

ДИНАМИКА КРИВОШИПНО - ШАТУННОГО МЕХАНИЗМА, НАГРУЖЕННОГО ПЕРЕМЕННОЙ СИЛОЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Анализ исследований и публикаций. Вследствие ряда преимуществ наиболее широкое применение получили вибрационные конвейеры с эксцентриковым (кривошипно - шатунным) приводом. В работах [1,2] рассматривается динамика машинных агрегатов в расчетных схемах которых не учитывается одновременное изменение приведенных моментов инерции масс звеньев θ и сил сопротивления M_c в зависимости от угла поворота кривошипа. Поэтому настоящая статья представляет собой попытку использовать публикации [1,2] для определения динамических нагрузок, возникающих в процессе работы кривошипно – шатунного приводного механизма вибрационного конвейера [3].

Постановка задачи. Оновной задачей работы является получение динамического уравнения кривошипно – шатунного механизма с учетом одновременного изменения моммента инерции масс и момента сил сопротивления в зависимости от угла поворота кривошипа φ . Принимаем $\theta = Const$ и $M_c = f(t)$.

Метод решения. Описание движения кривошипно – шатунного механизма выполняем с помощью урпвнения Лагранжа [4]:

$$\theta\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}\frac{d\theta}{d\varphi} = M - M_c. \quad (1)$$

В работе статье рассматриваются системы, в которых θ и M_c являются периодическими функциями φ и, кроме того, M_c может зависеть от $\dot{\varphi}$ и $\ddot{\varphi}$.

Динамическую характеристику электродвигателя (асинхронного или постоянного тока с параллельным возбуждением) полагаем заданной уравнением:

$$M + T \frac{dm}{dt} = M(\dot{\varphi}), \quad (2)$$

где $M(\dot{\varphi})$ - статическая характеристика электродвигателя;

T - постоянная времени, учитывающая переходные процессы двигателя.

Исключим из уравнений (1),(2) момент M , при этом получим уравнение движения с учетом динамической характеристики электродвигателя

$$\theta\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \frac{d\theta}{d\varphi} + Mc + T \frac{d}{dt} \left(\theta\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \frac{d\theta}{d\varphi} + Mc \right) = M(\dot{\varphi}). \quad (3)$$

Переменная составляющая момента инерции, обычно, значительно меньше θ_0 его постоянной части и можно записать

$$\theta = \theta_0 [1 + \varepsilon \cdot h(\varphi)], \quad (4)$$

где $h(\varphi)$ - периодическая функция $\dot{\varphi}$ с периодом 2π ;

ε - параметр малой величины.

Момент сил сопротивления обычно имеет ту же структуру: основную не периодическую часть $M_{c0}(\dot{\varphi})$ и значительно меньшую периодическую составляющую M_{c1} , то есть

$$M_c(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = M_{c0}(\dot{\varphi}) + \varepsilon \cdot M_{c1}(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}). \quad (5)$$

Используя уравнения (4) и (5) в место уравнения (3) получаем уравнение:

$$T\ddot{\varphi} + \left[1 + \frac{T}{\theta_0} \cdot \frac{dM_d(\dot{\varphi})}{d\dot{\varphi}} \right] \ddot{\varphi} + \frac{M_{c1}(\dot{\varphi}) - M(\dot{\varphi})}{\theta_0} = -\varepsilon \left\{ h\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \frac{dh}{d\varphi} + \frac{M_{c1}}{\theta_0} + T \left[h\ddot{\varphi} + 2\dot{\varphi}\ddot{\varphi} \cdot \frac{dh}{d\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^3 \frac{dh^2}{d\varphi^2} + \frac{1}{\theta_0} \cdot \left(\frac{\partial M_{1c}}{\partial \varphi} \cdot \dot{\varphi} + \frac{\partial M_{c1}}{\partial \dot{\varphi}} \cdot \ddot{\varphi} + \frac{\partial M_{1c}}{\partial \ddot{\varphi}} \cdot \ddot{\varphi} \right) \right] \right\}. \quad (6)$$

При построении решения не линейного дифференциального уравнения (6) исходим из физических представлений о поведении системы. В случае линейных M_0 , $M(\dot{\varphi})$ и $\varepsilon = 0$, в установившемся режиме движения $\dot{\varphi} = v = Const$. Поэтому, в общем случае, следуя асимптотическому методу [5], решение уравнения (6) запишем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= v + \varepsilon \cdot v_1(v_1\varphi) + \varepsilon^2 \dots \\ \frac{dv}{dt} &= \varepsilon \cdot c_1(v) + \varepsilon^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Средняя за период угловая скорость звена приведения ν определяется уравнением:

$$\frac{d\nu}{dt} = 0 \quad (8)$$

Для однозначности определения функций V_i принимаем следующее: постоянные составляющие в составе V_i отсутствуют.

Рассматривая выражение (7) как замену переменных в уравнении (6), сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε и учитывая требования, наложенные на V_i , в улучшенном первом приближении будем иметь:

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{M(\nu) - M_{c_0}(\nu)}{\theta_0 + T \cdot M'_{c_0}(\nu)} \quad (9)$$

$$T \cdot \nu^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial \varphi^2} + \left[1 + \frac{T M'_{c_0}(\nu)}{\theta_0} \right] \cdot \nu \frac{\partial V_1}{\partial \varphi} + \frac{M'_{c_0}(\nu) - M'(\nu)}{\theta} \cdot V_1 =$$

$$= \left\{ \frac{1}{\theta_0} \cdot \left[M_{c_1}(\varphi, \nu, 0) + \nu T \cdot \frac{\partial M_{c_1}(\varphi, \nu, 0)}{\partial \varphi} \right] + \frac{\nu^2}{2} \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(h + \nu T \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right) \right\}, \quad (10)$$

где штрихом обозначено дифференцирование по ν .

В качестве примера рассмотрим динамику вибротранспортного конвейера с жестким эксцентриковым приводом (рис.1).

В таких конвейерах на практике обычно принимается эксцентритет $r \ll \ell$ длины шатуна и по этому перемещение рабочего органа

$$x \cong r \cdot \sin \varphi \quad (11)$$

где m - масса рабочего органа, c - жесткость упругой связи, r - эксцентритет (кривошип), ℓ - длина шатуна (масса шатуна размещена в точках А и В).

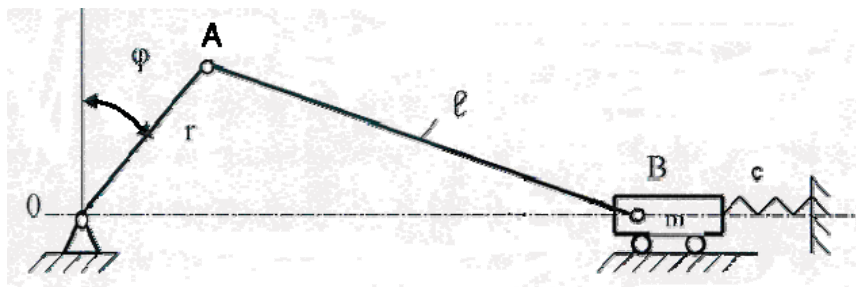


Рисунок 1 - Вибротранспортный конвейер

Имея ввиду, что вращающиеся массы уравновешены, запишем кинетическую энергию T_K , потенциальную энергию Π и функцию сил сопротивления Φ :

$$\left. \begin{aligned} T_k &= \frac{1}{2} [\theta_1 \dot{\varphi}^2] + m(r\dot{\varphi} \cdot \cos \varphi)^2, \\ \Pi &= \frac{1}{2} C(r \cdot \sin \varphi)^2, \\ \Phi &= \frac{1}{2} \alpha (r\dot{\varphi} \cdot \cos \varphi)^2, \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где α - суммарный коэффициент не упругих сопротивлений.

Трением в подшипниках пренебрегаем, так как жесткость упругой связи выбирается с таким расчетом, чтобы при установившемся режиме движения шатун разгрузался от динамических сил.

Используя уравнение Лагранжа второго рода, получим уравнение [1], в котором:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \frac{1}{2} mr^2 \cos 2\varphi, \\ \theta_0 &= \theta_1 + \frac{1}{2} mr^2, \\ L &= \frac{1}{2} r^2 (\alpha \dot{\varphi} + C \sin 2\varphi + \alpha \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В соответствии с выражениями (4) и (5) имеем:

$$\left. \begin{aligned} h(\varphi) &= \frac{mr^2}{2\theta_0} \cdot \cos 2\varphi, \\ M_{co}(\dot{\varphi}) &= \frac{1}{2} \alpha r^2 \dot{\varphi}, \\ M_{c1}(\varphi, \dot{\varphi}) &= \frac{1}{2} r^2 (C \cdot \sin 2\varphi + 2\dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Статическую характеристику электродвигателя запишем в виде:

$$M = A - B\dot{\varphi} \quad (15)$$

Теперь уравнения (9) и (10) будут иметь вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{M(v) - M_{co}(v)}{\theta_0 + \frac{1}{2} T \alpha r^2}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\theta_0 + \frac{1}{2} T \cdot \alpha r^2}{\theta_0 \cdot TV} \cdot \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{B + \frac{1}{2} \alpha \cdot r^2}{\theta_0 TV^2} = - \frac{rQ \sqrt{1 + (2TV^2)}}{2\theta_0 \cdot TV^2} \cdot \sin(2\varphi + \beta),$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= r \cdot \sqrt{(C - mv^2)^2 + (\alpha v)^2}, \\ \text{где} \quad \operatorname{tg} \beta &= \frac{2TV(C - mv^2) + \alpha v}{(C - mv^2) - 2T\alpha v^2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Не трудно заметить, что Q представляет силу, действующую на шатун, и что эта сила будет минимальной при $C = mv^2$.

Для стационарных режимов движения согласно уравнению (8) и первого уравнения (16) получим выражение для определения среднего значения угловой скорости звена приведения

$$A - Bv = \frac{1}{2} \alpha r^2 v \quad (18)$$

при этом среднее значение момента сил сопротивления

$$M_c = \frac{1}{2} \alpha r^2 v \quad (19)$$

После получения частного решения второго из уравнений (16) и подстановки его в первое уравнение (7) получим выражение для угловой скорости

$$\frac{d\varphi}{dt} = V - \frac{rQ\sqrt{1 + (2TV)^2} (2\varphi + \beta - \beta_1)}{2 \cdot \sqrt{\left(B + \frac{1}{2} \alpha r^2 - 4\theta_0 TV^2\right)^2 + 4v^2 \left(\theta_0 + \frac{1}{2} \alpha \cdot r^2 T\right)^2}} \quad (20)$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{2V \left(\theta_0 + \frac{1}{2} \cdot T \alpha r^2\right)}{B + \frac{1}{2} \cdot \alpha r^2 - 4\theta_0 TV^2} \quad (21)$$

В системе возможен электромеханический резонанс при

$$V^2 = \frac{B + \frac{1}{2} \alpha r^2}{4\theta T}, \quad (22)$$

Момент двигателя, так же как и угловую скорость будем искать в виде:

$$M = M_0 + \varepsilon M_1(\varphi) + \dots \quad (23)$$

После подстановки выражения (23) в уравнение (2) получим в первом приближении

$$M_0 = M_c = \frac{1}{2} \cdot \alpha r^2 v, \quad (24)$$

$$TV \frac{dM_1}{d\varphi} + M_1 = -BV_1. \quad (25)$$

Имея в виду, что второе слагаемое в правой части выражения (20) есть v_1 , получаем частное решение уравнения (25) и после подстановки его в формулу (23) получим:

$$M = M_c + \frac{Br \cdot Q \sin(2\varphi + \beta)}{2\sqrt{\left(B + \frac{1}{2}ar^2 - 4\theta_0TV^2\right)^2 + 4v^2\left(\theta_0 + \frac{1}{2}Tcr^2\right)^2}}, \quad (26)$$

Следует отметить, что при $\theta = Const$ и $M_c = M_{co} + \frac{1}{2}Cr^2 \cdot \sin 2vt$ (то есть когда силы сопротивления зависят от времени) из формулы (26) получается

$$M = M_{co} + \frac{\frac{1}{2}Cr^2 \sin(2vt + \beta)}{\sqrt{(1 - 4T_M T \cdot V^2)^2 + (2V \cdot T_M)^2}}, T_M = \frac{\theta}{B},$$

что в точности совпадает с результатом, приведенным в работе [2].

Выводы. Полученные в статье результаты позволяют (с достаточной для практики точностью) определять динамические нагрузки в приводном механизме вибрационного конвейера, в зависимости от изменения сил сопротивления и приведенного момента инерции масс звеньев в функции угла поворота кривошипа. Приведенный метод может быть использован при изучении динамики вибротранспортных машин с жестким эксцентриковым приводным механизмом и ряда других машин с кривошипными и кулисными механизмами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейц В.Л., Кочура А. Е. Динамические расчеты приводов машин. Л.: Машиностроение, 1971.- 352 с.
2. Попов В. И., Локтев В. И. Динамика станков. Киев: Техника, 1975. – 135 с.
3. Спиваковский А.О., Дьячков В.К. Транспортирующие машины. М.: Машиностроение, 1983. – 487 с.
4. Озол О.Г. Теория механизмов и машин. М.: Наука 1984. – 432 с.
5. Зельдович Я.Б., Мышкин А.Д. Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1967. - 646С.

Получено 01.02.2009г.