## СИСТЕМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

УДК 621.01

И.К. Косько, Г.И. Сокол, Е.В. Горбенко

# К РАСЧЕТУ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ШАССИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

### Введение

В настоящее время колебания приобретают особое значение в связи с бурным ростом мощностей машин, скоростей движения их механизмов, обеспечением устойчивости и управляемости систем. Колебания чрезвычайно опасны, когда возникают погрешности в работе машин и механизмов, увеличивается износ, заметно понижается надежность, появляется возможность разрушений и аварий.

Составление методик для расчета колебаний различных объектов машиностроения, приборостроения, транспорта, правильная оценка их воздействия, экспериментальные исследования параметров колебаний и правильное толкование результатов измерений – это навыки, характеризующие качества современного квалифицированного инженера. Поэтому актуальность темы сомнений не вызывает.

В [1] рассмотрены характеристики демпфирования колебаний, методы их определения и экспериментального исследования, влияние эксплуатационных факторов на демпфирующие свойства конструкционных материалов.

В [2] описываются колебания ориентирующихся колес самолета-шимми. Рассматривается колебательная система «колесо-стойка шасси». В момент касания летательного аппарата поверхности посадочной полосы аэродрома колебания следует рассматривать в неустановившемся режиме, то есть как при переходном процессе. Но в [2] лишь определен коэффициент вязкого трения демпфера шимми. Резкое увеличение амплитуды колебаний в результате наличия динамической добавки не учтено.

©Косько И.К., Сокол Г.И., Горбенко Е.В., 2009

 ISSN 1562-9945

Литвинов А.П. и Юдин С.П. [3] установили, что линейный осциллятор в отсутствии диссипативных сил совершает гармонические колебания с циклической частотой, амплитуда убывает быстрее, чем при затухающих колебаниях. В работе не рассмотрен переходной режим работы.

В [4] отмечено, что на прочность ракет и космических аппаратов (КА) влияют динамические нагрузки, возникающие при переходных процессах с быстроменяющимися внешними воздействиями. Для ракето-космического носителя (РКН) «Зенит-3SL» рассмотрен переходной процесс старта. Получена хорошая сходимость расчетных и экспериментальных параметров.

В [5] И.К. Косько рассмотрел колебания при переходных процессах в машинах. В работе любой машины выделяется три периода, а именно: период пуска или разгона, период установившего движения и период торможения [6]. К переходным процессам относят период разгона и торможения машины. Переходной процесс – это изменение во времени координат динамических систем, возникающих при переходе из одного режима работы в другой. Длительный период во времени – это период установившегося движения, а время пуска и торможения машин измеряется секундами или их долями [5, 6, 7]. Воспринимаемые усилия отдельными звеньями машин в эти три периода работы различны и в период неустановившегося движения могут превышать усилия, действующие при установившемся режиме работы. Поэтому возникла необходимость в проверке на прочность деталей машин в период неустановившегося режима, а также и в выяснение воздействия пиковых нагрузок на организмы рабочих, шахтеров, летчиков и космонавтов.

В [7] переходные процессы в крутильной системе линии главного привода прокатных станов обусловленные захватом полосы валками, характеризуют следующий информативные параметры: максимальный пиковый момент сил упругости, коэффициент динамичности, частота и период колебаний моментов сил упругости, коэффициент затухания. В большинстве типов прокатных станов длительность переходных процессов существенно меньше цикла прокатки одной полосы в установившемся режиме.

В [5, 6, 7] для характеристики переходных режимов введены коэффициенты, которые представляют собой отношение

динамической добавки, производимой внешними возмущающими моментами к статическому действию. Коэффициент фактически характеризует динамическое воздействие внешних возмущающих нагрузок. Предложенный метод позволяет определить действительные нагрузки, воспринимаемые упругими звеньями во время переходного режима работы.

Рассмотрим методику для расчета динамических нагрузок, возникающие при посадке самолета, разработанную профессором И.К. Косько [5]. Она крайне необходима для проведения прочностных расчетов и определения воздействия пиковых нагрузок на летчика.

**Целью** настоящей работы является исследование переходных процессов в колебательном режиме при посадке летательного аппарата.

**Постановка задачи**

Расчетная схема механической системы может быть упрощенно представлена в виде (рис. 1)

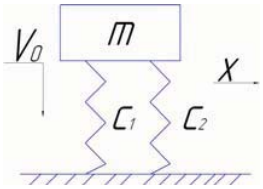


Рисунок 1

Схема позволяет провести расчет коэффициента динамичности $\eta$, который равен

$$\eta = \frac{P_{дин}}{P_{ст}},$$

где $P_{дин}$ – динамическая составляющая,
$P_{ст}$ – статическая составляющая.

**Математическая модель и метод расчета**

Рассмотрим силы, действующие на самолет во время приземления с вертикальной скоростью V0 (рис. 1). На рисунке обозначено: x – деформация шасси или отклонение массы m от положения равновесия; c1 и c2 – жесткости пружин шасси.

Сила упругости P1,2 зависит от отклонения x и жесткости c

$$P_{1,2} = -cx,$$

Вынуждающие силы отсутствуют, следовательно, колебания системы будут затухающими.

 ISSN 1562-9945

Составляем дифференциальное уравнение движения массы m

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = mg, \qquad (1)$$

где b – коэффициент демпфирования, g – ускорение свободного падения.

Разделив все члены уравнения (1) на массу m, получим

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0{}^2 x = g, \qquad (2)$$

где

$$2h = \frac{b}{m}, \quad \omega_0{}^2 = \frac{c}{m},$$

где h – коэффициент затухания.

Для интегрирования дифференциального уравнения (2) применяем операционное исчисление.

Изображение уравнения (2):

$$p^2 X(p) + 2hpX(p) + \omega_0{}^2 X(p) = \frac{g}{p}.$$

$$X(p)\left[p^2 + 2hp + \omega_0{}^2\right] = \frac{g}{p}.$$

$$X(p) = \frac{g}{p(p^2 + 2hp + \omega_0{}^2)} \qquad (3)$$

Представим правую часть в виде суммы и перепишем равенство (3) как

$$\frac{g}{p(p^2 + 2hp + \omega_0{}^2)} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 2hp + \omega_0{}^2},$$

где A, B, C – коэффициенты, с помощью которых находим решение данного уравнения. Преобразуем уравнение (3) к следующему виду:

$$\begin{aligned} g &= A(p^2 + 2hp + \omega_0{}^2) + Bp^2 + Cp \\ g &= Ap^2 + 2Ahp + \omega_0{}^2 A + Bp^2 + Cp \end{aligned} \qquad (4)$$

Выбирая из уравнения (4) значения коэффициентов сначала при p2, потом при p и при p0 составляем систему (5)

$$\begin{aligned} &A + B = 0, \\ &2hA + C = 0, \\ &\omega_0{}^2 A = g. \end{aligned} \qquad (5)$$

Из (5) получаем выражения для коэффициентов A, B, C:

$$A = \frac{g}{\omega_0{}^2}, B = -\frac{g}{\omega_0{}^2}, C = -\frac{2hg}{\omega_0{}^2}$$

Используем вид коэффициентов A, B, C и преобразуем (3) к виду:

$$X(p)=\frac{g}{p(p^2+2hp+\omega_0{}^2)}=\frac{q}{\omega_0{}^2}\bullet\frac{1}{p}-\frac{q\bullet p}{b^2(p^2+2hp+\omega_0{}^2)}-\frac{2hg}{\omega_0{}^2}\bullet\frac{1}{(p^2+2hp+\omega_0{}^2)}$$

По таблице соответствия оригиналов и изображений находим решение уравнения (2) в виде

$$x=\frac{q}{\omega_0{}^2}-\frac{q}{\omega_0{}^2}\bullet e^{-ht}(\cos\sqrt{\omega_0{}^2-h^2t}-\frac{h}{\sqrt{\omega^2-h^2}}\sin\sqrt{\omega_0{}^2-h^2t})-$$

$$-\frac{2hg}{\omega_0{}^2}\bullet\frac{1}{\sqrt{\omega_0{}^2-h^2}}\bullet e^{-ht}\bullet\sin\sqrt{\omega_0{}^2-h^2t}.$$

Введем обозначение $\sqrt{\omega_0{}^2-h^2}=\omega$, где $\omega$ - круговая частота затухающих колебаний. Тогда получим решение для x в виде

$$x=\frac{g}{\omega_0{}^2}\left[1-e^{-ht}(\cos\omega t+\frac{h}{\omega}\sin\omega t)\right]. \qquad (6)$$

Умножив обе части выражения (6) на c, получим

$$P_{1,2}=mg\left[1-e^{-ht}(\cos\omega t+\frac{h}{\omega}\sin\omega t)\right]. \qquad (7)$$

Это выражение описывает силу упругости P1,2, которая представляет собой сумму статической P1,2ст и динамической P1,2дин составляющих, зависящих от времени

$$P_{1,2}=P_{1,2ст}+P_{1,2дин}$$

Здесь

$$P_{1,2ст}=mg,$$

$$P_{1,2дин}=-mg\bullet e^{-ht}(\cos\omega t+\frac{h}{\omega}\sin\omega t)$$

**Результаты расчета**

При малом значении коэффициента затухания h>$\omega_0$ считаем, что $h=0{,}2\omega$, $\omega=0{,}98$. Массу самолета примем равной 1500кг, длину пружины l=0,5м, диаметр пружины d=7см. Модуль упругости первого рода для пружины $E=0{,}7\bullet10^6 кг/см^2$. Рассчитаем жесткость пружины $C_1=C_2=\frac{EF}{l}=\frac{E\pi d^2}{4l}$. Приведенная жесткость всей механической системы равна C=C1+C2 (см. рис.1).

 ISSN 1562-9945

Тогда изменение силы упругости P1,2(t) получаем в следующем виде:

$$P_{1,2} = mg\left[1 - e^{-2,68t}(\cos\omega t + 0,2\sin\omega t)\right]. \quad (8)$$

Введем коэффициент $\lambda = \frac{t_1}{T/2}$, где $T = \frac{2\pi}{\omega}$ - период затухающих колебаний, t1 - время нагружения кратковременной силой шасси. Имеем таблицу значений:

Таблица 1

| № | $\lambda$ | $t$ | $P_{1,2}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | *0* | *0* | *0* |
| 2 | *0.5* | *1.603* | *1.2mg* |
| 3 | *1* | *3.206* | *1.533mg* |
| 4 | *1.5* | *4.809* | *0.8mg* |
| 5 | *2* | *6.411* | *0.715mg* |
| 6 | *2.5* | *8.014* | *1.2mg* |
| 7 | *3* | *9.617* | *1.152mg* |
| 8 | *3.5* | *11.22* | *0.8mg* |
| 9 | *4* | *12.823* | *0.919mg* |
| 10 | *4.5* | *14.426* | *1.2mg* |
| 11 | *5* | *16.029* | *1.043mg* |
| 12 | *5.5* | *17.631* | *0.8mg* |
| 13 | *6* | *19.234* | *0.977mg* |
| 14 | *6.5* | *20.837* | *1.2mg* |
| 15 | *7* | *22.44* | *1.012mg* |
| 16 | *7.5* | *24.043* | *0.8mg* |
| 17 | *8* | *25.646* | *0.994mg* |
| 18 | *8.5* | *27.249* | *1.2mg* |
| 19 | *9* | *28.851* | *1.004mg* |
| 20 | *9.5* | *30.454* | *0.8mg* |
| 21 | *10* | *32.057* | *0.998mg* |

Оценку динамических нагрузок во время посадки самолета производим используя коэффициент динамичности $\eta$:

$$\eta = \frac{P_{1,2}}{P_{1,2cm}} = \frac{P_{1,2}}{mg},$$

Тогда рассчитав значения $\eta$, в программе MathCAD можно построить график:

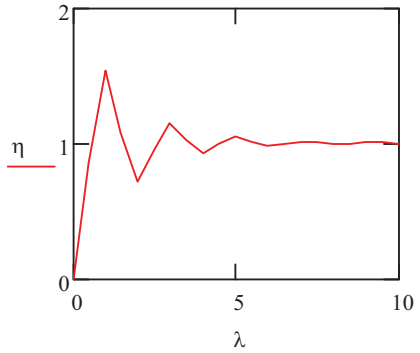


Рисунок 2

Из графика видно, что коэффициент динамичности $\eta$ имеет максимальное значение при $\lambda = 1{,}36$. Максимумы его значения от $\lambda = 0$ до $\lambda = 5$ постепенно затухают. Следовательно, наиболее опасным моментом с точки зрения наличия пиковых нагрузок является переходной режим.

Расчеты проводим с помощью программы MathCAD. Тогда несложно проследить, как будет вести себя динамическая составляющая силы P1,2дин при изменении круговой частоты механической системы $\omega$. Составим таблицу значений P1,2дин и $\omega$:

Таблица 2

| $t$ | $P_{1,2дин}$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 0.5 | 1.2mg |
| 1 | 1.533mg |
| 1.5 | 0.8mg |
| 2 | 0.715mg |
| 2.5 | 1.2mg |
| 3 | 1.152mg |
| 3.5 | 0.8mg |
| 4 | 0.919mg |
| 4.5 | 1.2mg |
| 5 | 1.043mg |
| 5.5 | 0.8mg |
| 6 | 0.977mg |
| 6.5 | 1.2mg |

 ISSN 1562-9945

| | |
|---|---|
| *7* | *1.012mg* |
| *7.5* | *0.8mg* |
| *8* | *0.994mg* |
| *8.5* | *1.2mg* |
| *9* | *1.004mg* |
| *9.5* | *0.8mg* |
| *10* | *0.998mg* |

На рис. 3 представлен график P1,2дин (t):

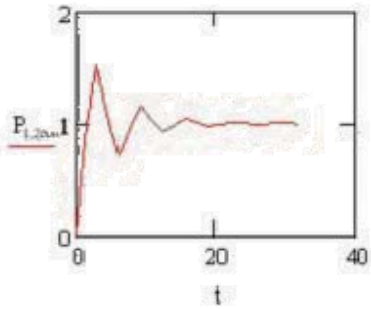


Рисунок 3

Из графика видно, что наиболее нагруженным является переходной режим при $0 \le t \le 20 сек$. В это время динамическая составляющая сил упругости имеет резкие пиковые значения, которые при $t \ge 20 сек$ начинают затухать.

**Выводы**

1. Разработана методика расчета характеристик колебаний при посадке летательного аппарата во время переходного процесса.

2. Рассчитаны коэффициент динамичности $\eta$ и $\lambda$.

3. Получен результат коэффициента динамичности $\eta$, которые имеет максимальное значение при $\lambda = 1{,}36$. Максимумы его значения от $\lambda = 0$ до $\lambda = 5$ постепенно затухают. Следовательно, наиболее опасным моментом с точки зрения наличия пиковых нагрузок является переходной режим.

4. Было установлено, что наиболее нагруженным является переходной режим при $0 \le t \le 20 сек$. В это время динамическая составляющая сил упругости имеет резкие пиковые значения, которые при $t \ge 20 сек$ начинают затухать.

5. Динамическая добавка силы $P_{1,2дин}$ изменятся в зависимости от круговой частоты колебаний механической системы и носит колебательный характер с затуханием.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев, В.В. Демпфирование колебаний деформируемых тел. – Киев: Наук. Думка, 1985. – 264 с.
2. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1980. – Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. 1980. – 544 с.
3. Литвинов А.П., Юдин С.П. Линейный осциллятор при наличии диссипативных сил / XI Міжнародна молодіжна НПК «Людина і Космос», 8-10 квітня 2009 р., Дніпропетровськ: Збірник Тез. – Д.: НЦ АОМ, 2009. - С. 292.
4. Таран О.А., Арлекинов О.Э. Математическое моделирование РКН «Зенит-3SL» при старте со стартовой пусковой платформы / XI Міжнародна молодіжна НПК «Людина і Космос», 8-10 квітня 2009 р., Дніпропетровськ: Збірник Тез. – Д.: НЦ АОМ, 2009. - С. 306.
5. Косько, И.К. Динамика переходных процессов. – Д.: ДНУ, – 1988. – 64 с.
6. Крайнев, А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. – М: Машиностроение. – 1981. – 227 с.
7. Веренев, В.В. Диагностика и динамика прокатных станов. – Днепропетровск: ИМА – пресс, 2007. – 144 с.

Получено 10.02.2009г.

 ISSN 1562-9945