

УДК 519.7

Д.А Крушинський

**ОПТИМІЗАЦІЯ ПОВЕДІНКИ ПІШОХОДА У КЛІТИННО-АВТОМАТНИХ МОДЕЛЯХ РУХУ НАТОВПУ**

**1 Вступ.** Рух натовпів пішоходів являє собою досить складний процес, що відбувається у просторово-часовій області і може включати в себе різноманітні явища [1], [2] від однорідного спрямованого руху до осциляцій (як щільності розташування пішоходів, так і напрямку руху) та ударних хвиль і до хаотичної поведінки на деяких ділянках. Ця складність зумовлена кількома факторами, першим з яких є наявність значної кількості взаємодіючих «агентів». Різними дослідниками (див. напр. [3]) було показано, що навіть системи з простою регулярною структурою та простими правилами взаємодії своїх складових можуть мати поведінку довільної складності. Другим фактором є складність поведінки кожного окремого пішохода, який може приймати рішення щодо вибору напрямку руху виходячи зі своїх поточних міркувань, досвіду, спостереження за поведінкою оточуючих («колективний розум»), і т. ін. Нарешті, на натовп впливають різноманітні зовнішні фактори, які, зазвичай, неможливо передбачити; особливо це має місце під час надзвичайних ситуацій.

Через таку складність поведінки натовпу пішоходів, а також через її просторову розподіленість, класичні математичні методи виявляються досить неефективним засобом опису таких систем. Тому було запропоновано моделювати поведінку натовпу засобами клітинних автоматів (КА) [4]. Цей підхід виявився досить перспективним [5], зокрема завдяки подібності просторової структури КА до розподіленої у просторі структури об'єкту моделювання, універсальності КА (здатності моделювати поведінку довільної складності), ефективності у обчисленнях (на відміну від інших розподілених систем, таких як штучні нейромережі (ШНМ), локальність зв'язків у КА дозволяє досить ефективно обчислювати наступні стани), а також зручності візуалізації. При цьому КА моделі, зазвичай, є мікроскопічними, тобто моделюється кожен

© Крушинський Д.А, 2009

пішохід (на відміну від макроскопічних моделей де моделюються деякі узагальнені характеристики, напр. щільність), якому відповідає окрема клітина. Отже, сутність побудови КА моделі руху натовпу полягає у підборі таких правил взаємодії клітин, які б забезпечували відповідність поведінки модельного натовпу поведінці реальних груп людей. Справа в тому, що навіть у достатньо простих КА моделях виникають складні явища притаманні натовпам пішоходів, однак часові масштаби цих явищ не співпадають. Наприклад, якщо розглядати задачу евакуації скінченої кількості пішоходів з деякого приміщення, реальні пішоходи зазвичай роблять це у рази швидше ніж їх модельні аналоги. Тому виникає потреба в ускладненні моделі пішохода в межах клітинного автомата, що має призвести до оптимізації його поведінки.

Базовою властивістю класичного КА є локальність всіх взаємодій, як просторова (кожна клітина взаємодіє лише з найближчими сусідами), так і часова (наступний стан системи визначається тільки поточним станом). Однак, припущення щодо локальності не завжди є справедливим коли мова йде про поведінку реальних груп пішоходів, які можуть отримувати інформацію про ситуацію поза межами їх безпосереднього околу (візуально або через систему оповіщення), а також на основі цієї інформації прогнозувати розвиток ситуації на декілька кроків вперед. Отже наступним кроком в оптимізації моделі пішохода є її «де-локалізація», тобто побудова такої системи, яка б займала проміжкове місце між повністю локалізованою системою (такою як КА) та повнозв'язною системою (такою як ШНМ).

**2 Короткий опис базової моделі.** Нижче наведено короткий опис моделі на основі якої було проведено подальше удосконалення. В основі базової моделі лежить клітинний автомат, дискретний у просторі та часі. Таким чином, модель є:

- мікроскопічною: кожному пішоходу відповідає окрема клітина;
- стохастичною: правила переходу автомата містять випадкові величини;
- дискретною у просторі та часі.

Модель заснована на наступних основних припущеннях:

- динаміка руху пішоходів може бути описана за допомогою КА;

- глобальний маршрут попередньо заданий;
- поведінка пішоходів має раціональний характер;
- жорстка конкуренція відсутня, тобто учасники руху не травмують один одного;
- індивідуальні відмінності можна представити за допомогою параметрів, що впливають на поведінку.

Клітинний автомат складається з двох шарів (див. Рис.1). Перший шар – шар даних, що містить інформацію про розташування пішоходів та перешкод. Потужність простору станів кожної клітини тут дорівнює 3: «вільна», «перешкода», «пішохід». Кожній клітині цього шару можна однозначно співставити вектор її координат  $X \in Z_2$ ,  $X=(x_1, x_2)$ . Також можна ввести метрику  $\mu(\cdot, \cdot): Z_2 \times Z_2 \rightarrow Z$ ,  $\mu(X, Y)=|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$ .

Другий шар містить векторне поле напрямків і відображає інформацію про глобальний маршрут. Це поле напрямків підібране таким чином, що мінімізувати час евакуації (довжину шляху) одиночного пішохода. Якщо в деякій точці існує декілька альтернатив, вважають що пішохід обирає одну з них з однаковими ймовірностями.

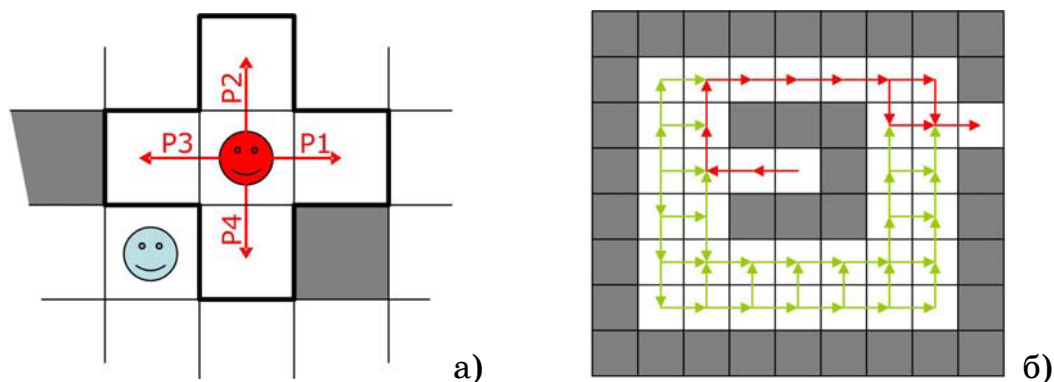


Рисунок 1 - Структура базової моделі

На кожному кроці для пішохода розраховуються імовірності зміщення у всіх чотирьох напрямках із врахуванням наступних принципів:

- якщо в деякому напрямку клітина зайнята (перешкодою або іншим пішоходом), відповідна імовірність дорівнює 0;
- пішохід намагається притримуватись глобального маршруту, тобто рухатися вздовж наперед заданих напрямків (див. Рис.1 б).

На кожному кроці порядок руху пішоходів обирається випадковим чином. Пішоходи мають різну максимальну швидкість руху ( $v_i$ ). Для того, щоб реалізувати різницю в цих швидкостях, крок розбивається на  $v_{\max} = \max(v_i)$  підкроків  $t_0..t_{v_{\max}}$  і на кожному  $t_k$  якщо  $v_i < v_{\max}$  то пішохід намагається зміститися, у протилежному випадку він залишається на місці.

**3 «Передбачливі» пішоходи.** На основі описаної вище базової моделі, можливо побудувати антисипуючого пішохода, спроможного передбачати розвиток ситуації у своєму безпосередньому околі і використовувати ці знання для оптимізації деякої характеристики натовпу, у розглянутих нижче прикладах – часу евакуації.

Як було вказано в п.2, на кожному кроці для пішохода розраховуються імовірності його зміщення ( $P_k$ ,  $k=1..4$ ), котрі залежать тільки від поточного розташування перешкод у його безпосередньому околі. Саме через ці величини можливо ввести антисипацію у модель. Припустимо, що пішоходи прагнуть уникати зіткнень між собою, тобто пішохід намагається не потрапляти в деяку клітину свого околу, якщо у наступний момент часу вона буде зайнята (відповідно до його прогнозу) іншим пішоходом. Відповідно до цієї схеми імовірності можливо виправити, наприклад, наступним чином:

$$P_k \rightarrow P_k \cdot (1 - \alpha \cdot P_{k,z}) \quad (1)$$

де  $P_{k,z}$  – імовірність того, що  $k$ -а клітина з околу буде зайнята на наступному кроці одним із сусідів. Природно, що величини  $P_k$  підлягають нормуванню, оскільки їх сума повинна дорівнювати 1 (якщо хоча б одна з цих імовірностей більше 0). Слід зазначити, що при такому способі реалізації антисипації всі пішоходи є рівноправними і при  $\alpha=1$  може виникнути ситуація коли два пішоходи, намагаючись пропустити один іншого, залишаться нерухомими і будуть заважати руху всього натовпу. Повністю уникнути цього можливо лише обираючи значення параметра меншими за 1, однак, кількість таких блокувань можливо також зменшити шляхом надання одним пішоходам переваг перед іншими. Найбільш природним шляхом в цьому напрямку є надання переваги більш швидким пішоходам, тобто імовірності зміщення будуть мати наступний вигляд:

$$P_k \rightarrow P_k \cdot (1 - \alpha \cdot (1 - \frac{v}{v_{\max}}) \cdot P_{k,z}) \quad (2)$$

При такій поправці найбільш швидкі учасники руху ( $v=v_{\max}$ ) нікого не пропускають, однак їх можна зробити більш «ввічливими» підставивши у (2) замість  $v_{\max}$  дещо більше значення.

Як було вказано вище, антисипація нерозривно пов'язана зі спроможністю прогнозувати стан системи, тому залишається відкритим питання про методи побудови пішоходами прогнозу, іншими словами – про методи обчислення імовірностей  $P_{k,z}$ . Було розглянуто два варіанти. Перший – прогнозування, що базується на спостереженнях – базується на гіпотезі про збереження пішоходами напрямку свого руху: «іду куди дивлюсь, дивлюсь куди йду». При цьому  $P_{k,z}$  можна вважати пропорційною кількості пішоходів, що рухаються («дивляться») в сторону  $k$ -ї клітини:

$$P_{k,z} = \frac{m}{M}, \quad (3)$$

де  $m$  - кількість пішоходів, що прямують в  $k$ -у клітину;

$M = \langle \text{кількість клітин в околі} \rangle - 1$ , в даному випадку  $M = 3$ .

Такий метод є найбільш простим та природним і, в той же час, найменш точним, оскільки прийнятність гіпотези про збереження напрямку руху суттєво залежить від геометричних властивостей конкретної задачі (плану приміщення, тощо). Тому було розглянуто другий метод – прогнозування, що базується на моделі пішохода. В цьому випадку кожен пішохід для кожної клітини зі свого околу обчислює  $P_k$  її сусідів (крім себе самого) і шукана імовірність має вигляд:

$$P_{k,z} = \sum_{i=1}^3 P_i - \sum_{i \neq j} P_i P_j + \sum_{i \neq j, j \neq k} P_i P_j P_k = \sum_{i=1}^3 P_i - \sum_{i \neq j} P_i P_j + \prod_{i=1}^3 P_i \quad (4)$$

Неважко зрозуміти, що такий підхід забезпечує більш точне визначення  $P_{k,z}$ , хоча є дещо штучним, оскільки для його реалізації кожен учасник руху повинен знати модель поведінки своїх сусідів, що накладає певні обмеження на гнучкість всієї КА моделі.

З усіма описаними вище варіантами моделі пішохода було проведено чисельні експерименти, результати яких дозволяють зробити висновки про адекватність запропонованих підходів. На Рис.2 наведено чотири криві, що відповідають можливим комбінаціям підходів до запровадження антисипації та методів

обчислення прогнозованих значень  $P_{k,3}$ . Криві перетинаються в точці  $\alpha=0$ , оскільки таке значення параметра відповідає простій неантисипаційній моделі. Так, з наведеного графіку видно, що надання швидким пішоходам переваги призводить до збільшення часу евакуації, отже не є прийнятним.

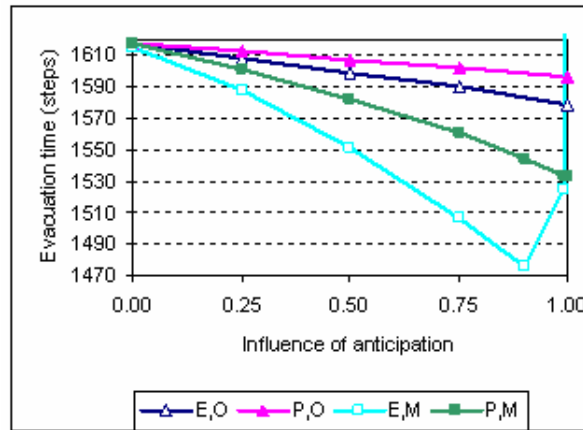


Рисунок 2 - Результати чисельних експериментів (E/P – рівноправність/перевага швидких; O/M – передбачення, що базується на спостереженнях/моделі)

Зокрема, з наведеного графіку видно, що надання швидким пішоходам переваги призводить до збільшення часу евакуації, отже не є прийнятним. З іншого боку, чим точніше розраховуються поправки у  $P_k$  (нижня крива на Рис.2), тим швидше відбувається евакуація, що свідчить про адекватність самого підходу до запровадження антисипації у модель. Також нижня крива, що стрімко зростає в околі  $\alpha=1$ , демонструє описаний вище ефект, коли пішоходи, намагаючись пропустити один іншого, гальмують рух всього натовпу.

4 «Де-локалізація» у просторі. В п.3 було розглянуто випадок, коли антисипуючий пішохід будував прогноз на основі поведінкової моделі своїх сусідів. Суттєвим є те, що остання була звичайною неантисипаційною моделлю. Звідси виникає бажання уточнити прогноз за рахунок використання антисипаційної моделі сусідів. При цьому для кожного з них (в межах околу радіуса 2) виконується процедура описана в п.3 для цільового пішохода: розрахунок імовірностей  $P_k$ , розрахунок  $P_{k,3}$  (р-ня 4) та коригування  $P_k$  (р-ня 1). Неважко помітити, що при розрахунку  $P_{k,3}$  використовуються клітини розташовані на відстані 3 від цільового пішохода (від центру

околу). При цьому, при розрахунку  $P_{k,z}$  для пішоходів на відстані 2 від центру, для пішоходів на відстані 3 використовується неантисипаційна модель. Якщо для останніх теж використовувати антисипаційну модель, у розрахунки залучаються пішоходи на відстані 4. Таким чином, під час уточнення прогнозу шляхом врахування антисипаційної моделі все більш віддалених пішоходів окіл розширюється, поки не накриє все поле автомата (Рис.3).

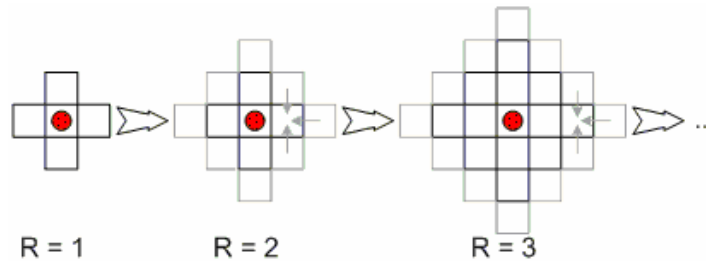


Рисунок 3 - Розширення околу через використання антисипаційної моделі сусідів

Вочевидь, цей процес розширення околу необхідно на деякому кроці перервати, що зумовлено двома причинами (теоретичною та обчислювально-практичною):

- по-перше, з кожним кроком втрачається просторова локалізація моделі, що протирічить гіпотезі про локальну інформованість пішоходів (пішохід не знає що відбувається за межами його деякого околу);

- по-друге, з розширенням околу зростає обчислювальна складність моделі, що становить  $O(R^2)$  для околу радіуса  $R$ .

Таким чином, радіус околу необхідно обмежити деякою фіксованою величиною, шляхом зміни значення якої можна моделювати різну степінь інформованості пішоходів. З точки зору моделі це можна інтерпретувати наступним чином: всі сусіди всередині околу визначеного радіусу вважаються антисипуючими, на межі та поза нею – неантисипуючими. З точки зору пішохода найбільш природною є така інтерпретація: всі пішоходи всередині околу та на його межі є антисипуючими, їх розташування відоме; про пішоходів поза околom нічого невідомо, вважається що їх там просто немає (в цьому випадку для пішоходів на межі околу виконується умова  $P_{k,z} = 0$ ).

Цю схему можна реалізувати за допомогою наступного ітераційного алгоритму, що пристосовано для використання в межах КА:

< ініціалізація околу: заповнення околу радіуса R навколо цільового пішохода даними з відповідної області поля автомата >

повторити N разів

{

for (всі пусті клітини){

обчислення  $P_{k,z}$ :

$$P_{k,z} = \sum_{i=1}^4 P_i - \sum_{i \neq j} P_i P_j + \sum_{i \neq j \neq k} P_i P_j P_k - \sum_{i \neq j \neq k \neq l} P_i P_j P_k P_l \quad (5)$$

}

for (всі пішоходи){

коригування  $P_k$ :

$$P'_{k,z} = \frac{P_{k,z} - P_k}{1 - P_k} \quad (6)$$

$$P_k = P_k \cdot (1 - \alpha \cdot P'_{k,z}) \quad (7)$$

}

}

Неважко зрозуміти, що при  $R=2$  та  $N=1$  отримуємо модель розглянуту в п.3 (нижня крива на Рис.2). При подальшому зростанні кількості ітерацій (N) алгоритму з'являється залежність між віддаленими пішоходами, причому легко показати, що ця залежність має обернено експоненційний характер і спадає із відстанню між пішоходами, що є досить природним. Також слід відзначити, що обирати  $N < [(R+1)/2]$  немає сенсу, оскільки інформація розповсюджується зі «швидкістю» дві клітини за ітерацію. В цей же час, теоретичними засобами неможливо виявити, чи буде подальше збільшення N мати позитивний вплив. Для відповіді на це питання було проведено ряд чисельних експериментів (див. Рис.4, 5).

Як показали результати експериментів, найбільший внесок в оптимізацію поведінки пішоходів (зменшення часу їх евакуації) роблять перші кілька ітерацій, тому на практиці значення N 5..7 забезпечують найкращий компроміс між обчислювальною складністю та ефективністю моделі.



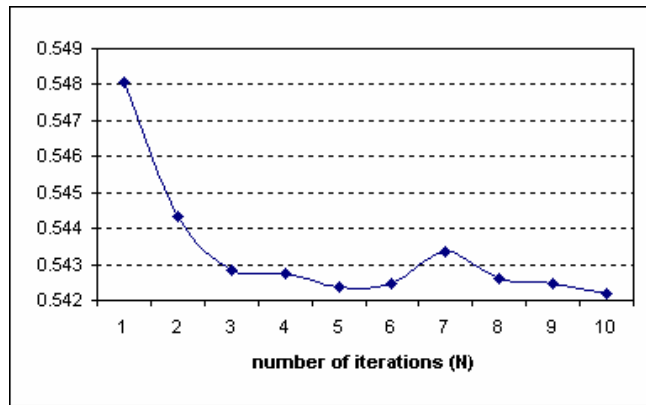


Рисунок 4 - Типова залежність часу евакуації від кількості ітерацій алгоритму (час евакуації подано у відносній шкалі, де 1.0 відповідає 150 часовим крокам)

Також було визначено залежність між  $N$  та оптимальним значенням параметра, що визначає вплив антисипації,  $\alpha$  (див. Рис.5). На Рис. 6 відображено загальний ефект від збільшення радіусу околу  $R$ .

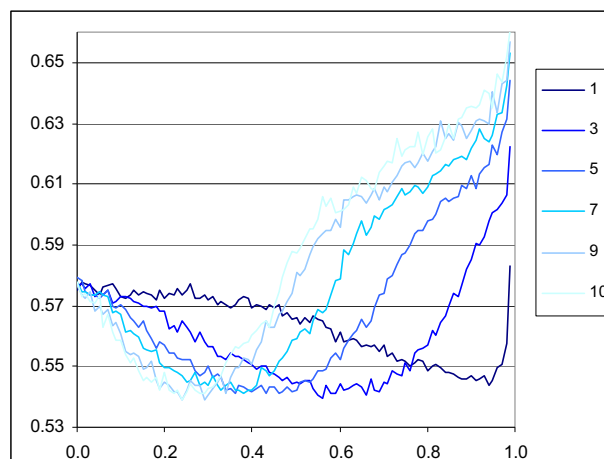


Рисунок 5 - Залежність часу евакуації від  $\alpha$  для різних значень  $N$

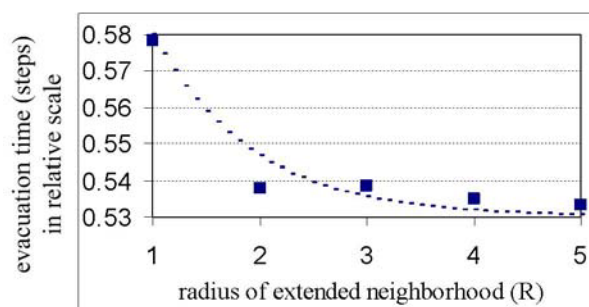


Рисунок 6 - Вплив розширення околу на час евакуації натовпу

Згідно з результатами чисельних експериментів, підвищення поінформованості пішоходів (розширення околу взаємодії) в межах вищезгаданої моделі має позитивний вплив на їх поведінку, що свідчить про адекватність запропонованого підходу. При цьому характер спадання часу евакуації добре узгоджується із обернено експоненційним характером впливу віддалених пішоходів. Загалом, просторова де-локалізація моделі дозволила оптимізувати загальні показники натовпу, отже сприяла оптимізації траєкторій руху окремих пішоходів.

Проте, кількісні зміни не є досить значними, хоча наявність у пішохода інформації про розширений окіл дозволяє проводити подальше удосконалення його поведінки, наприклад, шляхом побудови багатокрокових прогнозів. Отже, наступним кроком у оптимізації поведінки пішохода є втрата локальності моделі у часі через побудову багатокрокових прогнозів.

**5 «Де-локалізація» у часі.** Описаний у попередньому параграфі підхід дозволяє пішоходам використовувати додаткову інформацію про їх оточення в межах дещо більшого, ніж елементарний, околу радіусу  $R$  ( $R$  – вільний параметр). При цьому, у порівнянні з неантисипаційною моделлю, кожен пішохід отримує два типи додаткової інформації:

- інформацію про розташування більш віддалених сусідів;
- інформацію про модель поведінки інших пішоходів.

Неважко зрозуміти, що пішохід описаний в п.4 не використовує цю інформацію в повній мірі, оскільки прогнозує поведінку сусідів тільки на 1 крок вперед, хоча має можливість виходячи з тієї ж інформації будувати більш довгострокові прогнози, а отже знаходити більш оптимальні траєкторії руху.

Реалізувати багатокрокову антисипацію можливо різними шляхами, найбільш простий з яких – вважаючи всі варіанти розвитку подій рівноімовірними, будувати вичерпне дерево сценаріїв (висота дерева дорівнює горизонту прогнозування, кожній вершині відповідає деякий стан розширеного околу) та шукати в ньому оптимальну траєкторію (шлях від кореня до одного з листів). Однак, такий підхід має два суттєвих недоліки. По-перше, він призводить до швидкого розростання дерева сценаріїв, що робить подальшу його обробку практично неможливою; а по-друге тут ніяк не

використовується модель поведінки пішоходів. Цих недоліків можливо уникнути шляхом видалення з дерева гілок, що відповідають малоімовірним переходам, в граничному випадку – залишити в дереві тільки ті переходи, що мають максимальну імовірність. Пошук таких переходів можливо сформулювати у вигляді задачі про призначення, що є відомою задачею комбінаторної оптимізації і для якої існують ефективні методи розв'язання. Справді, є дві скінченні множини, клітин і пішоходів, кожен пішохід може перейти до однієї з не більш як чотирьох клітин або залишитися на місці (всього не більше п'яти альтернатив). Знаючи поведінкову модель пішоходів можливо знайти імовірності всіх таких переходів. Задача полягає у пошуку такої множини переходів, яка б задовольняла наступним умовам:

- 1) кожен пішохід переходить до однієї клітини (призначається одній клітині);
- 2) у кожен клітину може потрапити не більше одного пішохода;
- 3) сума імовірностей переходів повинна бути максимальною.

Побудувавши дерево сценаріїв, кожне ребро у якому відповідає розв'язку задачі про призначення, пішоходу треба якимось чином вилучити з цього дерева інформацію, яка допоможе обрати напрям руху на поточному кроці. Така інформація може мати вигляд оптимальної в певному сенсі траєкторії – простого шляху від кореня до одного з листів. Однак, цей шлях містить дещо надлишкову інформацію, оскільки пішохода цікавить більш вузьке питання: яке з ребер інцидентних кореню належить оптимальній траєкторії. Нижче розглянуто два підходи до вирішення цього питання.

**6 Пошук оптимальних шляхів в дереві сценаріїв.** Дерево сценаріїв, строго кажучи, не є деревом, оскільки його гілки (сценарії розвитку) можуть перетинатися), а являє собою орієнтований граф  $G(T)$  з деякими спеціальними властивостями:

- 1)  $G(T)$  містить одну вершину  $s$ , що не має вхідних ребер;
- 2)  $G(T)$  містить не більше  $((T+1)^2+T^2)^K$  вершин  $t_i$ , що не мають вихідних ребер і знаходяться на відстані  $T$  від вершини  $s$ ;
- 3)  $G(T)$  має пошарову організацію, вершини кожного шару не зв'язані між собою і зв'язані лише з вершинами сусіднього шару; всього шарів  $T+1$ ;

4) кожна вершина, крім  $s$ , має не менше одного і не більше  $5^K$  вхідних ребер;

5) кожна вершина, крім  $t_i$ , має не менше одного і не більше  $5^K$  вихідних ребер.

На множині вершин  $V$  (станів розширеного околу) можна визначити функціонал  $q(v)$  ( $v \in V$ ), який буде відігравати роль критерію оптимальності (якості). Зрозуміло, що  $q(\cdot)$  можна визначити різними способами.

Введемо допоміжне відображення  $C(\cdot)$  ( $C:V \rightarrow Z^2$ ), яке повертає координати цільового пішохода. Тоді критерій оптимальності можна визначити як:

$$q(v) = -\min_i [\mu(C(v), X_{exit}^i)], \text{ де } X_{exit}^i - \text{координати } i\text{-го виходу} \quad (8)$$

З іншого боку,  $q(v)$  можна визначити як:

$$q(v) = \mu(C(v), C(s)) \quad (9)$$

Перевагою такого визначення є те, що пішоходу не обов'язково знати розташування виходів (відстані до них).

Критерій оптимальності  $Q(p)$  довільного шляху вигляду  $p = \{s, \dots, t_i\}$  можна визначити як деяку функцію від критеріїв оптимальності його вершин, наприклад:

$$Q(p) = \alpha_0 q(s) + \alpha_1 q(v_1) + \dots + \alpha_{T-1} q(v_{T-1}) + \alpha_T q(t_i),$$

$$v_k \in p, \alpha_k \in \mathbb{R}, k=0..T \quad (10)$$

### 6.1 Поточковий підхід

Утворимо граф  $G_k(T)$  наступним чином:

1) множина вершин  $G_k(T)$  співпадає з множиною вершин  $G(T)$ ;

2) множина ребер  $G_k(T)$  співпадає з множиною ребер  $G(T)$ ;

3) кожному ребру  $e = (v_i, v_j)$  співставимо пропускну здатність  $c(e) = q(v_j) - q(v_i) + 2$  (11)

(двійка забезпечує додатність  $c(e)$ , оскільки  $|q(v_j) - q(v_i)| \leq 1$ );

4) ребра виду  $(s, v_j)$  мають нульову пропускну здатність при  $j \neq k$ , нескінченно (достатньо) велику - при  $j = k$ .

5) додамо вершину  $t$  (стік) та ребра виду  $(t_i, t)$ , причому  $c(t_i, t) = q(t_i) - q(s) + T$ . (11a)

В побудованому таким чином графі найбільш переважні переходи (ребра) матимуть найбільшу пропускну здатність. Для отриманого графа можливо розв'язати задачу про знаходження максимального потоку (напр. за допомогою алгоритму Форда-

Фалкерсона). Зрозуміло, що ребра, що належать оптимальним шляхам будуть мати найбільшу пропускну здатність, отже вони будуть забезпечувати максимальний потік.

Однак, побудований таким чином граф  $G_k(T)$  має одну від'ємну властивість: кількість ребер має тенденцію до зростання від шару до шару, в той час як пропускі здатності ребер мають один порядок ( $c(e) \in \{1,2,3\}$  для всіх  $e=(v_i, v_j) \in G_k(T)$ ). Таким чином, чим ближче деяке ребро до витoku  $s$ , тим швидше воно буде насичуватися, отже значення максимального потоку буде визначатися, в основному, ребрами близькими до  $s$ , при цьому пропускі здатності віддалених ребер практично не будуть впливати на величину потоку. Щоб виправити цей недолік, пропускі здатності  $c(v_i, v_j)$  можна збільшити на фіксовану величину  $\sum_l c(t_l, t)$ ,  $v_i, v_j \neq t_l, \forall (t_l, t) \in G_k(T)$ . Тоді пропускі здатність довільного ребра буде мати вигляд (враховуючи р-ня 11):

$$c(v_i, v_j) = q(v_j) - q(v_i) + 2 + \sum_l c(t_l, t) \quad (12)$$

Неважко зрозуміти, що максимальний потік  $f_{\max}$  в такому графі буде задовольняти наступній нерівності:

$$\min_i c(t_i, t) \leq f_{\max} \leq \sum_i c(t_i, t) \quad (13)$$

враховуючи (11а)

$$\min_i (q(t_i) - q(s)) + T \leq f_{\max} \leq \sum_i (q(t_i) - q(s) + T) \quad (13а)$$

тоді  $f_{\max}$  можна представити у вигляді

$$f_{\max} = \alpha_0 q(s) + \sum_i \alpha_i q(t_i), \text{ де } \alpha_0, \alpha_i \in \mathbb{R}. \quad (14)$$

Порівнюючи (14) та (10), поклавши  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$  у (10) рівними 0, значення максимального потоку можна представити у вигляді:

$$f_{\max} = \sum_i Q(p_i) \quad (15)$$

де  $p_i$  – всі прості шляхи вигляду  $(s, \dots, t)$  в графі  $G_k(T)$ .

Таким чином, значення максимального потоку є адекватним критерієм сукупної оптимальності простих шляхів у графі  $G_k(T)$ .

Обчисливши значення максимального потоку для всіх (не більше чотирьох) –  $f_{k, \max}$ , отримаємо кількісну міру «вигідності» переміщення цільового пішохода в  $k$ -му напрямку: чим більше значення  $f_{k, \max}$ , тим більше у пішохода можливостей дотримуватися

оптимальної (принаймні, на найближчі Т кроків) для нього траєкторії.

Введемо допоміжну величину  $Q_k \in [0;1)$ , яка буде використана для коригування імовірностей  $P_k$ :

$$Q_k = 1 - \frac{f_{k,\max} - \min_i(f_{i,\max}) + 1}{\max_i(f_{i,\max}) - \min_i(f_{i,\max}) + 1} \quad (16)$$

Тепер можна скоригувати імовірності  $P_k$  відповідно до описаної вище схеми (див. р-ня. 1):

$$P_k \rightarrow P_k \cdot (1 - \alpha \cdot Q_k) \quad (17)$$

## 6.2 Нейромережевий підхід

Наявність у дерева сценаріїв  $G(T)$  особливої пошарової структури дає можливість поставити йому у відповідність багат шаровий персептрон і використовувати для його обробки нейромережеві алгоритми.

Розглянемо приклад такого дерева  $G(2)$  (див. Рис. 7). Надавши ребрам деякі ваги можливо розглядати як багат шаровий персептрон. Позначивши вихід  $i$ -го нейрону  $j$ -го шару через  $X_i^j$ , функціонування мережі можна представити у вигляді:

$$X_i^j = \sigma \left( \sum_k w_{ik} X_k^{j-1} \right), \quad (18)$$

де  $X_1^0$  - довільний вхід мережі,  $\sigma(\cdot)$  - деяка сигмоїдальна функція.

Нехай є деяка стохастична система, еволюція якої може бути представлена у вигляді графа, зображеного на Рис.7; вершини відповідають станам, ваги ребер  $w_{ij}$  - імовірностям переходу між відповідними станами - отже вони повинні задовольняти:

$$\sum_j w_{ij} = 1 \quad \forall j : (i, j) \in G \quad (19)$$

Позначимо через  $X_{ji}$  імовірність того, що система після  $j$  кроків опиниться в  $i$ -му стані. Тоді матиме місце наступний вираз:

$$\sum_i X_i^j = 1 \quad (20)$$

Крім того:

$$X_i^j = \sum_k w_{ik} X_k^{j-1} \quad (21)$$

$X_1^0 = 1$  - поточний стан системи визначений і відомий.

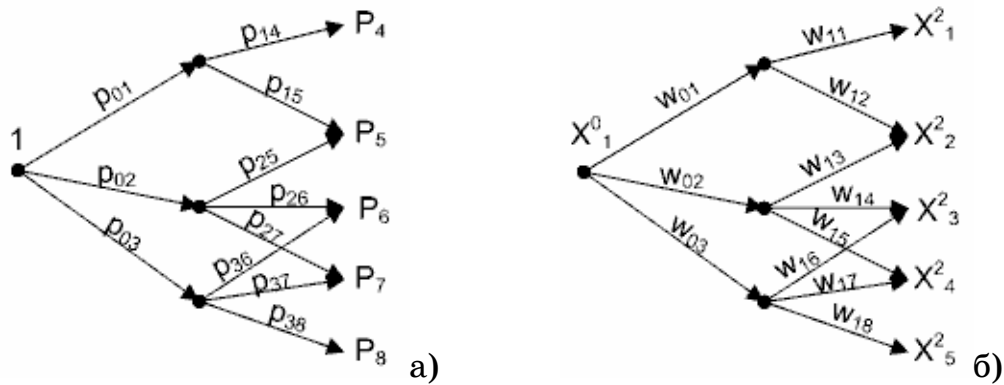


Рисунок 7 - Приклад дерева сценаріїв (а) та відповідного йому перцептрона (б)

Враховуючи, що  $X_i^j \in [0;1]$  з (21) випливає:

$$0 \leq \sum_k w_{ik} X_k^{j-1} \leq 1 \quad (22)$$

Визначивши сигмоїдальну функцію  $\sigma(\cdot)$  наступним чином:

$$\sigma(x) = \begin{cases} x, & x \in [0;1] \\ 0, & x < 0 \\ 1, & x > 1 \end{cases}, \quad (23)$$

отримаємо, що (18) та (21) еквівалентні. Отже, вихід побудованої таким чином нейромережі  $X^T$  (в даному випадку  $T=2$ ) можна інтерпретувати як вектор імовірностей попадання системи у відповідні стани.

З іншого боку, нехай задано деякий бажаний розподіл імовірностей  $X^T$  і треба знайти такий набір імовірностей переходу на першому кроці, які б забезпечили заданий кінцевий розподіл. В термінах нейромереж стоїть наступна задача: підібрати такі значення ваг  $w_{0k}$ , які б забезпечували перетворення заданого входу мережі ( $X^0_1=1$ ) в заданий вихід ( $X^j$ ). Тобто виникає задача навчання нейромережі, для розв'язання якої було розроблено певна кількість методів, найбільш відомим з яких є BackPropagation.

**Зауваження.** Алгоритм BackPropagation вимагає, щоб  $\sigma(\cdot)$  була диференційовною, що в даному випадку (див. р-ня 23) не відбувається. Тому необхідно або до визначити похідну кусково-лінійної  $\sigma(\cdot)$  в точках 0.0 та 1.0, або апроксимувати кусково-лінійну  $\sigma(\cdot)$  деякою диференційовною функцією із заданою точністю. Апроксимація також має сенс оскільки за кінцеву кількість кроків BackPropagation дає лише деяке наближення до розв'язку.

Повернемося до задачі про знаходження оптимального шляху в дереві сценаріїв  $G(T)$ . Щоб реалізувати описаний вище нейромережвий підхід, необхідно надати ребрам вагові коефіцієнти, що відповідають імовірностям переходів. Імовірність переходу зі стану  $i$  в стан  $j$  має вигляд:

$$p_{ij} = \prod_{l=1}^K \sum_{k=0}^4 P_k^l \delta_{k,d(l)}, \quad (24)$$

де  $K$  – кількість пішохідів,  $P_k^l$  – імовірність того що  $l$ -й пішохід прямує в  $k$ -му напрямку,  $d(l)$  – напрям  $l$ -го пішоходу при переході околу зі стану  $i$  в стан  $j$ . Оскільки дерево сценаріїв містить не всі можливі переходи, а найбільш імовірні (див. п.5), поклавши  $w_{ij}=p_{ij}$ , співвідношення 19 може не виконуватися, тому вагові коефіцієнти треба визначити як:

$$w_{ij} = \frac{P_{ij}}{\sum_k P_{ik}} \quad (25)$$

На вхід мережі подається 1 ( $X_1^0=1$ ). Вихід являє собою розподіл імовірностей попадання околу в різні кінцеві стани. Природно, що чим більше значення критерію оптимальності  $q(t_i)$  деякого кінцевого стану  $t_i$ , тим більше повинна бути відповідна імовірність. Тому бажаний вихід можна визначити таким чином:

$$X_i^T = \frac{q(t_i) - \min_j(q(t_j))}{\sum_k \left[ q(t_k) - \min_j(q(t_j)) \right]}, \quad (26)$$

де  $T$  – номер останнього прошарку нейромережі (графа  $G(T)$ ).

Виконавши навчання нейромережі, отримаємо шукані імовірності зміщення на першому кроці  $p_{0j}=w_{0j}$ , із врахуванням яких тепер можна скоригувати значення або відповідно до розглянутої вище схеми

$$P_k \rightarrow P_k \cdot (1 - \alpha \cdot (1 - p_{0k})) \quad (27)$$

з наступним нормуванням ( $\sum P_k=1$ ), або

$$P_k \rightarrow (1 - \alpha)P_k + \alpha \cdot p_{0k} \quad (28)$$

**Висновки.** Основним наслідком введення антисипації у клітинно-автоматну модель руху пішохідів є покращення загальних показників натовпу (в даному випадку зменшення часу евакуації), що викликане більш оптимальною поведінкою окремих учасників руху. Цей результат є досить природним, оскільки в реальному житті



суттєвий вплив мають ментальні властивості пішоходів, які дозволяють останнім на основі передбачення ситуації, набутого раніше досвіду і т. ін. обирати найбільш вигідні траєкторії переміщення. При цьому, як показали наведені вище результати експериментів, запропонований підхід до запровадження антисипації у модель дійсно призводить до очікуваної оптимізації поведінки, що свідчить про його адекватність.

Слід згадати, що розроблений підхід дозволяє моделювати різну степінь інформованості пішохода шляхом вибору значень таких параметрів як радіус околу взаємодії та горизонт прогнозування. І хоча тут наведено результати експериментів для різних значень першого з цих параметрів, чисельне дослідження впливу другого залишається відкритим питанням. Зокрема, особливу цікавість викликає поведінка моделі у граничному випадку – коли пішохід має повну інформацію про оточення, тобто радіус достатньо великий щоб окіл «накривав» все поле автомата, а горизонт прогнозування – достатньо великий для того щоб кожен пішохід міг передбачати ситуацію до того моменту як він досягне виходу. Вочевидь, бажано щоб в такому випадку досягався теоретично можливий час евакуації для заданого початкового розташування пішоходів та перешкод. Однак, скоріше за все в рамках запропонованого підходу таке не відбудеться, оскільки кожен пішохід явним чином намагається оптимізувати лише свій показник (див. р-ня (8), (9)), в той час як скоординовані дії груп пішоходів можуть призвести до подальшого покращення загального показника натовпу. Отже, у подальшому доцільно розглянути засоби введення у модель колективної взаємодії, спрямованої на покращення загального результату.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Navin P.D., Wheeler R. J. Pedestrian flow characteristics // Traffic Engineering. – 1969. – 39. – P. 31-36.
2. Bierlaire M., Antonini G., Weber M. Behavioral dynamics for pedestrians. In: Axhausen K. (ed) Moving through nets: physical and social dimensions of travel. – Elsevier. – 2003. – 20 p.
3. Wolfram S. A new kind of science. - Wolfram Media Inc., USA. – 2002. – 1280 p.

4. Burstedde C., Klauck K., Schadschneider A., Zittarz J. Simulation of pedestrian dynamics using a 2-dimensional cellular automata. // Physica A. – 2001. – vol. 295A. – P. 507-525.
5. Goldengorin B., Makarenko A., Smilianec N. Some applications and prospects of cellular automata in traffic problems. In: Proceed. Int. Conf. ACRI'06. – Springer: LNCS.– 2006. – vol. 4173. – P. 532-537.

Одержано 10.11.2008р.