

В. И. Гнатюк, Ю. Н. Бардачев, А. А. Дидык

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА СОВПАДЕНИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ В ЛОКАЦИИ И НАВИГАЦИИ

Введение

Традиционные навигационные устройства используют в качестве несущей частоты радиодиапазон [1]. При этом для определения угловых и линейных координат используются принципиально различные методы и устройства. В связи с этим, можно выделить следующие недостатки этих устройств:

- 1) Значительные размеры антенных устройств.
- 2) Невысокая точность определения координат объекта.
- 3) Сложность приемопередающих устройств.
- 4) Высокая стоимость аппаратуры.

В работе [1] приведены методы определения координат объектов с использованием лазерных источников излучения. Устройства, реализующие данные методы, могут быть применены в локации и навигации.

Постановка проблемы

Измеряя с помощью известных технических средств, временные интервалы, соответствующие угловым и линейным величинам, получают по формулам [1] расстояние D до объекта измерения и угловое направление α на объект. Точность определения координат зависит, прежде всего, от точности измерения временных интервалов. В реальных условиях, возникают также трудности с приемом отраженного от объекта оптического сигнала, связанные с качкой судна, на котором находится измерительное устройство, уменьшением мощности сигнала при прохождении его через атмосферу и т.п.

В настоящей работе ставится задача разработки математической модели цифрового преобразования фазы которая основывается на принципе совпадения регулярных импульсных последовательностей для описания методов преобразования координат объектов на плоскости для последующего синтеза устройств погрешность квантования которого должна быть снижена до величины длительности импульсов в совпадающих последовательностях.

Решение поставленной задачи

Рассмотрим пути снижения влияние этих фактора. Предположим, что временной интервал T_x квантуется на N интервалов, имеющих длительность T_0 (T_0 – период повторения импульсов генератора квантующих импульсов). В общем случае, T_x не кратно T_0 и поэтому при квантовании T_x возникает погрешность от квантования [2].

Временной интервал T_x (рис.1) ограничивается стартовым и стоповым импульсами, которые могут занимать любое положение на временной оси t относительно импульсов генератора квантующих импульсов.

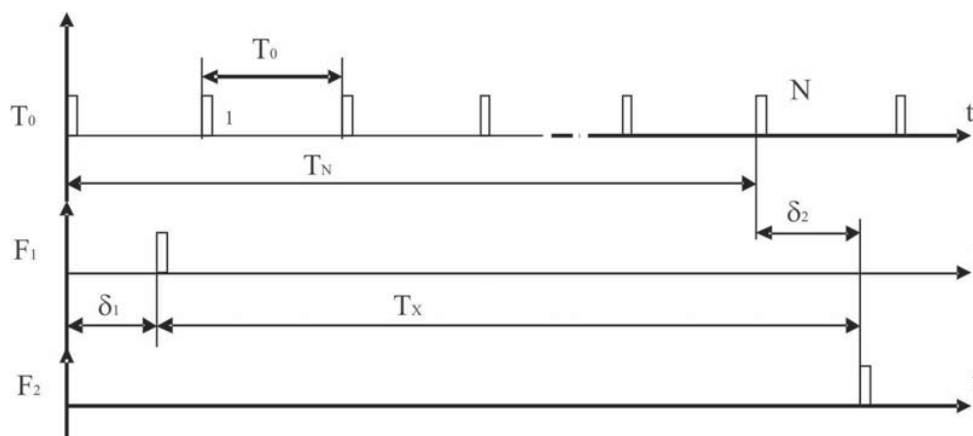


Рисунок 1 – Погрешность квантования временных интервалов.

Из рис. 1. видно, что фактическое значение преобразуемой величины равно

$$T_N = NT_0, \quad (1)$$

где N – код, зафиксированный на счетчике, подсчитывающем импульсы квантующей частоты.

Эта преобразованная величина отличается от истинного значения T_x . Погрешность δt

$$\delta t = NT_0 - T_x = \delta_1 - \delta_2, \quad (2)$$

где δ_1 – положительная погрешность квантования;

δ_2 – отрицательная погрешность квантования.

Максимальная величина погрешности квантования равна T_0 .

В настоящее время существует несколько методов уменьшения погрешностей δ_1 и δ_2 , они достаточно широко описаны в литературе [2, 3].

Значительно снизить погрешность квантования позволяет принцип регулярных импульсных последовательностей [4].

Поясним суть данного принципа на примере преобразования разности фаз двух регулярных импульсных последовательностей. Предположим, что мы имеем две последовательности импульсов T_1 и T_2 , имеющих период T (рис.2), сдвиг фаз φ , между которыми, необходимо определить. В качестве эталонного, имеем период T_0 .

Стартовый импульс вырабатывается в момент совпадения импульсов последовательностей T_1 и T_0 , а стоповый – в момент совпадения последовательностей T_2 и T_0 . Подсчитаем теперь количество импульсов эталонной f_0 , f_1 и f_2 частот между стартовыми и стоповыми импульсами. при помощи четырех счетчиков. Счетчик $Cч_1$ производит подсчет импульсов частоты f_1 между первым и вторым стартовыми импульсами. Счетчик $Cч_2$ – импульсов эталонной частоты f_0 между теми же импульсами. Счетчик $Cч_3$ производит подсчет импульсов частоты f_2 между первым стартовым и первым стоповым импульсами, а $Cч_4$ – импульсами эталонной частоты f_0 между теми же импульсами. После преобразования в счетчиках будут зафиксированы следующие коды: $Cч_1$ – А, $Cч_2$ – М, $Cч_3$ – В, $Cч_4$ – N.

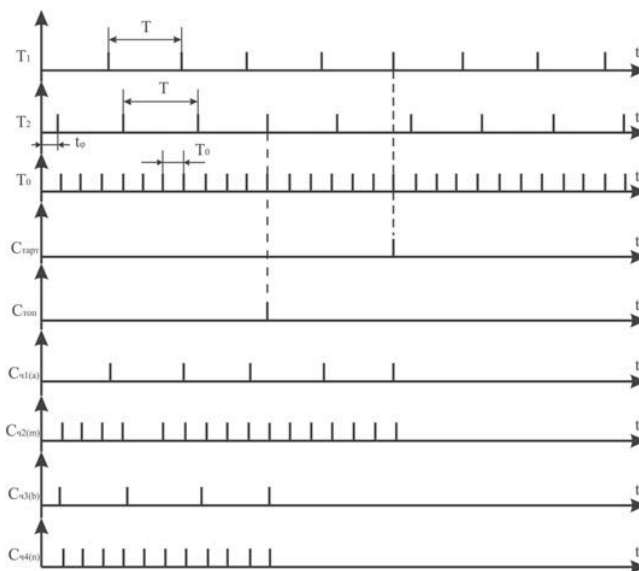


Рисунок 2 – Преобразование фазового сдвига на принципе совпадения регулярных импульсных последовательностей.

Временной интервал T может быть получен по показаниям счетчиков $Cч_1$ и $Cч_2$

$$T = \frac{M}{A} T_0 \quad (3)$$

Временной интервал, соответствующий фазовому сдвигу φ вычисляется

$$t_\varphi = \left[N - (B - 1) \frac{M}{A} \right] T_0 \quad (4)$$

Откуда сдвиг фаз φ равен

$$\varphi = \left(\frac{N \cdot A}{M} - B + 1 \right) 2\pi \quad (5)$$

Так как показания счетчика B – всегда целое число, то можно записать

$$\varphi = \text{Fr} \left[\frac{N \cdot A}{M} \right] 2\pi \quad (6)$$

где $\text{Fr} \left[\frac{N \cdot A}{M} \right]$ – дробная часть результата вычисления.

Таким образом, для определения сдвига фаз φ необходимо наличие трех счетчиков, а результат определяется как умножение дробной части выражения $\frac{N \cdot A}{M}$ на 2π или $6,28$ рад.

Из рис.2 видно, что погрешность квантования в обычном ее понимании отсутствует, а погрешность преобразования временного интервала δt снижается в $\frac{T_0}{\tau}$ раз (где τ – длительность импульсов, участвующих в совпадении).

Рассмотрим математическую модель преобразования разности фаз, основанного на принципе совпадения регулярных импульсов последовательностей [5].

Всякая система осуществляет некоторое преобразование функций [6]. Следовательно, ей можно поставить в соответствие оператор закон, по которому осуществляется это преобразование.

Для цифрового прибора выходная функция (цифровой код)

$$A(t) = Lf(t) \quad (7)$$

где $f(t)$ – входная функция, L – оператор.

Известно, что процесс преобразования можно характеризовать как сравнение входной величины с принятой шкалой или единицей измерения [7,8], причем это сравнение производится путем определения отношения двух величин, т.е. сводится к операции деления [9]. На практике, при цифровом преобразовании фазы, в качестве этих величин выступают коды, полученные при квантовании отрезка времени t_ϕ , пропорционального фазе, и отрезка времени T , соответствующего некоторой эталонной разности фаз (например, периоду колебаний напряжения) [2], стандартной, известной величиной T_0 , т.е.

$$A = \frac{t_\phi}{\frac{T_0}{T}} C \quad (8)$$

где C – эталонная разность фаз.

То есть в общем случае обе величины t_ϕ и T оказываются неизвестными.

В формуле (8) для простоты дальнейших рассуждений предполагаем, что величины t_ϕ и T не зависят от времени.

Следовательно, в простейшем случае оператор системы цифрового преобразования фазы имеет вид

$$L = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{T_0}{T} \\ 1 \\ \frac{T_0}{T} \end{pmatrix} \quad (9)$$

где T_0 – постоянная величина, мера.

Отметим, что математическая модель воспроизводит подходящим образом выбранные стороны физической ситуации, если можно установить правила соответствия, связывающие специфические физические объекты и отношения с определенными математическими объектами и отношениями [10].

Поэтому рассмотрим (8) с несколько иных позиций. Очевидно, что t_ϕ , T и T_0 представляют собой скалярные величины. Любая же скалярная величина в физике является произведением числа и единицы измерения. Допустим, что t_ϕ и T известны и величины t_ϕ , T и T_0 заданы десятичными дробями. Эти дроби – конечные. Действи-

тельно, в соответствии с [11] информационная емкость аналоговой величины бесконечно велика, а конкретная запись ее значения конечна. Таким образом, производится округление бесконечной дроби.

Выберем в качестве единицы измерения ΔT величин t_φ , T и T_0 единицу младшего разряда того из чисел, у которого больше знаков после запятой. Разделим все три скаляра на эту единицу. Получим

$$a = \frac{t_\varphi}{\Delta T}; b = \frac{T}{\Delta T}; m = \frac{T_0}{\Delta T} \quad (10)$$

Тогда

$$A = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{m}{b}} \cdot C \quad (11)$$

В соответствии с уравнениями (10 и 11) числа a , b и m – целые натуральные.

Пусть a_i , b , m – целые положительные числа, причем b и m – вполне определенные взаимно простые числа, $m \neq b$, $0 \leq a_i \leq b$. Обязательно найдутся такие натуральные числа n_i , что при $a_i = 0, 1, 2, \dots, b$

$$a_i + bn_i \equiv 0 \pmod{m} \quad (12)$$

или

$$bn_i \equiv -a_i \pmod{m} \quad (13)$$

Действительно, из теории чисел известно, что сравнения вида (3) всегда имеют единственное решение при наибольшем общем делителе d чисел b и m , равном единице [12]. Причем, решением принято считать не отдельное число, а целый класс чисел по модулю m , удовлетворяющих данному сравнению, т.е. $n_i \pm km$, где $k = 0, 1, 2 \dots$

Если же $d > 1$, то при a_i , не делящемся на d , решений сравнения (3) нет.

Естественно, что при изменении a_i от 0 до b обязательно найдутся такие числа, которые не будут делиться на $d > 1$. Поэтому и принято, что m и b взаимно просты.

Известно, что решение сравнения (13) имеет вид

$$n_i \equiv -(-1)^{t-1} P_{t-1} a_i \pmod{m}, \quad (14)$$

где t – число подходящих дробей в разложении числа $\frac{m}{b}$ в непрерывную дробь; P_{t-1} – числитель предпоследней подходящей дроби.

Каждая такая дробь может быть найдена по формуле

$$\delta_k = \frac{P_k}{Q_k} = \frac{q_k P_{k-1} + P_{k-2}}{q_k Q_{k-1} + Q_{k-2}}, \quad (15)$$

где q_k – неполное частное, входящее в k -е уравнение алгоритма Эвклида, примененного к нахождению d числа $\frac{m}{b}$ (причем $2 \leq k \leq t$, $P_0=Q_1=1$, $Q_0=1$, $P_1=q_1$).

Наличие такого решения для каждого конкретного a_i означает, что существует такое целое число r_i , что

$$a_i + bn_i = r_i m \quad (16)$$

Очевидно, для решений $n_i \pm km$ числами, удовлетворяющими уравнению (16), будут $r_i \pm bmk$. Поскольку сравнения (3) относятся к различным классам вычетов по модулю m , а всего классов m , то ясно, что $n_i \leq m$. Тогда в соответствии с (4) имеем $r_i \leq b$.

В частном случае при $a_i=0$

$$bn_0 = r_0 m \quad (17)$$

Рассмотрим геометрическую интерпретацию приведенных уравнений. Отложим на трех параллельных числовых осях, нули которых расположены на одном перпендикуляре к ним, ряды чисел: на первой – $0, b, 2b, \dots$; на второй – $0, a_i, a_i + b, a_i + 2b, \dots$; на третьей – $0, m, 2m, \dots$ (рис.3). Тогда, исходя из сказанного, обязательно будут совпадающие точки на первой и третьей осях (соответственно $kn_0 b$ и $kr_0 m$), а также на второй и третьей ($a_i + kn_1 b$ и $kr_1 m$), причем это будет при любых $a_i=0, 1, 2, \dots, b$. Физически полученным последовательностям точек на числовых осях можно поставить в соответствие последовательности электрических импульсов (рис.4).

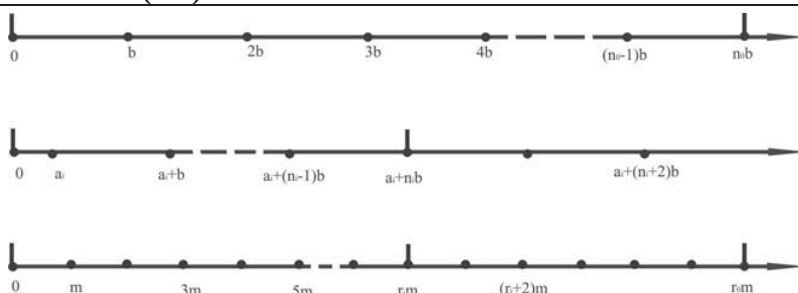


Рисунок 3 – Геометрическая интерпретация процесса совпадения.

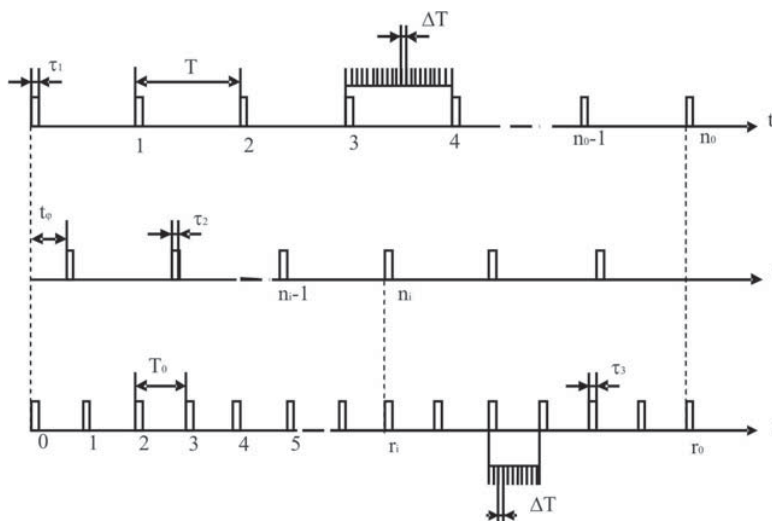


Рисунок 4 – Физическая реализация

Если в уравнении (8), в качестве S , выбран период колебаний напряжений, между которыми определяется сдвиг фаз, в качестве ΔT в (9) выбрано такое число, что числа m и b – взаимно простые, а a_i остается при этом целым числом, длительность τ_1 , τ_2 и τ_3 импульсов, формируемых из напряжений, между которыми определяется сдвиг фаз и изменение положения стандартной частоты (периоды следования которых соответственно равны T и T_0) близка к нулю ($\tau_1 \approx \tau_2 \approx \tau_3 \approx 0$), то такая физическая модель полностью отвечала бы математической.

Очевидно, если в качестве ΔT использовать величины $\leq \Delta T_0$, где ΔT_0 – абсолютная нестабильность периода T_0 ,

$$\Delta T_0 = \left| T_0 - T_0' \right| = \left| \frac{\pm \alpha_0}{f_0 (1 \pm \alpha_0)} \right| \approx \left| \frac{\pm \alpha_0}{f_0} \right|, \quad (18)$$

(α_0 – относительная нестабильность частоты f_0), то хотя бы вследствие такой нестабильности числа m и b можно считать взаимно

простыми, чем и выполняется основное требование для решения сравнения (10).

Но в действительности вполне возможно, что a – нецелое число. Тогда сравнение (10) не будет иметь целочисленных решений, т.е. можно не получить совпадений импульсов сколь угодно долго.

Для того же чтобы обеспечить совпадения при любой фазе, длительность импульсов необходимо брать такой, чтобы $\tau + \tau_3 \geq \Delta_T$ (являющейся единицей измерения), где $\tau = \tau_1, \tau_2$. Из сказанного следует, что практически достаточно взять $\tau + \tau_3 \geq \Delta T_0$

Заметим, что при выборе длительности импульсов необходимо считаться и с тем фактом, что увеличение суммы $\tau + \tau_3$ снижает разрешающую способность и соответственно увеличивает погрешность преобразования фазы. Следовательно, с учетом математической модели цифрового преобразования фазы, необходимо получить совпадение двух пар импульсных последовательностей, в каждую из которых входит последовательность с периодом T_0 и одна из последовательностей с периодом T . Также необходимо между совпадениями любой пары подсчитать количество импульсов последовательностей, входящих в эту пару (n_0 и r_0), и количество импульсов последовательностей второй пары между совпадениями первой и второй пар (n_i и r_i).

Тогда, поскольку в соответствии с уравнениями (8), (11), (12)

$$T = \frac{b}{m} \cdot T_0 = \frac{r_0}{n_0} \cdot T_0 \quad (19)$$

и

$$t_\varphi = r_i T_0 - n_i T, \quad (20)$$

$$A - \frac{\left(r_i - \frac{r_0}{n_0} n_i \right)}{\frac{r_0}{n_0}} C, \quad (21)$$

т.е. при определении A значение периода T_0 можно и не знать. Очевидно, из-за конечной величины длительности импульсов и нецелостности a_i возможны как полные, так и частные совпадения, интервал между которыми в общем случае не является постоянным. Среднее его значение может быть определено по формуле:

$$T_{1,2} = \frac{T}{(\tau + \tau_3)f_C}, \quad (22)$$

которая взята из работы [13], где также подтверждается факт неизбежности совпадения импульсных последовательностей.

Выводы

Предложенная математическая модель цифрового преобразования фазы на принципе совпадения регулярных импульсных последовательностей полностью подходит для описанных в работе [1] методов преобразования координат объектов. Действительно, временной интервал между начальным сигналом, вырабатываемым чувствительным элементом, и отраженным от объекта сигналом зависит от положения объекта на плоскости или в пространстве и пропорционален сдвигу фаз между двумя регулярными импульсными последовательностями, образуемыми этими сигналами.

Таким образом, предложенная модель цифрового преобразования фазы на принципе совпадения регулярных импульсных последовательностей позволяет синтезировать устройство для преобразования координат объекта, погрешность квантования которого снижена до величины длительности импульсов в совпадающих последовательностях.

Отличительной особенностью устройств преобразования, использующих принцип совпадения регулярных импульсных последовательностей, является сохранение работоспособности при пропадании одного или нескольких отраженных от объекта сигналов. В этом случае увеличивается лишь общее время преобразования, но не искажается информация.

ЛИТЕРАТУРА

1. Применение лазерных устройств в локации и навигации. Сборник трудов конференции.(Евпатория 2007 г.)????.
2. Гитис Э.И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств.-3-е изд., перераб. -М.: Энергия, 1975, -448 с., ил.
3. Орнатский П.П. Автоматические измерения и приборы. Учеб. Пособие для вузов.- 3-е изд. – Киев: вища школа, 1973.-552 с., ил.

4. Тырса В.Е. Снижение погрешности преобразования аналоговых величин в кодированный временной интервал.- Измерительная техника, 1975, №3, с.26-28.
5. Гнатюк В.И., Тырса В.Е. и др. Математическое описание цифрового измерения частоты и фазы, основанного на принципе совпадения регулярных импульсных последовательностей.- В кн.: Теория и автоматизация проектирования электрических цепей. Киев: Наукова думка, 1974, с. 206-212.
6. Пугачев В.С. Основы автоматического управления. Изд. 2-е испр. И доп. –М.: Наука, 1968.- 679 с.
7. Маликов М.Ф. Основы метрологии. Ч.1. Учение об измерении. -М.: Комитет по делам мер и измерительных приборов, 1949.-480с.
8. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. -Л.: Энергия, 1968.-248с., ил.
9. Рыжевский А.Г., Шляндин В.М. Об общности методов аналого-цифрового преобразования. В кн.: Труды симпозиума/ Проблемы создания преобразователей информации/. –Киев, 1970, с.25-47.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970.- 720 с.
11. Хартли Р. Передача информации. В кн.: Теория информации и ее приложения. М.: Физматгиз, 1953, с.5-35.
12. Михелович М.Х. Теория чисел.- М.: Высшая школа, 1967.- 336 с.
13. Седякин Н.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. – М.: Сов. радио, 1965. – 261 с., ил.