УДК 669.01:530.1:539.4

Ю. А. Водолазский, А. И. Михалев, Т. А. Лихоузова

МЕТОД МАКСИМУМОВ МОДУЛЕЙ ВЕЙВЛЕТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ПОВЕРХНОСТЕЙ МАТЕРИАЛОВ

Постановка проблемы

Изучить возможность использования методов вейвлет-мультифрактального анализа, в частности, метода максимумов модулей вейвлет-преобразования для исследования поверхностей материалов.

Анализ последних исследований

В настоящее время при проведении анализа поверхностей материалов широко используется аппарат фрактальной геометрии [1, 2]. При этом численной характеристикой объекта выступает, как правило, величина его фрактальной размерности. Использование этого показателя для описания поверхности материала предполагает допущение, что неоднородность, иррегулярность или просто шероховатость поверхности является константой для любого ее участка. Однако сама неоднородность реальной поверхности, в свою очередь, может быть подвержена пространственным флуктуациям. В этой связи регистрацию и изучение таких поверхностей можно проводить и с использованием классического мультифрактального анализа, позволяющего выявить пространственные особенности стохастической поверхности материала [3, 4, 5]. Основы мультифрактального анализа, базирующегося на применении непрерывного вейвлет-преобразования, рассмотрены в работе [6].

Описание метода исследования

Вейвлеты часто геометрически интерпретируют как обобщение классических алгоритмов покрытия множества сферами, кубиками и т.п. С другой стороны, базисные функции вейвлет-преобразования являются хорошо локализованными (солитоноподобными), они представляют собой эффективный математический аппарат для анализа нестационарных процессов [7]. Сигналы, описывающие данные процессы, как правило, обладают мультифрактальными свойствами, т.е. их скейлинговые характеристики изменяются при смене масштаба [8].

Классический мультифрактальный анализ заключается в получении спектра сингулярностей $f(\alpha)$. Для этого предварительно вычисляют спектр скейлинговых экспонент $\tau(q)$ и затем с помощью преобразования Лежандра вычисляют собственно спектр сингулярностей $f(\alpha)$ [9].

Наряду с традиционным методами мультифрактального анализа свою эффективность показал метод «максимумов модулей вейвлет-преобразования» (ММВП) [10], который на промежуточных этапах вычислений использует вейвлет-преобразование, и представляет собой сочетание вейвлет и мультифрактального анализов. Идея метода заключается в разложении сигнала по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами солитоноподобной функции (вейвлета) посредством масштабных изменений и переносов. Каждая из функций этого базиса характеризует как определенную пространственную или временную частоту, так и ее локализацию в физическом пространстве или во времени. Непрерывное вейвлет-преобразование мультифрактальной функции $g(x)$ определяется следующей формулой:

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)dx, \quad (1)$$

где a - параметр масштаба, b- пространственная координата или момент времени, ψ - вейвлет.

Выбор вейвлета является весьма важным моментом исследования, т.к. правильность выбора этой функции позволяет выделить необходимую информацию, которая собственно и должна определять вид вейвлета. Необходимым условием при этом является то, чтобы выбранный вейвлет был не менее гладким, чем анализируемый сигнал.

Результат вейвлет-преобразования интерпретируется как поверхность в трехмерном пространстве. При этом наиболее важная информация содержится в скелетоне, или линиях локальных экстремумов поверхности вейвлет-коэффициентов $W(a,x)$, поиск которых проводится на каждом масштабе a. После того, как линии локальных экстремумов или локальных максимумов модулей вейвлет-преобразования выделены, производится их анализ. В результате анализа определяются гельдеровские экспоненты (3) исследуемой функции, которые аналогичны по смыслу экспонентам сингулярностей α, рассчитываемых с помощью преобразования Лежандра в рамках классического подхода [3]. Для этого на втором этапе необходимо найти частичные функции

$$Z(q,a) = \sum_{l \in L(a)} \left| W(a, x_l(a)) \right|^q , \tag{2}$$

где $L(a)$ – множество всех линий l-локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов $W(a,x)$, существующих на масштабе $a; x_l(a)$ характеризует положение на этом масштабе максимума, относящегося к линии l.

Скейлинговые экспоненты можно получить из соотношения

$$Z(q,a) \approx a^{\tau(q)} \tag{3}$$

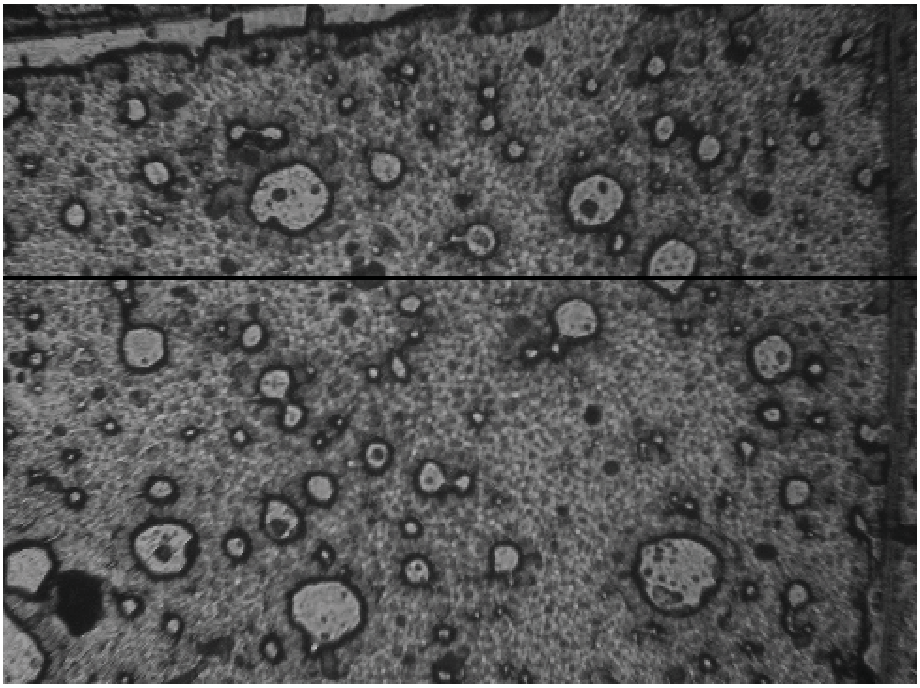
путем определения наклона зависимости $\ln Z(q,a)(\ln a)$.

Спектр размерностей Реньи вычисляется, используя соотношение [7,9]:

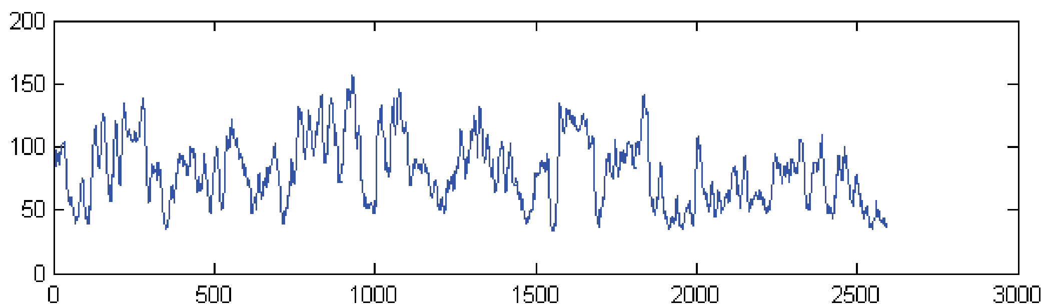
$$\begin{cases} h = \dfrac{d\tau}{dq} \\ D(h) = qh - \tau(q) \end{cases} \tag{4}$$

Преимущество мультифрактального формализма на базе вейвлет-преобразований заключается в возможности проводить оценку спектрально-корреляционных свойств случайных процессов по сравнительно коротким реализациям сигналов. В то время как недостатком данного метода является его ориентированность на анализ одномерных сигналов.

В данной работе предлагается понижать размерность изображения до одномерного сигнала (рис. 1б), получаемого как пересечение поверхности изображения (рис. 1а) произвольно выбранной плоскостью.



а



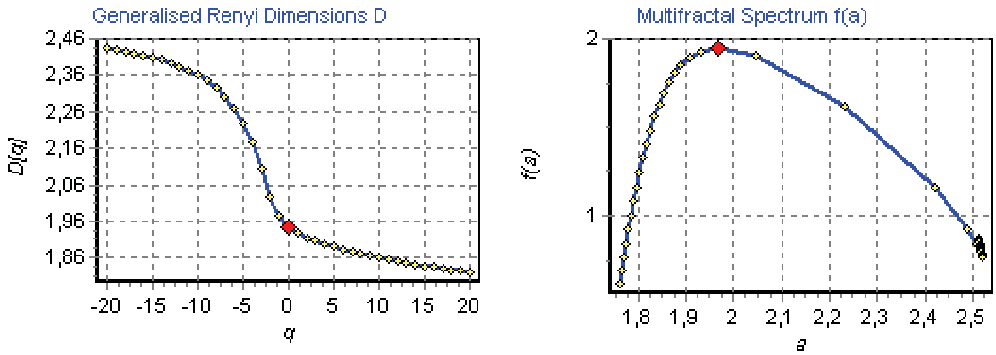
б

Рисунок 1 – Получение сигнала из двумерного изображения металлической поверхности с антикоррозионным покрытием: а) изображение поверхности; б) профиль поверхности в области горизонтальной линии

Вейвлет-мультифрактальный анализ

Мультифрактальный анализ сигнала проводился с использованием WaveLab 8. Для анализа сигнала в качестве базисного был выбран вейвлет Гаусса.

В результате анализа в соответствии с соотношениями (1-4) были получены численные значения мультифрактальных кривых, графики которых можно видеть на рис. 2.



а б

Рисунок 2 – Размерности Реньи (а) и мультифрактальный спектр (б) исследуемого сигнала (вейвлет-мультифрактальный анализ)

Тестовое изображение (рис. 1а) было также проанализировано по классической схеме мультифрактального анализа, описанной в работах [3, 4, 5]. Напомним, что данный подход отличается тем, что вместо покрытия исследуемого сигнала вейвлетами, используется частный случай – покрытие кубами. Таким образом, соотношение (2) в рамках данного подхода выглядит следующим образом:

$$Z(q,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \quad , \tag{5}$$

где p_i – мера объекта в i-й ячейке при разбиении поверхности с масштабом ε.

При проведении анализа использовалась мера, генерируемая из меры Лебега, как отношение части площади в этой ячейке ко всей площади поверхности. Мультифрактальный спектр и спектр размерностей Реньи вычислялся аналогичным образом. Результат вычисления данных функций с использованием авторского программного обеспечения MFSR Steel [4] показал, что численные значения мультифрактальных характеристик имеют незначительные отклонения (относительная погрешность 5..7%) от значений, полученных с помощью метода ММВП.

Таким образом, мультифрактальный анализ поверхности материала можно проводить по ее профилю, рассматривая его как одномерный сигнал, с использованием аппарата ММВП.

 ISSN 1562-9945

Выводы

Мультифрактальный формализм, основанный на вейвлет-анализе, в сравнении с традиционными методами исследования структуры сигналов (например, корреляционным анализом) дает возможность изучать более тонкие характеристики. Данный метод более чувствителен к мельчайшим изменениям анализируемого сигнала при анализе динамики объекта на разных масштабах – от слабых (малые флуктуации) до сильных его сингулярностей (большие флуктуации). Лежащее в основе вейвлет-преобразование является инструментом, который очень хорошо приспособлен для изучения свойств самоподобия (в терминах вейвлет-коэффициентов это означает степенное поведение их высших моментов при изменении масштаба). Метод хорошо подходит для решения физических задач, поскольку он оперирует интуитивно-понятными характеристиками. В частности, спектр сингулярностей содержит информацию, с одной стороны, о корреляционных свойствах анализируемого процесса (которые относятся к числу базовых характеристик в теории случайных процессов), а с другой стороны, о степени однородности сигнала, количественной мерой которой является ширина функции обобщенной фрактальной размерности D_q.

ЛИТЕРАТУРА

1. Помулев В.В. Разработка моделей фрактальных структур металлических материалов. Автореферат дисс. канд. техн. наук: 01.05.02 / Нац. мет. акад. Украины – Днепропетровск, 2005.
2. Иванова В.С. Синергетика. Прочность и разрушение металлических материалов. – М.: Наука, 1992.
3. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. Монография. – М.: Ижевск, 2001.
4. Оценка параметров мультифрактальных моделей металлографических изображений / Михалев А.И., Деревянко А.И., Водолазский Ю.А., Помулев В.В. – Современные проблемы металлургии. – Том 7, 2004. – С.
5. Михалев А.И., Водолазский Ю.А. Мультифрактальный анализ в задачах оценивания качества медных покрытий // Нові Технології. – 2(12). – Кременчук: КУЕІТУ, 2006. – С. 184-188.

6. Павлов А.Н., Анищенко В.В. Мультифрактальный анализ сложных сигналов // УФН 177(8), 2007. – С. 859-876.
7. Короновский А.А., Храмов А.Е., Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. – М.Ж Физматлит, 2003.
8. Harte D. Multifractals: theory and applications. – Boca Raton, Florida: Chapman & Hall/CRC, 2001.
9. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. - М.: Ижевск, 2001.
10. Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.. – Phys. Rev. Lett. 67 3515 (1991).

 ISSN 1562-9945