УДК 681.5.015.44:621.396.96

І. Ю. Грішин

ОСОБЛИВОСТІ УРАХУВАННЯ КОРЕЛЬОВАНИХ ПОМИЛОК ВИМІРЮВАНЬ ПРИ РЕКУРЕНТНІЙ ФІЛЬТРАЦІЇ

Постановка проблеми

У радіолокаційних станціях (РЛС) для обробки суміші сигналу із шумом і оцінки параметрів траєкторій об'єктів, використовуються рекурентні цифрові фільтри, що дозволяють одержувати помилки оцінок параметрів траєкторій істотно менше помилок виміру координат. Однієї зі складових сумарних помилок вимірів РЛС є корельовані помилки вимірювання (КПВ), обумовлені різними факторами [1-3]. Урахування такого роду помилок доцільно у високоточних радіолокаційних системах, коли флуктуаційні помилки і КПВ координат об'єкта порівнянні по величині [3,4]. Прикладом таких систем можуть служити бортові РЛС, положення яких у просторі визначається за даними інформації супутникових радіонавігаційних систем (наприклад, Global Positioning System (GPS)), розміщених на борту літака [5-7].

Аналіз публікацій

Для усунення КПВ можуть бути використані фільтри, синтезовані на основі методу максимальної правдоподібності які потребують нагромадження вимірювальної інформації за весь сеанс спостереження [2,3] або потребують розширення вектора оцінюваних параметрів [5-7], що робить такі фільтри важкими в реалізації або знижує якість їхнього функціонування.

Мета статті

Мета статті полягає в розробці фільтру вільного від недоліків, які вказані вище.

Виклад основного матеріалу

Формализация задачи

Припустимо, що вимір $\mathbf{z}_n$ у момент часу t_n являє собою суперпозицію корисного сигналу і помилок:

$$\mathbf{z}_n = \mathbf{H}\mathbf{x}_n + \nu_n + \Delta\mathbf{b}_n f_n, \tag{1}$$

© Грішин І. Ю., 2008

де $\mathbf{x}_n$ - вектор істинних значень координат, обумовлених параметрами руху цілі і часом t_n; ν_n - вектор некорельованих помилок виміру; $\Delta\mathbf{b}_n$- випадковий вектор з нульовим середнім і заданою кореляційною матрицею; f_n – відома апріорі невипадкова функція часу; $\Delta\mathbf{b}_n f_n = \mathbf{b}_n$ – вектор корельованих помилок виміру координат цілі, що супроводжується; $\mathbf{H}$ – оператор відповідності вимірюваних і оцінюваних параметрів. При цьому

$$M\left[\nu_n\right]=0\,,\ M[\nu_n\nu_n^T]=\mathbf{R}_n\,,\ M\left[\mathbf{b}_n\right]=0\,;$$

$$M[\mathbf{b}_n\mathbf{b}_n^T]=\ \mathbf{R}_{bn}\,,\ M[\mathbf{b}_n f_n \mathbf{b}_n^T f_n]=\ \mathbf{R}_{bn} f_n^2\,.$$

Виміри (1) надходять на рекурентний фільтр, що реалізує операцію згладжування відповідно до виразів [4]

$$\mathbf{x}_{n/n-1}=\mathbf{F}\mathbf{x}_{n-1}\,, \tag{2}$$

$$\mathbf{P}_{n/n-1}=\mathbf{F}\mathbf{P}_{n-1}\mathbf{F}^T\,, \tag{3}$$

$$\mathbf{P}_n=(\mathbf{I}-\mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{P}_{n/n-1}(\mathbf{I}-\mathbf{K}_n\mathbf{H})^T+\mathbf{K}_n\mathbf{R}_n\mathbf{K}_n^T\,, \tag{4}$$

$$\mathbf{x}_n=\mathbf{x}_{n/n-1}+\mathbf{K}_n(\mathbf{z}_n-\mathbf{H}\mathbf{x}_{n/n-1})\,. \tag{5}$$

Тут $\mathbf{x}_{n/n-1}$ – екстрапольований вектор оцінюваних параметрів; $\mathbf{F}$ – матриця екстраполяції; $\mathbf{x}_n$ - вектор параметрів, що оцінюються; $\mathbf{P}_n$ - кореляційна матриця помилок оцінок параметрів; $\mathbf{P}_{n/n-1}$- екстрапольована матриця $\mathbf{P}_{n-1}$, $\mathbf{K}_n$ – матричний коефіцієнт підсилення фільтра, $\mathbf{I}$- одинична матриця.

При проходженні через фільтр корельовані помилки формують додаткові параметри (помилки) траєкторії відповідно до виразу (5):

$$\Delta\mathbf{x}_{bn}=\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1}+\mathbf{K}_n(\mathbf{b}_n-\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1})\,. \tag{6}$$

Кореляційна матриця помилок оцінок параметрів траєкторії, викликаних КПВ, по визначенню дорівнює

$$\mathbf{P}_{bn}=M[\Delta\mathbf{x}_{bn}\Delta\mathbf{x}_{bn}^T]\,. \tag{7}$$

Підставивши значення $\Delta\mathbf{x}_{bn}$ з (6) в (7) і провівши перетворення, одержимо

 ISSN 1562-9945

$$\mathbf{P}_{bn} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{P}_{bn/n-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{L}_n\mathbf{K}_n^T +$$

$$+\mathbf{K}_n\mathbf{L}_n^T(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T + \mathbf{K}_n\mathbf{R}_{bn}\mathbf{K}_n^T . \tag{8}$$

де $\mathbf{L}_n = M[\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1}\Delta\mathbf{x}_{bn}^T]$ – матриця коефіцієнтів кореляції між екстрапольованими параметрами, сформованими корельованими помилками, і КПВ у момент t_n; $\mathbf{P}_{bn/n-1} = M[\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1}\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1}^T]$ – кореляційна матриця екстрапольованих помилок оцінок параметрів, обумовлених КПВ.

Повна помилка оцінок параметрів характеризується сумарною кореляційною матрицею

$$\mathbf{P}_{\sum n} = \mathbf{P}_n + \mathbf{P}_{bn} . \tag{9}$$

Очевидно, що оптимальний алгоритм рекурентного оцінювання параметрів траєкторії повинен забезпечити мінімальні сумарні помилки.

Синтез алгоритму оптимального оцінювання

Відповідно до поставленої задачі мінімізації сумарних помилок оцінювання, коефіцієнт підсилення фільтра повинен задовольняти умові

$$\mathbf{K}_n^* = \arg\min Sp(\mathbf{H}\mathbf{P}_{\sum n}\mathbf{H}^T) . \tag{10}$$

Використовуючи вирази для матриць $\mathbf{P}_n$ і $\mathbf{P}_{bn}$ з (4) і (8), одержимо

$$\mathbf{H}\mathbf{P}_{\sum n}\mathbf{H}^T = \mathbf{H}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{P}_{n/n-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T\mathbf{H}^T +$$

$$+\mathbf{H}\mathbf{K}_n\mathbf{R}_n\mathbf{K}_n^T\mathbf{H}^T + \mathbf{H}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{P}_{bn/n-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T\mathbf{H}^T +$$

$$+\mathbf{H}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{L}_n\mathbf{K}_n^T\mathbf{H}^T + \mathbf{H}\mathbf{K}_n\mathbf{L}_n^T(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T\mathbf{H}^T +$$

$$\mathbf{H}\mathbf{K}_n\mathbf{R}_{bn}\mathbf{K}_n^T\mathbf{H}^T . \tag{11}$$

Для визначення $\mathbf{K}_n^*$ відповідно до (10) знайдемо похідну Фреше [5] від (11) по $\mathbf{K}_n$ та дорівняємо її до нуля:

$$\left.\frac{\partial Sp(\mathbf{HP}_{\sum n}\mathbf{H}^T)}{\partial \mathbf{K}_n}\right|_{\mathbf{K}_n=\mathbf{K}_n^*} = -\mathbf{H}^T\mathbf{HP}_{n/n-1}\mathbf{H}^T +$$

$$+\mathbf{H}^T\mathbf{HK}_n\mathbf{HP}_{n/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{H}^T\mathbf{HK}_n\mathbf{R}_n -$$

$$-\mathbf{H}^T\mathbf{HP}_{bn/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{H}^T\mathbf{HK}_n\mathbf{HP}_{bn/n-1}\mathbf{H}^T +$$

$$+\mathbf{H}^T\mathbf{HK}_n\mathbf{R}_{bn} + \mathbf{H}^T\mathbf{HL}_n - \mathbf{H}^T\mathbf{HK}_n\mathbf{HL}_n -$$

$$-\mathbf{H}^T\mathbf{HK}_n\mathbf{L}_n^T\mathbf{H}^T = \mathbf{0}\,. \tag{12}$$

Вирішивши (12) щодо коефіцієнта підсилення фільтра, одержимо

$$\mathbf{K}_n^* = (\mathbf{P}_{n/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{P}_{bn/n-1}\mathbf{H}^T - \mathbf{L}_n)\times$$

$$\times(\mathbf{HP}_{n/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_n + \mathbf{HP}_{bn/n-1}\mathbf{H}^T - \mathbf{R}_{bn} - \mathbf{HL}_n - \mathbf{L}_n^T\mathbf{H}^T)^{-1} \tag{13}$$

Таким чином, рекурентний фільтр для оцінювання параметрів траєкторії цілі складається з наступних операцій:

$$\mathbf{x}_{n/n-1} = \mathbf{Fx}_{n-1}\,, \tag{14}$$

$$\mathbf{P}_{n/n-1} = \mathbf{FP}_{n-1}\mathbf{F}^T\,, \tag{15}$$

$$\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1} = \mathbf{F}\Delta\mathbf{x}_{bn-1}\,, \tag{16}$$

$$\mathbf{P}_{bn/n-1} = \mathbf{FP}_{bn-1}\mathbf{F}^T\,, \tag{17}$$

$$\mathbf{L}_n = M[\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1}\Delta\mathbf{x}_{bn}^T]\,, \tag{18}$$

$$\mathbf{K}_n = (\mathbf{P}_{n/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{P}_{bn/n-1}\mathbf{H}^T - \mathbf{L}_n)\times$$

$$\times(\mathbf{HP}_{n/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_n + \mathbf{HP}_{bn/n-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{bn} - \mathbf{HL}_n - \mathbf{L}_n^T\mathbf{H}^T)^{-1}\,, \tag{19}$$

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n/n-1} + \mathbf{K}_n(\mathbf{z}_n - \mathbf{Hx}_{n/n-1})\,, \tag{20}$$

$$\mathbf{P}_n = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{P}_{n/n-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T + \mathbf{K}_n\mathbf{R}_n\mathbf{K}_n^T\,, \tag{21}$$

$$\Delta\mathbf{x}_{bn} = \Delta\mathbf{x}_{bn/n-1} + \mathbf{K}_n(\mathbf{b}_n - \mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1})\,, \tag{22}$$

$$\mathbf{P}_{bn} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{P}_{bn/n-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})\mathbf{L}_n\mathbf{K}_n^T +$$

$$+\mathbf{K}_n\mathbf{L}_n^T(\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H})^T + \mathbf{K}_n\mathbf{R}_{bn}\mathbf{K}_n^T\,. \tag{23}$$

 ISSN 1562-9945

У фільтрі (14)-(23) залишається визначити спосіб обчислення матриці коефіцієнтів кореляції $\mathbf{L}_n$ та вектора нев'язань $\mathbf{b}_n - \mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_{bn}$.

При лінійній фільтрації справедливе співвідношення

$$\Delta\mathbf{x}_{bn} = \mathbf{B}_{n-1}\mathbf{b}^{(n-1)},$$

де $\mathbf{B}_{n-1}$ - матриця вагових коефіцієнтів; $\mathbf{b}^{(n-1)}$ – вектор з $n-1$ вимірів КПВ.

Нехай фільтрація проводиться по одній координаті r, тобто $R_{bn} = f^2(t_n)\sigma_{br}^2$ й $\mathbf{b}^{(n-1)} = \Delta r_b \mathbf{Q}_{n-1}$, де $\mathbf{Q}_{n-1} = \left\| f(t_1), f(t_2), ..., f(t_{n-1}) \right\|^T$. Тоді екстрапольований вектор параметрів можна записати у вигляді

$$\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1} = \mathbf{B}_{n-1}\mathbf{Q}_{n-1}\Delta r_b = \mathbf{x}_{fn/n-1}\Delta r_b,$$

де $\mathbf{x}_{fn/n-1}$ – вектор помилок оцінок параметрів, сформованих за рахунок вибірки невипадкової функції f(t).

Тому що $\mathbf{b}_n = \Delta\mathbf{b}_n f_n = \Delta r_b f_n$, то маємо

$$\mathbf{L}_n = M[\mathbf{x}_{fn/n-1}\Delta r_n^2 f_n] = \mathbf{x}_{fn/n-1} f_n \sigma_{rb}^2.$$

Таким чином, розділяючи оцінки та виміри, можна записати

$$\Delta\mathbf{x}_{bn/n-1} = \mathbf{x}_{fn/n-1}\sigma_{rb}, \ \mathbf{b}_n = \sigma_{rb} f_n.$$

Тоді формули (18) і (22) приймають вид

$$\mathbf{L}_n = \Delta\mathbf{x}_{bn/n-1}\mathbf{G}^T f_n,$$

де $\mathbf{G}$ – вектор середньоквадратичних значень амплітуди КПВ.

Результати дослідження фільтра

Для оцінки якості роботи запропонованого фільтра було проведено статистичне моделювання. На Рис. 1, 2 наведені графіки залежності середньоквадратичних помилок згладжування параметра r від числа вимірів n відносно середньоквадратичних помилок (СКП) некорельованих помилок, отримані за результатами 100 статистичних реалізацій.

Крива 1 отримана за результатами оцінювання звичайного фільтра Калмана, а крива 2 – синтезованого фільтра. Період відновлення інформації дорівнює $T_0 = 1$ с, СКП некорельованих помилок виміру координати r становить $\sigma = 1$ м, СКП КПВ $\sigma_м = 1$ м (рис. 1) і

$\sigma_м = 2$ м (рис. 2) При формуванні КПВ у якості невипадкової прийнята функція $f(t) = \sin(2\pi t / T_b)$, де T_b – інтервал кореляції КПВ. Інтервал оцінювання параметрів об'єкта дорівнює інтервалу кореляції КПВ T_b =60 с.

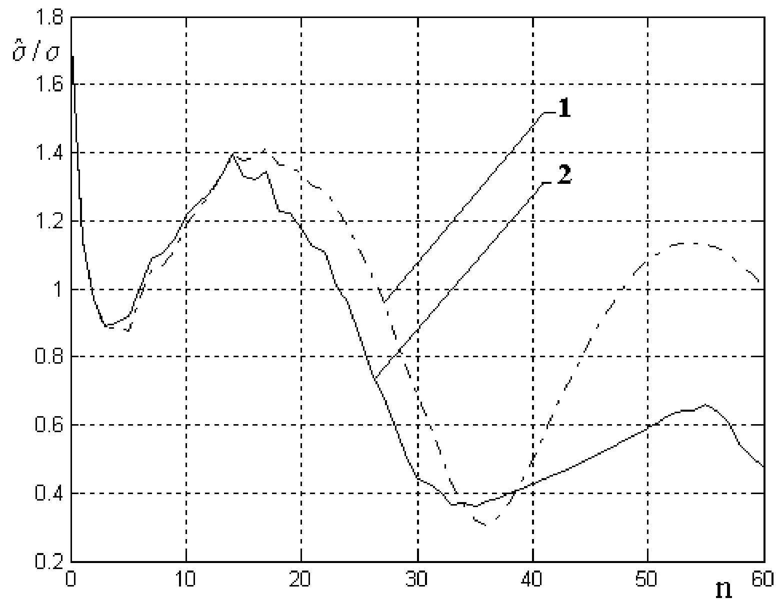

Рисунок 1 – Залежність середньоквадратичних помилок згладжування параметра r від числа вимірів n за результатами оцінювання звичайного фільтра Калмана

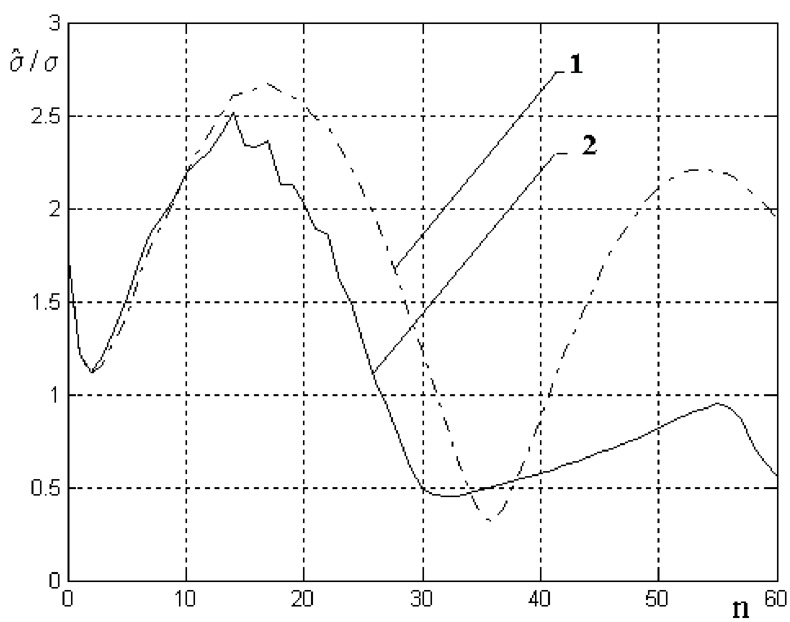

Рисунок 2 – Залежність середньоквадратичних помилок згладжування параметра r від числа вимірів n за результатами оцінювання синтезованого фільтра

 ISSN 1562-9945

Аналіз кривих рис.1,2 показав , що синтезований фільтр, дозволяє знизити помилки оцінювання параметра r у порівнянні зі звичайним калмановским фільтром до 2 разів при рівності СКП некорельованих помилок і КПВ та до 3,5 разів за умови, що СКП КПВ перевищують СКП некорельованих помилок у два рази.

Висновки

1. Проведено синтез рекурентного фільтра, що дозволяє врахувати присутні на його вході корельовані помилки вимірювань.

2. Результати моделювання показали, що залежно від співвідношення дисперсії некорельованих і корельованих помилок вимірів синтезований фільтр дозволяє знизити помилки оцінювання параметрів траєкторії об'єкта в порівнянні з фільтром Калмана в кілька разів.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конторов Д.С, Голубев-Новожилов Ю.С. Введение в радиолокационную системотехнику.- М.: Сов. радио, 1971.- 367 с
2. Справочник по радиолокации. / Под ред. М.Сколника - М.: Сов. радио, 1978.-215с.
3. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений.- М.: Сов. радио, 1978.-387с.
4. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. - Киев: КВЩ, 2000. -428 с.
5. Bar-Shalom Y. Mobile Radar Bias estimation Using Unknown Location Targets // Proc. of 3rd Int. Conf. on Information Fusion, Paris, France, July 10-13, 2000.
6. Bar-Shalom Y. Airborne GMTI Radar Position Bias Estimation Using Static-Rotator Targets of Opportunity // IEEE Trans. on AES. - April 2001. - Vol. 37, № 2. - P. 695-699.
7. Kastella K., Yeary B., Zadra T., Brouillard R., Frangione E. Bias Modelling and Estimation for GMTI Applications // Proc. of 3rd Int. Conf. on Information Fusion, Paris, France, July 10-13, 2000.
8. Эдвардс Р. Функциональный анализ.- М.: Мир, 1967.- 521с.