Результати такого експерименту свідчать про високу доцільність використання правил редукції виключенням та об'єднанням для вхідних даних задачі, ефективність застосування яких зростає зі зростанням розмірності вхідних даних і значно розширює область ефективного застосування запропонованого підходу. Зокрема, як видно з таблиці 1 були досягнуті прийнятні результати часу роботи алгоритму для розмірності вхідних даних – 5000 ситуаційних елементів, 5000 елементів забезпечення при варіантності – 20.

 ISSN 1562-9945

Висновки

У статті було розглянуто модель задачі вибору оптимальної функціональної конфігурації систем класу ERP/MRP з альтернативним забезпеченням та алгоритм її зведення до відомої моделі задачі вибору оптимальної функціональної конфігурації з множинними заміщеннями заданій на двошаровому графі з кольоровими дугами [4]. Проведено аналіз роботи запропонованого у [4] алгоритму на даних високої розмірності (порядку 10^4 конструктивних елементів).

Для покращення роботи алгоритму запропоновано використання правил редукції вхідних даних задачі, зокрема розроблено правила редукції виключенням елементів забезпечення, варіантів реалізації та ситуаційних елементів та редукції об'єднанням ситуаційних елементів.

Проведено обчислювальний експеримент для встановлення ефективності роботи запропонованого підходу, що встановив високу частоту спрацювань та ефективність застосування правил редукції виключенням та об'єднанням. Зокрема використання правил редукцыъ на даних розмірності 10^4 збільшує швидкодію алгоритму на 2 порядки.

Отримані результати мають велике практичне значення, оскільки застосування правил редукції дозволяє розв'язувати задачі з вхідними даними практичної розмірності. Зокрема, без використання правил редукції розмірність вхідних даних на яких алгоритм працює за прийнятний час складала 10^3, а з використанням правил редукції 10^4.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стратегічне планування розвитку функціональності КІС методом редукції/ Гриша С.М., Стенін О.А., Іотко О.А., Хедоят Хейдорі – К.: Адаптивні системи автоматичного управління. – 2007 $10_{(30)}$.С. 45-53
2. Гриша С.Н. Информационно-стоимостной анализ и синтез моделей компьютеризованного управления производственными системами : Дис. ... док. техн. наук. : спец. : 05.13.06 / Киевский политехнический институт. - К., 1991. - 340 с.

3. Галяпа А.А. Построение алгоритмической модели системы управления на основе информационно-стоимостного анализа : Дис. ... канд. техн. наук : спец. :05.13.06 / Киевский политехнический институт. – К., 1991. – 132 с.
4. Стратегічне планування функціональності ERP/MRP-систем із врахуванням множинних заміщень / Гриша С.М., Іотко О.А. // Наукові вісті Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". – 2008 – № 6 – С. 20–24.
5. Алгоритмы построение и анализ /Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.– М.: МЦНМО. – 2002. – 960 с.

Одержано 12.06.2009р.

 ISSN 1562-9945